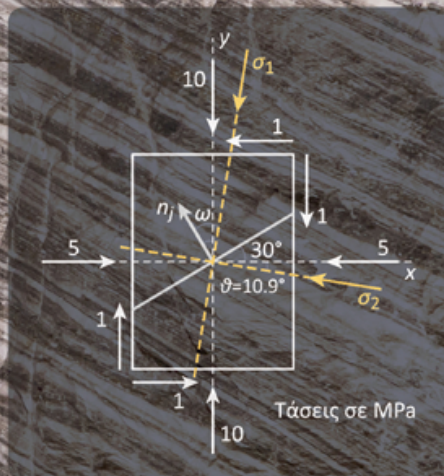


Κωνσταντίνος Κακλής • Ζαχαρίας Αγιουτάντης

Ασκήσεις στη Μηχανική των Πετρωμάτων

Συνοπτική θεωρία
Λυμένες ασκήσεις και εφαρμογές



© Copyright, Ιούλιος 2023, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, Κωνσταντίνος Κακλής, Ζαχαρίας Αγιουτάντης
ISBN 978-960-456-610-5

Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις του ελληνικού νόμου (Ν.2121/1993 όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής άδειας του εκδότη κατά οποιοδήποτε τρόπο ή μέσο αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή (ηλεκτρονική, μηχανική ή άλλη) και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.

Φωτοστοιχειοθεσία Π. ΖΗΤΗ & ΣΙΑ Ι.Κ.Ε.
Εκτύπωση 18ο χλμ Θεσ/νίκης-Περαίας
Βιβλιοδεσία Τ.Θ. 4171 • Περαία Θεσσαλονίκης • Τ.Κ. 570 19
Τηλ.: 2392.072.222 - Fax: 2392.072.229 • e-mail: info@ziti.gr



www.ziti.gr

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ:
Αρμενοπούλου 27, 546 35 Θεσσαλονίκη
Τηλ.: 2310.203.720, Fax: 2310.211.305 • e-mail: sales@ziti.gr

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΑΘΗΝΩΝ:
Χαριλάου Τρικούπη 22, 106 79 Αθήνα
Τηλ.-Fax: 210.3816.650 • e-mail: athina@ziti.gr

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ: www.ziti.gr

Πρόλογος

Το βιβλίο αυτό γράφτηκε με σκοπό να αποτελέσει βοήθημα στους φοιτητές των τμημάτων Πολιτικών Μηχανικών, Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Μηχανικών Μεταλλείων - Μεταλλουργών, Γεωλογίας και Γεωπεριβάλλοντος των Ανωτάτων Εκπαιδευτικών Ιδρυμάτων της χώρας μας. Τα διδασκόμενα μαθήματα που έχουν άμεση σχέση με τον παρόν σύγγραμμα είναι: “Μηχανική Πετρωμάτων”, “Σήραγγες και Υπόγεια Έργα”, “Υποστήριξη Υπογείων έργων”, “Τεχνική Γεωλογία”, “Βραχομηχανική - Σήραγγες”, “Στοιχεία Γεωτεχνικής Μηχανικής”, “Προχωρημένη Γεωμηχανική”, “Γεωλογία Τεχνικών Έργων και Βραχομηχανική”, “Πειραματική Βραχομηχανική”.

Αποσκοπεί στην εμπέδωση της θεωρίας και στην κατανόηση του τρόπου επίλυσης των ασκήσεων στο ιδιαίτερα απαιτητικό αντικείμενο της Μηχανικής των Πετρωμάτων, η οποία δανείζεται πολλούς όρους, έννοιες και πρακτικές από τη Μηχανική του Συνεχούς Μέσου και την Αντοχή των Υλικών.

Στην ελληνόγλωσση βιβλιογραφία κυκλοφορούν τα αξιόλογα βιβλία των καθηγητών Αγιουτάντη Ζαχαρία [Αγιουτάντης, Ζ. (2019): *Στοιχεία Γεωμηχανικής - Μηχανική Πετρωμάτων*, Εκδόσεις Ίων, Αθήνα], Σοφιανού Αλέξανδρου [Σοφιανός, Α. (2015)]. *Υποστήριξη Υπογείων Έργων*, Εκδόσεις Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα] και Νομικού Παύλου [Νομικός, Π. (2015): *Εισαγωγή στη Μηχανική των Πετρωμάτων*, Εκδόσεις Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα], τα οποία καλύπτουν σε μεγάλο βαθμό το γνωστικό αντικείμενο της Μηχανικής των Πετρωμάτων.

Το παρόν σύγγραμμα δεν σκοπεύει να επαναλάβει και να αναμοχλεύσει το θεωρητικό μέρος που παρουσιάζεται πλήρως σε αυτά. Για αυτό το λόγο η θεωρία που παρουσιάζεται περιληπτικά στην αρχή κάθε κεφαλαίου είναι η απολύτως απαραίτητη για την επίλυση των ασκήσεων και δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στις εξισώσεις των διάφορων μεγεθών και τις σχέσεις μεταξύ τους, ενώ ταυτόχρονα δίνεται και η ανάλογη μεθοδολογία εργασίας που συνήθως ακολουθείται στις ασκήσεις. Κατά την επίλυση των ασκήσεων εξηγείται με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη λεπτομέρεια το κάθε βήμα και γίνεται συνεχής αναφορά στη σύνοψη της

θεωρίας και τις αντίστοιχες εξισώσεις και σχέσεις.

Στο τέλος του βιβλίου παρατίθεται επιλεγμένη βιβλιογραφία συγγραμμάτων, στην οποία ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει για να εμβαθύνει τη μελέτη του σε θεωρητικά και εφαρμοσμένα θέματα της Μηχανικής Πετρωμάτων.

Να σημειωθεί ότι στο παρόν βιβλίο δε γίνεται καμία αναφορά στον εργαστηριακό προσδιορισμό των μηχανικών παραμέτρων του πετρώματος οι οποίες είναι αναγκαίες και απαραίτητες για την εφαρμογή των κριτηρίων αστοχίας, της ταξινόμησης της βραχομάζας, της ευστάθειας και της υποστήριξης των υπόγειων ανοιγμάτων και σε πολλές άλλες περιπτώσεις.

Η ύλη κατανέμεται στα παρακάτω κεφάλαια:

Στο δεύτερο (2^ο) κεφάλαιο παρατίθενται το μαθηματικό υπόβαθρο και τα βασικά στοιχεία της θεωρίας των διανυσμάτων και των τανυστών που χρησιμοποιούνται κατά κόρον στην ανάλυση της θεωρίας και στις θεωρητικές εφαρμογές των επόμενων κεφαλαίων.

Το τρίτο (3^ο) κεφάλαιο αναφέρεται στον τανυστή τάσης που χαρακτηρίζει την εντατική κατάσταση σε οποιοδήποτε σημείο ενός σώματος, ενώ στο τέταρτο (4^ο) κεφάλαιο μελετάται η εντατική κατάσταση σε δύο διαστάσεις και δίνεται ιδιαίτερο βάρος στην κατανόηση και στον τρόπο που χρησιμοποιείται ο κύκλος του Mohr. Στο πέμπτο (5^ο) κεφάλαιο παρουσιάζεται το μέγεθος της τροπής ή αλλιώς ανηγμένης παραμόρφωσης που συνδέεται άμεσα με τις τάσεις με σχέση αιτίου – αποτελέσματος.

Στο έκτο (6^ο) κεφάλαιο περιγράφεται η καταστατική εξίσωση ελαστικής συμπεριφοράς σε δύο και τρεις διαστάσεις. Το ελαστικό μοντέλο αντιπροσωπεύει την πιο κοινή καταστατική συμπεριφορά των υλικών μηχανικής, συμπεριλαμβανομένων πολλών πετρωμάτων, και αποτελεί μια χρήσιμη βάση για την περιγραφή πιο περίπλοκης συμπεριφοράς. Η ελαστική συμπεριφορά ενός σώματος κάτω από συγκεκριμένη εντατική καταπόνηση αναλύεται εφαρμόζοντας τον νόμο του Hooke για τρεις διαστάσεις.

Τα κριτήρια αστοχίας, που αποτελούν μαθηματικές εκφράσεις και έχουν την ικανότητα να εκτιμούν πότε θα συμβεί η αστοχία του πετρώματος, μελετώνται στο έβδομο (7^ο) κεφάλαιο. Παρουσιάζεται ο τρόπος εφαρμογής δύο βασικών και ευρέως εφαρμόσιμων κριτηρίων αστοχίας στην περίπτωση του άρρηκτου πετρώματος και της βραχομάζας.

Στο όγδοο (8^ο) κεφάλαιο εξετάζεται η ευστάθεια κυκλικών και ελλειπτικών υπόγειων ανοιγμάτων (σηράγγων και φρεάτων), η ζώνη επιρροής αυτών, καθώς και η ευστάθεια υπόγειων ανοιγμάτων της μορφής θαλάμων και στύλων.

Αφού γίνει κατανοητή στο ένατο (9^ο) κεφάλαιο η ανάλυση και η στερεογραφική προβολή των ασυνεχειών οι οποίες καθιστούν τη μάζα των πετρωμάτων ασυνεχή, το δέκατο (10^ο) κεφάλαιο παρουσιάζει τον τρόπο εφαρμογής των σύγχρονων συστημάτων ταξινόμησης της βραχομάζας τα οποία στην ουσία αποδίδουν τιμές σε εκείνες τις ιδιότητες ή χαρακτηριστικά της που θεωρείται πιθανό να επηρεάσουν τη συμπεριφορά της.

Τέλος, στο ενδέκατο (11^ο) κεφάλαιο παρουσιάζονται τρόποι εφαρμογής υποστήριξης και ενίσχυσης της βραχομάζας σε υπόγεια ανοίγματα.

Ιούλιος 2023

*Κωνσταντίνος Κακλής,
Ζαχαρίας Αγιουτάντης*

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή	1
-----------------	----------

Κεφάλαιο 2

Εισαγωγή στα διανύσματα και τανυστές	5
---	----------

2.1. Παράσταση διανυσμάτων	5
2.2. Μετασχηματισμός συντεταγμένων διανύσματος και τανυστή	6
2.3. Σύμβαση - κανόνες	7
2.4. Συνθήκες ορθογωνιότητας καρτεσιανών συντεταγμένων	8
2.5. Προβολή διανύσματος	8
Λυμένες ασκήσεις	8

Κεφάλαιο 3

Τάσεις	15
---------------	-----------

3.1. Τανυστής τάσης - Εξίσωση του Cauchy	15
3.2. Μετασχηματισμός του τανυστή τάσης	16
3.3. Κύριες τάσεις και κύριοι άξονες	17
3.4. Προσδιορισμός κύριων τάσεων	17
3.5. Αποκλίνων τανυστής τάσης	18
Λυμένες ασκήσεις	19

Κεφάλαιο 4

Δισδιάστατο εντατικό πεδίο	41
-----------------------------------	-----------

4.1. Συνιστώσες τάσης σε κεκλιμένο επίπεδο	41
--	----

4.2. Μετασηματισμός συνιστωσών τάσης σε άλλο σύστημα	42
4.3. Υπολογισμός κύριων τάσεων	42
4.4. Ο κύκλος του Mohr	44
4.4.1. Προσδιορισμός των κύριων τάσεων με χρήση του κύκλου του Mohr	45
4.4.2. Προσδιορισμός των τάσεων σε τυχαίο επίπεδο με χρήση του κύκλου του Mohr	46
4.5. Υπολογισμός τάσεων σε τυχαίο επίπεδο	47
Λυμένες ασκήσεις	47

Κεφάλαιο 5

Τροπές – Ανηγμένες παραμορφώσεις 77

5.1. Τανυστής τροπής	77
5.2. Μετασηματισμός του τανυστή τροπής	78
5.3. Κύριες τροπές	78
5.4. Προσδιορισμός των κύριων τροπών από μετρούμενες τροπές – Ηλεκτρικά μηκυσιόμετρα	79
Λυμένες ασκήσεις	81

Κεφάλαιο 6

Καταστατικές εξισώσεις. Σχέση τάσεων - τρόπων 91

6.1. Ελαστική συμπεριφορά σε τρεις διαστάσεις	91
6.2. Ελαστική συμπεριφορά σε δύο διαστάσεις	93
6.2.1. Θεώρηση επίπεδης τάσης	93
6.2.2. Θεώρηση επίπεδης παραμόρφωσης	93
Λυμένες ασκήσεις	94

Κεφάλαιο 7

Κριτήρια αστοχίας 111

7.1. Θεωρία Coulomb-Navier	111
7.2. Κριτήριο αστοχίας Coulomb-Navier (Coulomb) ή Mohr-Coulomb	111
7.2.1. Για το άρρηκτο πέτρωμα	111
7.2.2. Για την ασυνεχή βραχομάζα	113

7.3. Κριτήριο αστοχίας κατά Hoek-Brown	113
7.3.1. Για το άρρηκτο πέτρωμα	114
7.3.2. Για την ασυνεχή βραχομάζα	114
7.4. Γραφική αναπαράσταση και ερμηνεία του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb	115
7.5. Πίεση πόρων – ενεργές τάσεις	119
Λυμένες ασκήσεις	120

Κεφάλαιο 8

Ευστάθεια υπόγειων ανοιγμάτων 145

8.1. Επιτόπου εντατικό πεδίο	145
8.2. Εντατική κατάσταση γύρω από κυκλικά ανοίγματα	147
8.3. Εντατική κατάσταση σε δακτύλιο υποστήριξης κυκλικού ανοίγματος ...	150
8.4. Ευστάθεια φρεάτων	151
8.5. Εντατική κατάσταση γύρω από ελλειπτικά ανοίγματα	152
8.6. Ζώνη επιρροής μιας εκσκαφής	153
8.7. Επίδραση των επιπέδων αδυναμίας στην κατανομή τάσεων	155
8.8. Σχεδιασμός στύλων σε υπόγειες εκμεταλλεύσεις	156
8.8.1. Τάση στον στύλο	156
8.8.2. Αντοχή στύλου	157
8.8.3. Φέρουσα ικανότητα του δαπέδου στήριξης των στύλων	158
8.8.4. Ευστάθεια υπόγειων ανοιγμάτων σε στρωσιγενείς σχηματισμούς	159
Λυμένες ασκήσεις	160

Κεφάλαιο 9

Στερεογραφική (ημισφαιρική) προβολή 203

9.1. Χαρακτηριστικά ασυνέχειας	203
9.2. Στερεογραφική προβολή των ασυνεχειών (Hemispherical projection) ...	204
9.3. Καθορισμός της ευθείας τομής δύο επιπέδων	206
Λυμένες ασκήσεις	207

Κεφάλαιο 10

Ταξινόμηση της βραχομάζας	213
10.1. Δείκτης ποιότητας πετρώματος (RQD)	213
10.2. Το σύστημα ταξινόμησης RMR	214
10.3. Το σύστημα ταξινόμησης NGI ή Q	218
10.4. Το σύστημα ταξινόμησης RMI	223
10.5. Το σύστημα ταξινόμησης GSI	226
10.6. Συσχέτιση μεταξύ των δεικτών ταξινόμησης <i>RMR</i> και <i>Q</i>	228
10.7. Συσχέτιση δεικτών ταξινόμησης με μηχανικές ιδιότητες και παραμέτρους της βραχομάζας	228
10.7.1. Κριτήριο Mohr-Coulomb για τη βραχομάζα	228
10.7.2. Γενικευμένο κριτήριο Hoek-Brown για τη βραχομάζα	229
10.8. Συσχέτιση δεικτών ταξινόμησης με την παραμορφωσιμότητα της βραχομάζας	230
Λυμένες ασκήσεις	231

Κεφάλαιο 11

Υποστήριξη και ενίσχυση υπόγειων εκσκαφών	247
11.1. Η έννοια της καμπύλης αποφόρτισης του πετρώματος	247
Λυμένες ασκήσεις	248
Βιβλιογραφία	261
Πίνακας συμβόλων	263
Ευρετήριο όρων	267

Εισαγωγή

Η μηχανική των πετρωμάτων είναι ιδιαίτερα σημαντική στη μεταλλευτική, τη διάνοιξη σηράγγων και γενικότερα σε τεχνικά έργα Μεταλλειολόγου Μηχανικού και Πολιτικού Μηχανικού.

Στη μεταλλευτική βιομηχανία, χρησιμοποιείται για την κατανόηση της συμπεριφοράς των πετρωμάτων στο υπέδαφος και για το σχεδιασμό ασφαλών ανοιγμάτων καθώς και για τη βελτιστοποίηση των μεθόδων εξόρυξης των μεταλλευμάτων. Για παράδειγμα, η μηχανική των πετρωμάτων μπορεί να βοηθήσει στην πρόβλεψη της απόκρισης των πετρωμάτων στη διάτρηση, την ανατίναξη, την όρυξη στοών και φρεάτων καθώς και για το σχεδιασμό ασφαλών και αποτελεσματικών συστημάτων υποστήριξης σε κάθε είδος υπογείου ανοίγματος.

Στη διάνοιξη σηράγγων, η μηχανική των πετρωμάτων χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της μηχανικής συμπεριφοράς της βραχομάζας κατά μήκος της σήραγγας, τον προσδιορισμό της κατάλληλης μεθόδου εκσκαφής και του συστήματος υποστήριξης για τις συγκεκριμένες συνθήκες βράχου.

Η μηχανική πετρωμάτων είναι η θεωρητική και εφαρμοσμένη επιστήμη που ασχολείται με τη μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς των πετρωμάτων σε εφαρμοζόμενες μεταβολές της εντατικής κατάστασης που προκαλούνται από φυσικές ή/και μηχανικές (ανθρωπογενείς) διεργασίες.

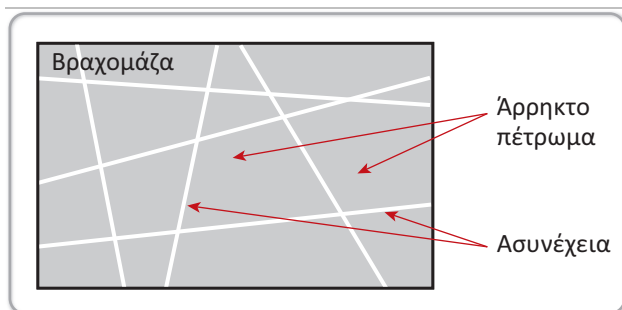
Ο κύριος παράγοντας που διακρίνει τη μηχανική πετρωμάτων από άλλους κλάδους μηχανικής είναι η εφαρμογή της μηχανικής σε μεγάλη κλίμακα σε ένα προεντεταμένο φυσικό υλικό, το πέτρωμα. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των πετρωμάτων, που τα κάνει να διαφέρουν από τα δομικά υλικά, είναι ότι χαρακτηρίζονται από μικρές ή μεγάλες ασυνέχειες και ρήγματα καθώς και από την παρουσία ή μη υγρού υπό πίεση τόσο σε ανοιχτές ασυνέχειες όσο και στους πόρους του ίδιου του πετρώματος.

Είναι απαραίτητο να γίνει απόλυτα κατανοητή η διάκριση μεταξύ του όρου **άρρηκτο (ακέραιο) πέτρωμα** και **βραχομάζα (ασυνεχές πέτρωμα)**.

Ο όρος άρρηκτο (ακέραιο) πέτρωμα αναφέρεται σε τμήμα του πετρώματος το οποίο είναι απαλλαγμένο από μακροσκοπικές φυσικές ατέλειες (σχήμα 1.1). Έχει συνήθως μέγεθος πυρήνα γεώτρησης και οι φυσικές και μηχανικές ιδιότητες του μπορούν να εξετασθούν εργαστηριακά.

Ο όρος βραχομάζα (ασυνεχές πέτρωμα) αναφέρεται στο φυσικό μέσο, το οποίο περιλαμβάνει το άρρηκτο πέτρωμα και όλες τις δομικές ατέλειες που το χαρακτηρίζουν, όπως οι φυσικές και τεχνητές ασυνέχειες του, η ενδεχόμενη υδροφορία, κλπ. (σχήμα 1.1). Στην πραγματικότητα η βραχομάζα αποτελεί τη φυσική κατάσταση του πετρώματος, δηλαδή όπως αυτό συναντάται στην κλίμακα ενός τεχνικού έργου.

Τα τεχνικά έργα κατασκευάζονται πάνω ή μέσα στην βραχομάζα. Είναι λοιπόν απαραίτητο να προσδιορισθεί η μηχανική συμπεριφορά της βραχομάζας και όχι μόνο του άρρηκτου πετρώματος. Συνδυάζοντας τις μηχανικές παραμέτρους του άρρηκτου πετρώματος και των ασυνεχειών με την εκτίμηση των επικρατουσών γεωμηχανικών συνθηκών (υδροφορία, επιτόπου εντατικό πεδίο κλπ.) και κάνοντας τις απαραίτητες θεωρητικές εκτιμήσεις και παραδοχές οδηγούμαστε στη διαδικασία του σχεδιασμού των κατασκευών σε βραχομάζα.



Σχήμα 1.1. Βραχομάζα και άρρηκτο πέτρωμα.

Οι τάσεις που αναπτύσσονται στα διάφορα τεχνικά έργα αφορούν το τρισδιάστατο εντατικό πεδίο. Επομένως η ανάλυση και ο προσδιορισμός των αντίστοιχων εντατικών μεγεθών πρέπει να γίνει σε τρεις διαστάσεις. Είναι προφανές ότι αυτό πρέπει να αντιμετωπιστεί μέσω μεγεθών τα οποία περιγράφουν τον τρισδιάστατο χώρο όπως τα διανύσματα και οι τανυστές. Για αυτό το λόγο τα πρώτα κεφάλαια του βιβλίου αναφέρονται εκτενώς σε πράξεις διανυσμάτων και τανυ-

στών ώστε ο αναγνώστης να λάβει μία ολοκληρωμένη εικόνα των μεγεθών του τρισδιάστατου χώρου.

Η μεμονωμένη μελέτη της μηχανικής πετρωμάτων για το σχεδιασμό ενός τεχνικού έργου θεωρείται ατελέσφορη αν προηγουμένως δεν έχει καταστεί σαφές το αντικείμενο, ο στόχος και ο σκοπός που εξυπηρετεί. Η σημασία της ποιότητας της μηχανικής συμπεριφοράς της βραχομάζας εξαρτάται από το αντικείμενο του τεχνικού έργου.

Για παράδειγμα, η πιθανή κατάρρευση ενός βραχώδους όγκου δεν είναι ούτε καλή ούτε κακή, γενικά καταγράφεται ως ένα απλό γεγονός. Στην περίπτωση υπόγειας εκμετάλλευσης με τη μέθοδο της κατακρήμνισης οροφής (όπου η μέθοδος εκμετάλλευσης αποσκοπεί στην οργανωμένη αστοχία της οροφής πίσω από το μέτωπο εκμετάλλευσης), η συντεταγμένη κατάρρευση της βραχομάζας θεωρείται επιτυχής εφαρμογή της μεθόδου. Σε αντιδιαστολή, η κατάρρευση του βραχώδους τεμάχους από την οροφή μεταλλευτικής στοάς μεταφοράς εξορυσσόμενου υλικού ή από την οροφή υπόγειου ανοίγματος που προορίζεται για αποθηκευτικός χώρος, θεωρείται καταστροφική. Είναι πολύ σημαντικό λοιπόν να είναι ξεκάθαρο το πεδίο εφαρμογής της μελέτης της μηχανικής πετρωμάτων.

Η αστοχία της βραχομάζας είναι μια εξαιρετικά περίπλοκη διαδικασία, μιας και δεν είναι γνωστές οι ακριβείς λεπτομέρειες της έναρξης και της διάδοσης κάθε μικρορωγμής, καθώς και η συνολική δομική διάσπαση αφού πολλές μικρορωγμές συνενώνονται και διαδίδονται. Τα κριτήρια αστοχίας αποτελούν μαθηματικές εκφράσεις που έχουν την ικανότητα να προβλέπουν τότε θα συμβεί η αστοχία της βραχομάζας.

Το πιο συνηθισμένο κριτήριο που χρησιμοποιείται στη μηχανική των πετρωμάτων για να ελέγξει την ευστάθεια ή μη διαφόρων δομών είναι αυτό του Mohr-Coulomb. Ο σημαντικός ρόλος του κύκλου του Mohr είναι εμφανής στη μηχανική των πετρωμάτων. Χρησιμοποιείται για τη γραφική αναπαράσταση και την ερμηνεία δεδομένων, για την ανάλυση γεωμηχανικών προβλημάτων και για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς του πετρώματος. Στην πραγματικότητα η μεθοδολογία που ανέπτυξε ο Mohr μπορεί να επιλύσει οποιοσδήποτε τανυστή που αναφέρεται σε δισδιάστατο χώρο ώστε να υπολογιστούν τα κύρια μεγέθη καθώς και οι ορθές και διατμητικές συνιστώσες σε οποιοδήποτε επίπεδο που διέρχεται μέσα από ένα σώμα. Οι έννοιες των κυρίων μεγεθών και του προσανατολισμού του κυρίου συστήματος είναι πολύ σημαντικές στην μηχανική των πετρωμάτων διότι μέσω αυτών μπορεί να γίνει κατανοητή η στροφή του συστήματος των τάσεων γύρω από υπόγεια ανοίγματα, σε θέσεις θεμελίωσης, γύρω από βαθείες γεωτρήσεις και σε άλλες περιπτώσεις.

7.3.1 Για το άρρηκτο πέτρωμα

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \sqrt{m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + 1} \quad (7.10)$$

σ_c : η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη του άρρηκτου πετρώματος,
 m_i : παράμετρος που εξαρτάται από τον τύπο του άρρηκτου πετρώματος.

7.3.2 Για την ασυνεχή βραχομάζα

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (7.11)$$

όπου: σ'_1, σ'_3 : οι ενεργές κύριες τάσεις στην αστοχία,
 m_b : σταθερά Hoek-Brown για τη βραχομάζα,
 σ_c : η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη του άρρηκτου πετρώματος,
 s, a : σταθερές που εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά της βραχομάζας,

Χρησιμοποιώντας τον δείκτη ταξινόμησης GSI :

$$m_b = m_i \cdot e^{\frac{GSI-100}{28}} \quad (7.12)$$

και

$$\text{για } GSI > 25 : \quad s = e^{\frac{GSI-100}{9}}, \quad a = 0.5 \quad (7.13)$$

$$\text{για } GSI < 25 : \quad s = 0, \quad a = 0.65 - \frac{GSI}{200}$$

Η εφελκυστική αντοχή του άρρηκτου πετρώματος (σ_t) εκτιμάται από τη σχέση:

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_c} = \frac{m_i - \sqrt{m_i^2 + 4s}}{2} \quad (7.14)$$

και η εφελκυστική αντοχή της βραχομάζας (σ_{tm}) εκτιμάται από τη σχέση:

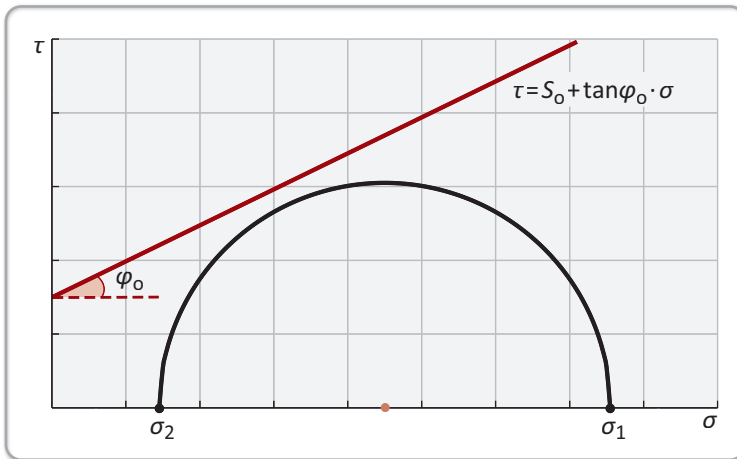
$$\frac{\sigma_{tm}}{\sigma_c} = \frac{m_b - \sqrt{m_b^2 + 4s}}{2} \quad (7.15)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι η εφαρμογή των σχέσεων (7.14) και (7.15) δίνει ως αποτέλεσμα αρνητικές τιμές. Η εφελκυστική αντοχή είναι η απόλυτη τιμή αυτών.

7.4 Γραφική αναπαράσταση και ερμηνεία του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb

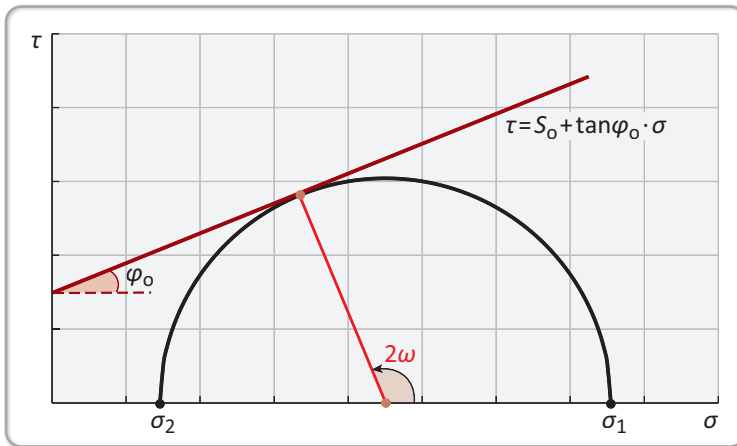
Στο σχήμα 7.1 παριστάνεται γραφικά σε άξονες $\tau - \sigma$ το κριτήριο Coulomb του άρρηκτου πετρώματος και ο κύκλος του Mohr. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο κύκλος του Mohr δίνει την εντατική κατάσταση σε ένα σημείο του πετρώματος, σε άπειρα επίπεδα που διέρχονται από το σημείο αυτό. Σε συνδυασμό με το κριτήριο αστοχίας συμπεραίνουμε αν το πέτρωμα αστοχεί ή όχι και σε ποιο ή ποια επίπεδα συμβαίνει η αστοχία. Διακρίνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις:

- ▶ Στο σχήμα 7.1 παρουσιάζεται η περίπτωση όπου το κριτήριο αστοχίας και ο κύκλος του Mohr δεν τέμνονται. Το πέτρωμα δεν αστοχεί για τη δεδομένη εντατική κατάσταση.



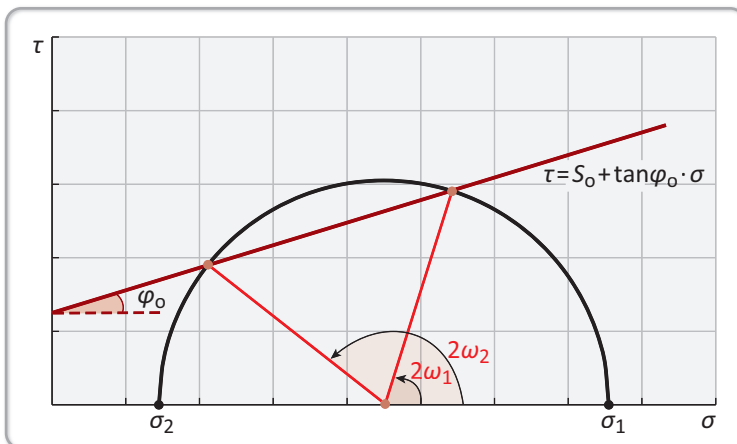
Σχήμα 7.1. Κύκλος του Mohr και κριτήριο Coulomb για το άρρηκτο πέτρωμα. Κανένα σημείο τομής.

- ▶ Στο σχήμα 7.2 παρουσιάζεται η περίπτωση όπου το κριτήριο αστοχίας και ο κύκλος του Mohr έχουν ένα σημείο τομής. Το πέτρωμα αστοχεί για τη δεδομένη εντατική κατάσταση και το σημείο τομής αντιπροσωπεύει το επίπεδο στο οποίο αστοχεί, του οποίου το διάνυσμα σχηματίζει γωνία ω με τη μέγιστη κύρια τάση σ_1 . Στο σχήμα 7.2 αυτή η γωνία «γίνεται» 2ω και σχηματίζεται μεταξύ του άξονα των ορθών τάσεων (σ) και την ακτίνα του κύκλου του Mohr στο σημείο τομής.



Σχήμα 7.2. Κύκλος του Mohr και κριτήριο Coulomb για το άρρηκτο πέτρωμα. Ένα σημείο τομής.

- ▶ Στο σχήμα 7.3 παρουσιάζεται η περίπτωση όπου το κριτήριο αστοχίας και ο κύκλος του Mohr έχουν δύο σημεία τομής. Αυτή είναι μια θεωρητική περίπτωση όπου η εντατική κατάσταση που φαίνεται στο σχήμα 7.3 εφαρμόζεται ακαριαία και ελέγχεται η αστοχία ή όχι του άρρηκτου πετρώματος. Το πέτρωμα αστοχεί για τη δεδομένη εντατική κατάσταση σε ένα από τα επίπεδα που σχηματίζουν γωνίες από $2\omega_1$ έως $2\omega_2$. Δηλαδή τα επίπεδα των οποίων το διάνυσμα σχηματίζει γωνία ω_1 έως ω_2 με τη μέγιστη κύρια τάση σ_1 .

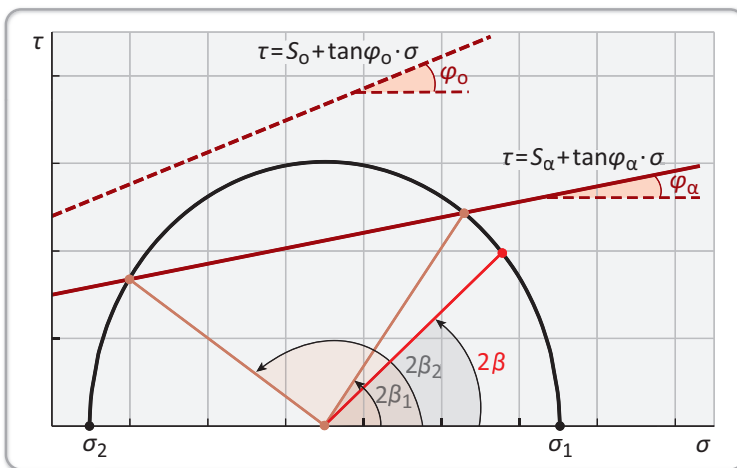


Σχήμα 7.3. Κύκλος του Mohr και κριτήριο Coulomb για το άρρηκτο πέτρωμα. Δύο σημεία τομής.

Στη συνέχεια ερμηνεύεται το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb σε ασυνεχή πετρώματα, δηλαδή όταν το άρρηκτο πέτρωμα διασχίζεται από προϋπάρ-

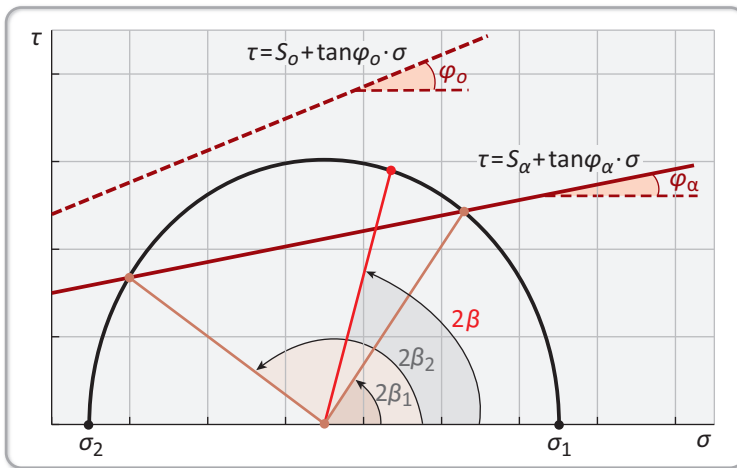
χουσα ασυνέχεια με συγκεκριμένο προσανατολισμό. Στο σχήμα 7.4 εκτός από τον κύκλο του Mohr παριστάνονται γραφικά τόσο το κριτήριο αστοχίας του άρρηκτου πετρώματος (σικτική γραμμή) όσο και το κριτήριο αστοχίας της ασυνέχειας (συμπαγής γραμμή). Το διάνυσμα του επιπέδου ασυνέχειας κλίνει με γωνία β ως προς τη μέγιστη κύρια τάση σ_1 . Διακρίνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις:

- ▶ Στο σχήμα 7.4 παρουσιάζεται η περίπτωση όπου το κριτήριο αστοχίας του άρρηκτου πετρώματος δεν τέμνεται με τον κύκλο του Mohr ενώ το κριτήριο αστοχίας της ασυνέχειας τέμνεται σε δύο σημεία με τον κύκλο του Mohr. Η γωνία 2β του υπό εξέταση επιπέδου ασυνέχειας δεν ανήκει στο τόξο της χορδής του κύκλου που προκύπτει από την τομή του με την καμπύλη του κριτηρίου αστοχίας της ασυνέχειας. Αυτό σημαίνει ότι το πέτρωμα δεν αστοχεί στην ασυνέχεια. Επιπλέον το πέτρωμα δεν αστοχεί γενικότερα για τη δεδομένη εντατική κατάσταση, αφού το κριτήριο αστοχίας του άρρηκτου πετρώματος δεν τέμνεται με τον κύκλο του Mohr.



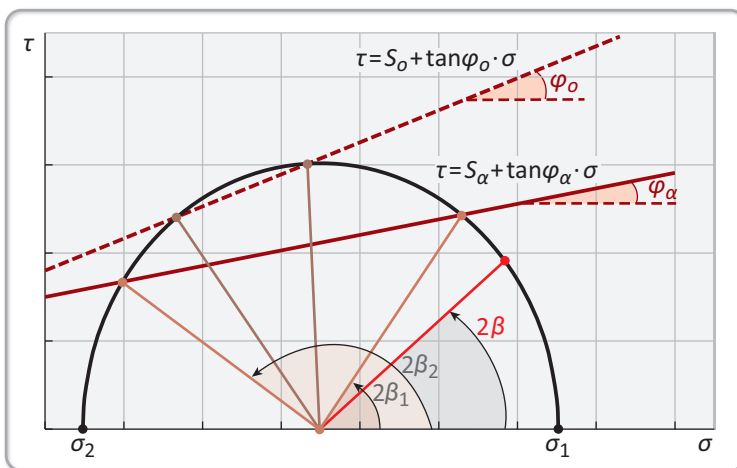
Σχήμα 7.4. Κύκλος του Mohr και κριτήριο Coulomb για το άρρηκτο πέτρωμα και την ασυνέχεια. Δεν συμβαίνει αστοχία.

- ▶ Στο σχήμα 7.5 παρουσιάζεται η περίπτωση όπου το κριτήριο αστοχίας του άρρηκτου πετρώματος δεν τέμνεται με τον κύκλο του Mohr ενώ το κριτήριο αστοχίας της ασυνέχειας τέμνεται σε δύο σημεία με τον κύκλο του Mohr. Η γωνία 2β του υπό εξέταση επιπέδου ασυνέχειας ανήκει στο τόξο της χορδής του κύκλου που προκύπτει από την τομή του με την καμπύλη του κριτηρίου αστοχίας της ασυνέχειας. Αυτό σημαίνει ότι το πέτρωμα αστοχεί στο επίπεδο της ασυνέχειας για τη δεδομένη εντατική κατάσταση.



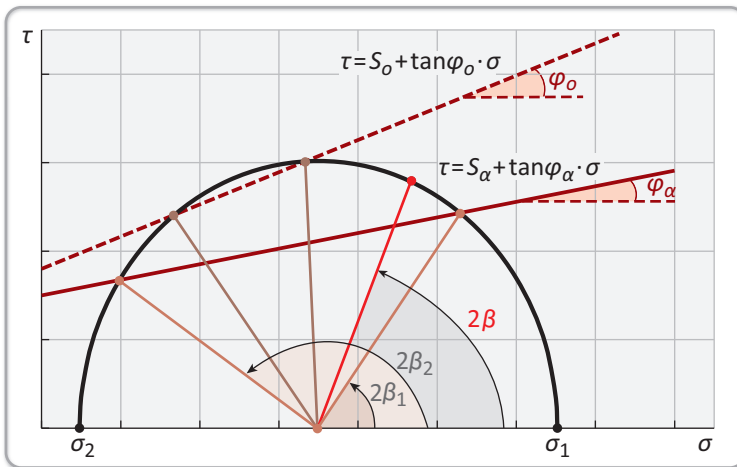
Σχήμα 7.5. Κύκλος του Mohr και κριτήριο Coulomb για το άρρηκτο πέτρωμα και την ασυνέχεια. Αστοχία στο επίπεδο ασυνέχειας.

- ▶ Στο σχήμα 7.6 παρουσιάζεται η περίπτωση όπου το κριτήριο αστοχίας τόσο του άρρηκτου πετρώματος όσο και της ασυνέχειας τέμνεται με τον κύκλο του Mohr. Η γωνία 2β του υπό εξέταση επιπέδου ασυνέχειας δεν ανήκει στο τόξο της χορδής του κύκλου που προκύπτει από την τομή του με την καμπύλη του κριτηρίου αστοχίας της ασυνέχειας. Αυτό σημαίνει ότι το πέτρωμα δεν αστοχεί στο επίπεδο της ασυνέχειας, αλλά αστοχεί το άρρηκτο πέτρωμα για τη δεδομένη εντατική κατάσταση σύμφωνα με την περίπτωση του σχήματος 7.3.



Σχήμα 7.6. Κύκλος του Mohr και κριτήριο Coulomb για το άρρηκτο πέτρωμα και την ασυνέχεια. Αστοχία του άρρηκτου πετρώματος.

- ▶ Στο σχήμα 7.7 παρουσιάζεται η περίπτωση όπου το κριτήριο αστοχίας τόσο του άρρηκτου πετρώματος όσο και της ασυνέχειας τέμνεται με τον κύκλο του Mohr. Η γωνία 2β του υπό εξέταση επιπέδου ασυνέχειας ανήκει στο τόξο της χορδής του κύκλου που προκύπτει από την τομή του με την καμπύλη του κριτηρίου αστοχίας της ασυνέχειας. Αυτό σημαίνει ότι το πέτρωμα μπορεί δυνητικά να αστοχήσει τόσο στο επίπεδο της ασυνέχειας, όσο και στο ακέραιο υλικό για τη δεδομένη εντατική κατάσταση.



Σχήμα 7.7. Κύκλος του Mohr και κριτήριο Coulomb για το άρρηκτο πέτρωμα και την ασυνέχεια. Η αστοχία είναι πιθανή τόσο στο επίπεδο ασυνέχειας όσο και στο άρρηκτο πέτρωμα.

7.5 Πίεση πόρων – ενεργές τάσεις

Στην περίπτωση όπου οι πόροι του άρρηκτου πετρώματος είναι γεμάτοι με υγρό, αναπτύσσεται πίεση πόρων (p) με αποτέλεσμα η εφαρμογή των κριτηρίων αστοχίας να εξαρτάται από τις ενεργές τάσεις που ορίζονται από τις σχέσεις:

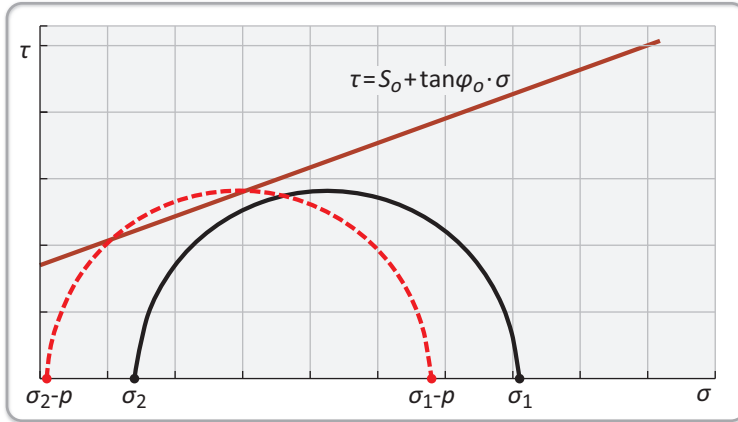
$$\sigma'_1 = \sigma_1 - p, \quad \sigma'_2 = \sigma_2 - p, \quad \sigma'_3 = \sigma_3 - p \quad (7.16)$$

Η σχέση (7.4) του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb γίνεται:

$$\sigma'_1 = \sigma_c + q\sigma'_2 \Rightarrow \sigma_1 - p = \sigma_c + q(\sigma_2 - p) \quad (7.17)$$

Στο σχήμα 7.8 παρουσιάζεται η αρχική εντατική κατάσταση (σ_1, σ_2) που αναπαρίστανται με τον κύκλο του Mohr με τη συμπαγή γραμμή, και η εντατική κατάσταση υπό την επίδραση της πίεσης των πόρων (κύκλος του Mohr με τη στικτή γραμμή) που αντιστοιχεί στις ενεργές τάσεις $(\sigma'_1 = \sigma_1 - p, \sigma'_2 = \sigma_2 - p)$. Ο κύκλος του

Mohr με τη σιτική γραμμή έχει προκύψει από τη μετατόπιση αριστερά, κατά p , του κύκλου του Mohr με τη συμπαγή γραμμή.



Σχήμα 7.8. Επίδραση της πίεσης των πόρων στον κύκλο του Mohr.

Παρατηρείται ότι για την αρχική εντατική κατάσταση το κριτήριο αστοχίας Coulomb του άρρηκτου πετρώματος και ο κύκλος του Mohr δεν τέμνονται με αποτέλεσμα το πέτρωμα να μην αστοχεί. Λαμβάνοντας όμως υπόψιν την πίεση των πόρων το πέτρωμα αστοχεί σύμφωνα με την περίπτωση του σχήματος 7.3.



Λυμένες ασκήσεις

Άσκηση 7.1

Κυλινδρικό δοκίμιο πετρώματος ύψους 120 mm και διαμέτρου 55 mm αστοχεί σε φορτίο 40 kN. Η γωνία τριβής του άρρηκτου πετρώματος είναι 10° .

(α) Να δοθεί σε εξίσωση $\tau - \sigma$ το κριτήριο αστοχίας Coulomb που διέπει τη συμπεριφορά του άρρηκτου πετρώματος.

(β) Αν ακριβώς πριν την αστοχία, η αξονική παραμόρφωση είναι 500 $\mu\epsilon$, να εκτιμηθεί το μέτρο ελαστικότητας του άρρηκτου πετρώματος.

Λύση

(α) Η αντοχή του δοκιμίου σε μονοαξονική θλίψη υπολογίζεται από:

$$\sigma_c = \frac{F_{\max}}{A} = \frac{F_{\max}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{40 \text{ kN}}{\frac{\pi \cdot 55^2 \text{ mm}^2}{4}} = \frac{40 \cdot 10^3 \text{ N}}{\frac{\pi \cdot 55^2 \text{ mm}^2}{4}} \Rightarrow \sigma_c = 16.84 \text{ MPa}$$

(ε) Η γωνία που αστοχεί το ακέραιο υλικό υπολογίζεται από τη σχέση (7.3):

$$\omega = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_o}{2} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{4} + \frac{32^\circ}{2} \Rightarrow \omega = 61^\circ$$



Άσκηση 7.6

Δίνεται η εντατική κατάσταση κυλινδρικού δοκιμίου με

$$\sigma_x = 1 \text{ MPa}, \quad \sigma_y = 6 \text{ MPa}, \quad \tau_{xy} = 1.7 \text{ MPa}$$

Δίνεται επίσης επίπεδο ασυνέχειας που κλείνει ως προς το οριζόντιο 5° , με γωνία εσωτερικής τριβής $\varphi_\alpha = 10^\circ$ και συνοχή $S_\alpha = 1.5 \text{ MPa}$. Το ακέραιο υλικό έχει αντίστοιχα παραμέτρους $\varphi_o = 20^\circ$ και συνοχή $S_o = 1.8 \text{ MPa}$.

- (α) Να εξετασθεί και να ερμηνευθεί γραφικά αν το δοκίμιο αστοχεί και με ποιο τρόπο.
- (β) Να υπολογισθεί γραφικά η περιοχή τιμών για τη γωνία β του επιπέδου ασυνέχειας, που θα αστοχήσει το δοκίμιο στην ασυνέχεια.

Λύση

(α) Εφαρμόζοντας τις σχέσεις (4.5) υπολογίζονται οι κύριες τάσεις:

$$\begin{aligned} \sigma_{1,2} &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2} = \frac{1}{2}(1+6) \pm \sqrt{1.7^2 + \frac{1}{4}(1-6)^2} = \\ &= 3.5 \pm \sqrt{9.14} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = 3.5 + \sqrt{9.14} \\ \sigma_2 = 3.5 - \sqrt{9.14} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = 6.52 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 0.48 \text{ MPa} \end{cases} \end{aligned}$$

Η γωνία που σχηματίζει το σύστημα των κύριων αξόνων ως προς τον θετικό άξονα x , δίνεται από τη σχέση (4.6):

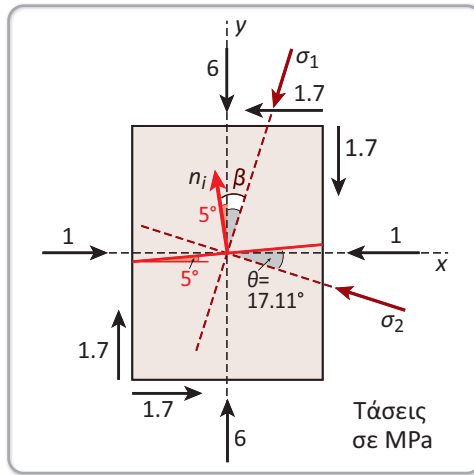
$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \cdot 1.7}{1 - 6} = -\frac{3.4}{5} \Rightarrow$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \cdot 1.7}{1 - 6} = -\frac{3.4}{5} \Rightarrow 2\theta = -34.22^\circ \Rightarrow \theta = -17.11^\circ$$

Στο σχήμα 7.16 παρουσιάζονται οι κύριες τάσεις με τον προσανατολισμό τους, λαμβάνοντας υπόψιν και τις συνθήκες (4.7).

Η γωνία που σχηματίζει το κάθετο διάνυσμα του επιπέδου ασυνέχειας με την κύρια τάση σ_1 (σχήμα 7.16) είναι:

$$\beta = 5^\circ + 17.11^\circ \Rightarrow \beta = 22.11^\circ$$

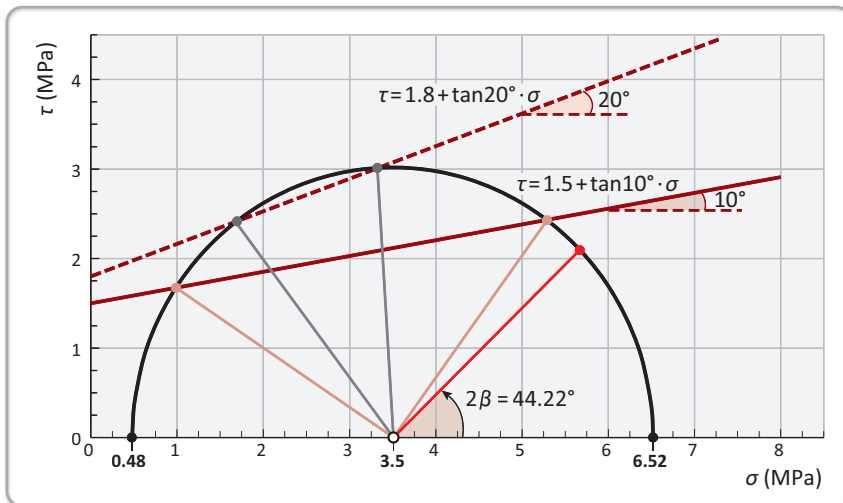


Σχήμα 7.16. Κύριες τάσεις και προσανατολισμούς τους.

Στη συνέχεια σχεδιάζεται στο ίδιο σύστημα αξόνων $\tau - \sigma$ (σχήμα 7.17), ο κύκλος του Mohr και το κριτήριο αστοχίας Coulomb για το ακέραιο υλικό (σχέση 7.1) και το επίπεδο ασυνέχειας (σχέση 7.6):

$$\tau = S_o + \tan \varphi_o \cdot \sigma \Rightarrow \tau = 1.8 + \tan 20^\circ \cdot \sigma$$

$$\tau = S_\alpha + \tan \varphi_\alpha \cdot \sigma \Rightarrow \tau = 1.5 + \tan 10^\circ \cdot \sigma$$



Σχήμα 7.17. Κύκλος του Mohr και κριτήριο αστοχίας Coulomb για το ακέραιο υλικό και το επίπεδο ασυνέχειας.

Παρατηρείται ότι η γωνία $2\beta = 2 \cdot 22.11^\circ = 44.22^\circ$ δεν ανήκει στο τόξο της χορδής του κύκλου του Mohr που προκύπτει από την τομή του με το κριτήριο αστοχίας του επιπέδου ασυνέχειας (σχήμα 7.17), με αποτέλεσμα το δοκίμιο να μην αστοχεί στο επίπεδο της ασυνέχειας. Όμως, ο κύκλος του Mohr τέμνει την ευθεία του κριτηρίου αστοχίας του ακέραιου υλικού σε δύο σημεία, οπότε το δοκίμιο αστοχεί σε εύρος γωνιών (σχήμα 7.17).

(β) Η περιοχή τιμών της γωνίας β του επιπέδου ασυνέχειας, όπου θα αστοχήσει το ακέραιο υλικό υπολογίζεται επιλύοντας τη σχέση (7.7) με τη μορφή ανίσωσης (σχήμα 7.18):

$$\begin{aligned} & \sigma_1 [\sin(2\beta - \varphi_\alpha) - \sin\varphi_\alpha] \\ & - \sigma_2 [\sin(2\beta - \varphi_\alpha) + \sin\varphi_\alpha] \geq \\ & \geq 2S_\alpha \cos\varphi_\alpha \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sigma_1 \sin(2\beta - \varphi_\alpha) - \sigma_1 \sin\varphi_\alpha - \\ & - \sigma_2 \sin(2\beta - \varphi_\alpha) - \sigma_2 \sin\varphi_\alpha \geq \\ & \geq 2S_\alpha \cos\varphi_\alpha \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\sin(2\beta - \varphi_\alpha)(\sigma_1 - \sigma_2) \geq 2S_\alpha \cos\varphi_\alpha + (\sigma_1 + \sigma_2)\sin\varphi_\alpha \Rightarrow$$

$$\sin(2\beta - \varphi_\alpha) \geq \frac{2S_\alpha \cos\varphi_\alpha + (\sigma_1 + \sigma_2)\sin\varphi_\alpha}{\sigma_1 - \sigma_2} \Rightarrow$$

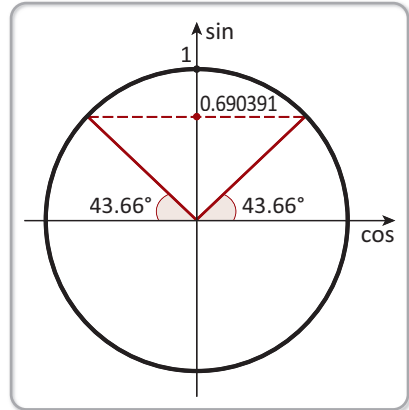
$$\sin(2\beta - 10^\circ) \geq \frac{2 \cdot 1.5 \cdot \cos 10^\circ + (6.52 + 0.48)\sin 10^\circ}{6.52 - 0.48} \Rightarrow$$

$$\sin(2\beta - 10^\circ) \geq 0.690391 \Rightarrow \sin(2\beta - 10^\circ) \geq \sin 43.66^\circ \Rightarrow$$

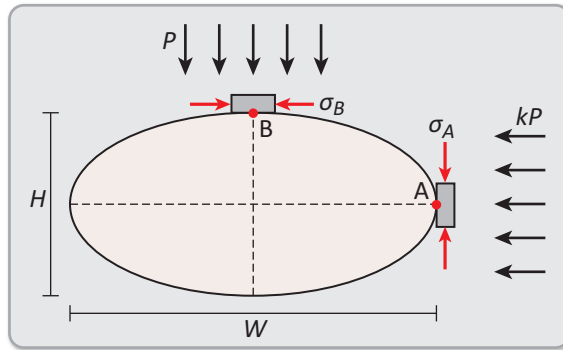
$$43.66^\circ \leq 2\beta - 10^\circ \leq 136.34^\circ \Rightarrow 53.66^\circ \leq 2\beta \leq 146.34^\circ \Rightarrow$$

$$26.83^\circ \leq \beta \leq 73.17^\circ$$

Να σημειωθεί ότι οι γωνίες β που υπολογίσθηκαν είναι σε σχέση με τον άξονα της κύριας τάσης σ_1 , όπως φαίνεται και στο σχήμα 7.16. ◆



Σχήμα 7.18. Τριγωνομετρικός κύκλος - ερώτημα (β).



Σχήμα 8.8. Ελλειπτικό άνοιγμα σε δισδιάστατο εντατικό πεδίο.

$$\sigma_A = P(1 - k + 2q) = P \left(1 - k + \sqrt{\frac{2W}{\rho_A}} \right) \quad (8.24)$$

$$\sigma_B = P \left(k - 1 + \frac{2k}{q} \right) = P \left(k - 1 + k \sqrt{\frac{2H}{\rho_B}} \right)$$

όπου: $q = \frac{W}{H}$,

W : το πλάτος της έλλειψης,

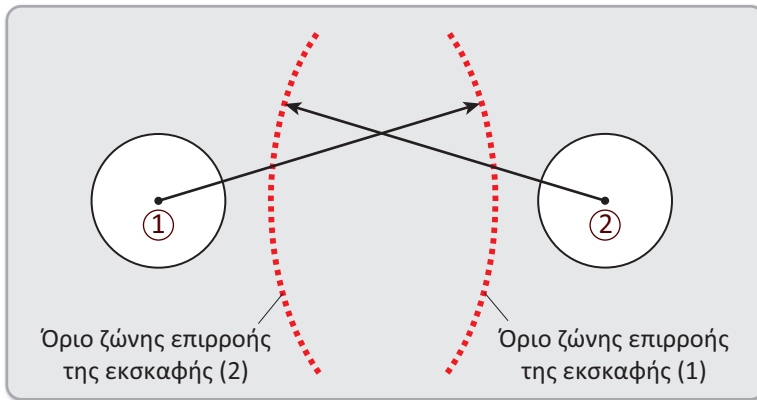
H : το ύψος της έλλειψης,

ρ_A : η ακτίνα καμπυλότητας στη θέση A, $\rho_A = \frac{H^2}{W}$

ρ_B : η ακτίνα καμπυλότητας στη θέση B, $\rho_B = \frac{W^2}{H}$

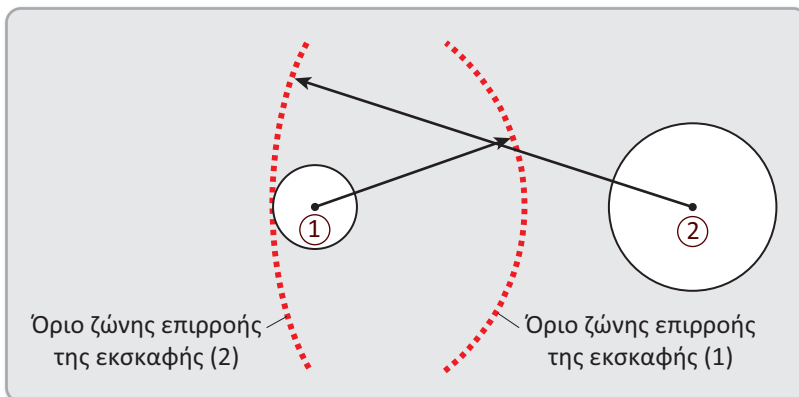
8.6 Ζώνη επιρροής μιας εκσκαφής

Η βασική ιδέα της ζώνης επιρροής είναι ότι ορίζει μια περιοχή σημαντικής διαταραχής του επιτόπου εντατικού πεδίου που προέρχεται από μια εκσκαφή. Στην περίπτωση κυκλικού ανοίγματος σε υδροστατικό εντατικό πεδίο, αποδεικνύεται ότι σε απόσταση $5a$ από το κέντρο του ανοίγματος, οι αναπτυσσόμενες τάσεις διαφέρουν από τις αρχικές τάσεις κατά 4% μόνο. Επομένως, μια νέα εκσκαφή (2) σε απόσταση μεγαλύτερη από $5a$ (σχήμα 8.9) μπορεί να θεωρηθεί ότι διανοίγεται ως μεμονωμένη εκσκαφή. Έτσι, δύο ίδια κυκλικά ανοίγματα που εξορύσσονται σε υδροστατικό πεδίο και τα κέντρα τους βρίσκονται σε απόσταση μεγαλύτερη από $6a$ μπορούν να θεωρηθούν ως μεμονωμένες εκσκαφές (σχήμα 8.9).



Σχήμα 8.9. Ζώνες επιρροής ίδιων κυκλικών ανοιγμάτων σε υδροστατικό εντατικό πεδίο.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 8.10 η μεγάλης διαμέτρου κυκλική εκσκαφή (2) επηρεάζει τη μικρής διαμέτρου εκσκαφή (1), το αντίθετο όμως δεν ισχύει. Αυτό σημαίνει ότι εφόσον γίνει πρώτα η διάνοιξη του ανοίγματος (2) τότε για τον υπολογισμό της συμπεριφοράς της διάνοιξης (1) θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η ύπαρξη του ανοίγματος (2). Αντίθετα, εφόσον προηγηθεί η διάνοιξη του ανοίγματος (1) αυτό δε θα πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά το σχεδιασμό της διάνοιξης (2). Και στις δύο περιπτώσεις η διάνοιξη (1) θα επηρεασθεί πριν ή μετά την εκσκαφή από τη διάνοιξη (2).



Σχήμα 8.10. Ζώνες επιρροής κυκλικών ανοιγμάτων διαφορετικών διαστάσεων σε υδροστατικό εντατικό πεδίο.

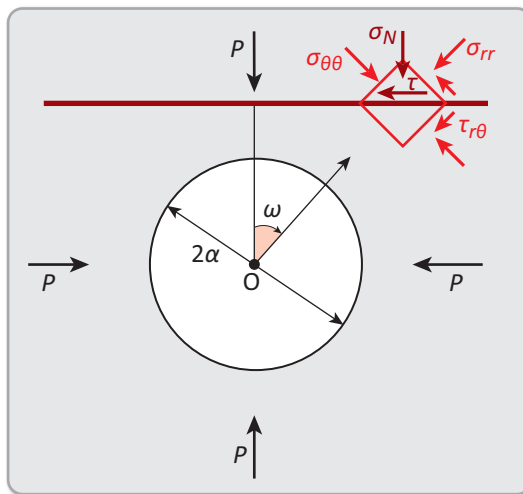
8.7 Επίδραση των επιπέδων αδυναμίας στην κατανομή τάσεων

Μελετάται η επίδραση των επιπέδων αδυναμίας (ασυνεχειών) στην κατανομή τάσεων γύρω από κυκλικά ανοίγματα, με την παραδοχή ότι δεν έχουν εφελκυστική αντοχή και ότι η διατμητική τους αντοχή δίνεται από το γραμμικό νόμο Mohr-Coulomb.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 8.11, κυκλικό άνοιγμα ορύσσεται σε υδροστατικό εντατικό πεδίο, κοντά σε επίπεδο αδυναμίας το οποίο δεν τέμνει το άνοιγμα. Οι ορθές και διατμητικές τάσεις στο επίπεδο αδυναμίας δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \frac{1}{2}(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) + \frac{1}{2}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})\cos 2\omega \Rightarrow \\ \sigma_n &= P \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \cos 2\omega \right) \\ \tau &= \tau_{r\theta} \cos 2\omega - \frac{1}{2}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})\sin 2\omega \Rightarrow \\ \tau &= P \frac{a^2}{r^2} \sin 2\omega\end{aligned}\tag{8.25}$$

όπου: ω : η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της καθέτου από το κέντρο του κυκλικού ανοίγματος στο επίπεδο αδυναμίας και την ευθεία που ορίζει τη θέση του υπό εξέταση σημείου.



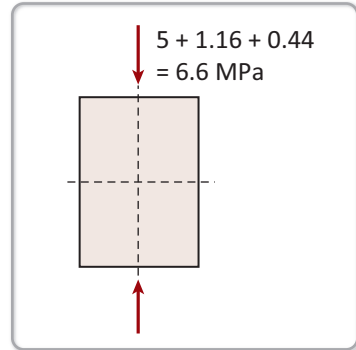
Σχήμα 8.11. Επίπεδο αδυναμίας που διέρχεται κοντά από το κυκλικό άνοιγμα και δεν το τέμνει.

Έτσι, η συνολική εφαπτομενική τάση στο A είναι (σχήμα 8.32):

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta}^A &= \sigma_v + \Delta\sigma_{\theta}^{\alpha\rho} + \Delta\sigma_{\theta}^{\delta\epsilon\xi} \\ &= 5 + 1.16 + 0.44 \Rightarrow \\ \sigma_{\theta}^A &= 6.6 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσης σ_{θ}/σ_v στη θέση A είναι:

$$\frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_v} = \frac{6.6 \text{ MPa}}{5 \text{ MPa}} \Rightarrow \frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_v} = 1.32$$



Σχήμα 8.32. Εφαπτομενική τάση στη θέση A.

Άσκηση 8.14

Υπόγειο κυκλικό άνοιγμα διαμέτρου 3 m βρίσκεται 450 m κάτω από την επιφάνεια του εδάφους. Το μοναδιαίο βάρος της μάζας του πετρώματος είναι 26 kN/m^3 , ενώ η θλιπτική και η εφελκυστική αντοχή του είναι $\sigma_c = 60 \text{ MPa}$ και $\sigma_t = 3 \text{ MPa}$ αντίστοιχα. Θα ξεπερασθεί η αντοχή του πετρώματος στα όρια του ανοίγματος, αν:

(α1) $k=0.3$; (α2) $k=2.5$;

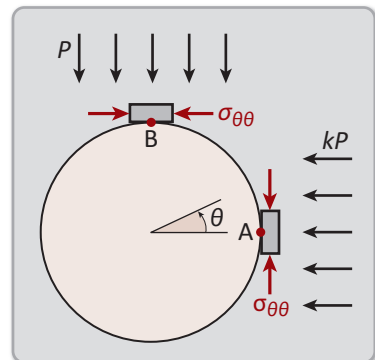
(β) Στη συνέχεια, μια δεύτερη κυκλική σήραγγα διαμέτρου 6 m ορύσσεται παράλληλα και στο ίδιο επίπεδο με την πρώτη, έτσι ώστε η απόσταση μεταξύ των κέντρων των δύο σηράγγων να είναι 11 m. Σχολιάστε τη σταθερότητα των σηράγγων για τις τάσεις πεδίου που δίνονται παραπάνω στα (α1) και (α2).

Λύση

Η κατακόρυφη συνιστώσα του επιτόπου εντατικού πεδίου δίνεται από τη σχέση (8.1):

$$\begin{aligned}P &= \sigma_v = \gamma h = 26 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 450 \text{ m} = 11700 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ &= 11.7 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Τα κρίσιμα υπό εξέταση σημεία της εκσκαφής είναι τα A και B (σχήμα 8.33). Στο όριο της εκσκαφής οι ακτινικές και διατμητικές τάσεις είναι μηδέν, ενώ οι εφαπτομενικές τάσεις δίνονται από:



Σχήμα 8.33. Κυκλικό άνοιγμα.

(α1) $k=0.3$:

Εφαρμόζοντας τη σχέση (8.11) στο σημείο A ($\theta=0^\circ$) :

$$\sigma_{\theta\theta}^A = P(3-k) = 11.7 \text{ MPa}(3-0.3) \Rightarrow \sigma_{\theta\theta}^A = 31.59 \text{ MPa} < \sigma_c$$

Εφαρμόζοντας τη σχέση (8.12) στο σημείο B ($\theta=90^\circ$) :

$$\sigma_{\theta\theta}^B = P(3k-1) = 11.7 \text{ MPa}(3 \cdot 0.3 - 1) \Rightarrow \sigma_{\theta\theta}^B = -1.17 \text{ MPa}$$

Η εφελκυστική τάση που αναπτύσσεται στο σημείο B είναι μικρότερη από την αντοχή σε εφελκυσμό

$$|\sigma_{\theta\theta}^B| = |-1.17 \text{ MPa}| = 1.17 \text{ MPa} < \sigma_t = 3 \text{ MPa}.$$

(α2) $k=2.5$:

Εφαρμόζοντας τη σχέση (8.11) στο σημείο A ($\theta=0^\circ$) :

$$\sigma_{\theta\theta}^A = P(3-k) = 11.7 \text{ MPa}(3-2.5) \Rightarrow \sigma_{\theta\theta}^A = 5.85 \text{ MPa} < \sigma_c$$

Εφαρμόζοντας τη σχέση (8.12) στο σημείο B ($\theta=90^\circ$) :

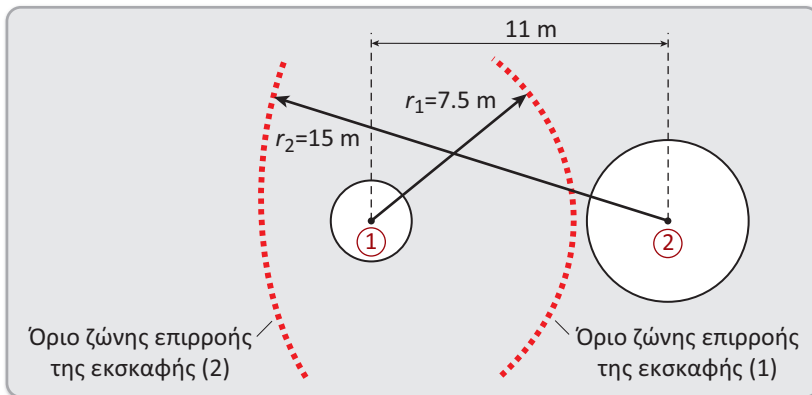
$$\sigma_{\theta\theta}^B = P(3k-1) = 11.7 \text{ MPa}(3 \cdot 2.5 - 1) \Rightarrow \sigma_{\theta\theta}^B = 76.05 \text{ MPa} > \sigma_c$$

Παρατηρείται ότι η αναπτυσσόμενη θλιπτική τάση υπερβαίνει τη θλιπτική αντοχή στη στέψη του ανοίγματος στην περίπτωση όπου $k=2.5$.

β) Αρχικά θα πρέπει να εξετάσουμε αν το κάθε άνοιγμα βρίσκεται στη ζώνη επιρροής του άλλου (σχήμα 8.34).

Ζώνη επιρροής εκσκαφής (1): $r_1 = 5a_1 = 5 \cdot 1.5 \text{ m} = 7.5 \text{ m}$

Ζώνη επιρροής εκσκαφής (2): $r_2 = 5a_2 = 5 \cdot 3 \text{ m} = 15 \text{ m}$



Σχήμα 8.34. Οι ζώνες επιρροής των παράλληλων κυκλικών ανοιγμάτων.

Η απόσταση μεταξύ των κέντρων των κυκλικών ανοιγμάτων είναι 11 m, οπότε όπως φαίνεται στο σχήμα 8.34, το άνοιγμα (1) επηρεάζεται από το (2). Αυτό σημαίνει ότι οι αναπτυσσόμενες τάσεις στο όριο της εκσκαφής (2) παραμένουν όπως αυτές που υπολογίσθηκαν στα προηγούμενα ερωτήματα, ενώ οι τάσεις στην εκσκαφή (1) θα πρέπει να υπολογισθούν με βάση τις επιτόπου τάσεις που προκαλούνται από την εκσκαφή (2) στη θέση του κέντρου της εκσκαφής (1). Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τη νέα εντατική κατάσταση θα υπολογισθούν οι αναπτυσσόμενες τάσεις στο όριο της εκσκαφής (1).

Εφαρμόζοντας τις σχέσεις του Kirsch (8.5)–(8.7) με $r=11\text{ m}$, $a=3\text{ m}$ και $\theta=180^\circ$:

► Για $k=0.3$:

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta\theta} &= \frac{P}{2} \left[(1+k) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + (1-k) \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \\ &= \frac{11.7}{2} \left[(1+0.3) \left(1 + \frac{3^2}{11^2} \right) + (1-0.3) \left(1 + \frac{3 \cdot 3^4}{11^4} \right) \cos(2 \cdot 180^\circ) \right] = \\ &= 5.85 \cdot (1.3 \cdot 1.074 + 0.7 \cdot 1.017 \cdot 1) \Rightarrow \sigma_{\theta\theta} = 12.33 \text{ MPa},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \frac{P}{2} \left[(1+k) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - (1-k) \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \\ &= \frac{11.7}{2} \left[(1+0.3) \left(1 - \frac{3^2}{11^2} \right) - (1-0.3) \left(1 - \frac{4 \cdot 3^2}{11^2} + \frac{3 \cdot 3^4}{11^4} \right) \cos(2 \cdot 180^\circ) \right] \\ &= 5.85 \cdot (1.3 \cdot 0.926 - 0.7 \cdot 0.72 \cdot 1) \Rightarrow \sigma_{rr} = 4.09 \text{ MPa},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_{r\theta} &= \frac{P}{2} (1-k) \left(1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta = \frac{11.7}{2} (1-0.3) \left(1 + \frac{2 \cdot 3^2}{11^2} - \frac{3 \cdot 3^4}{11^4} \right) \sin(2 \cdot 180^\circ) \\ &\Rightarrow \tau_{r\theta} = 0.\end{aligned}$$

Αφού δεν υπάρχουν διατμητικές τάσεις η νέα αρχική εντατική κατάσταση είναι:

$$\sigma'_v = 12.33 \text{ MPa} \quad \text{και} \quad \sigma'_h = 4.09 \text{ MPa}$$

με

$$k' = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \frac{4.09 \text{ MPa}}{12.33 \text{ MPa}} = 0.332$$

Οι νέες εφαπτομενικές τάσεις δίνονται από τις σχέσεις (8.11) και (8.12):

Σημείο Α ($\theta=0^\circ$):

$$\sigma_{\theta\theta}^A = P'(3-k') = 12.33 \text{ MPa}(3-0.332) \Rightarrow \sigma_{\theta\theta}^A = 32.90 \text{ MPa} < \sigma_c$$

Σημείο Β ($\theta=90^\circ$):

$$\sigma_{\theta\theta}^B = P'(3k'-1) = 12.33 \text{ MPa}(3 \cdot 0.332 - 1) \Rightarrow \sigma_{\theta\theta}^B = -0.05 \text{ MPa}$$

Η εφελκυστική τάση που αναπτύσσεται στο σημείο Β είναι μικρότερη από την αντοχή σε εφελκυσμό

$$|\sigma_{\theta\theta}^B| = |-0.05 \text{ MPa}| = 0.05 \text{ MPa} < \sigma_t = 3 \text{ MPa}.$$

► Ομοίως για $k=2.5$:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} &= \frac{P}{2} \left[(1+k) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + (1-k) \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \\ &= \frac{11.7}{2} \left[(1+2.5) \left(1 + \frac{3^2}{11^2} \right) + (1-2.5) \left(1 + \frac{3 \cdot 3^4}{11^4} \right) \cos(2 \cdot 180^\circ) \right] \\ &= 5.85 \cdot (3.5 \cdot 1.074 - 1.5 \cdot 1.017 \cdot 1) \Rightarrow \sigma_{\theta\theta} = 13.07 \text{ MPa}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{P}{2} \left[(1+k) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - (1-k) \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] = \\ &= \frac{11.7}{2} \left[(1+2.5) \left(1 - \frac{3^2}{11^2} \right) - (1-2.5) \left(1 - \frac{4 \cdot 3^2}{11^2} + \frac{3 \cdot 3^4}{11^4} \right) \cos(2 \cdot 180^\circ) \right] \\ &= 5.85 \cdot (3.5 \cdot 0.926 + 1.5 \cdot 0.72 \cdot 1) \Rightarrow \sigma_{rr} = 25.28 \text{ MPa}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta} &= \frac{P}{2} (1-k) \left(1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta = \frac{11.7}{2} (1-3.5) \left(1 + \frac{2 \cdot 3^2}{11^2} - \frac{3 \cdot 3^4}{11^4} \right) \sin(2 \cdot 180^\circ) \\ &\Rightarrow \tau_{r\theta} = 0. \end{aligned}$$

Αφού δεν υπάρχουν διατμητικές τάσεις η νέα αρχική εντατική κατάσταση είναι:

$$\sigma'_v = 13.07 \text{ MPa} \text{ και } \sigma'_h = 25.28 \text{ MPa}$$

με

$$k' = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \frac{25.28 \text{ MPa}}{13.07 \text{ MPa}} = 1.934$$

Οι νέες εφελκυστικές τάσεις δίνονται από τις σχέσεις (8.11) και (8.12):

Σημείο A ($\theta=0^\circ$):

$$\sigma_{\theta\theta}^A = P'(3-k') = 13.07 \text{ MPa}(3-1.934) \Rightarrow \sigma_{\theta\theta}^A = 13.93 \text{ MPa} < \sigma_c$$

Σημείο B ($\theta=90^\circ$):

$$\sigma_{\theta\theta}^B = P'(3k'-1) = 13.07 \text{ MPa}(3 \cdot 1.934 - 1) \Rightarrow \sigma_{\theta\theta}^B = 62.76 \text{ MPa} > \sigma_c$$

Παρατηρείται, ότι η αναπτυσσόμενη θλιπτική τάση υπερβαίνει τη θλιπτική αντοχή στη στέψη του ανοίγματος (1) στην περίπτωση όπου $k=2.5$. ◆

Άσκηση 8.15

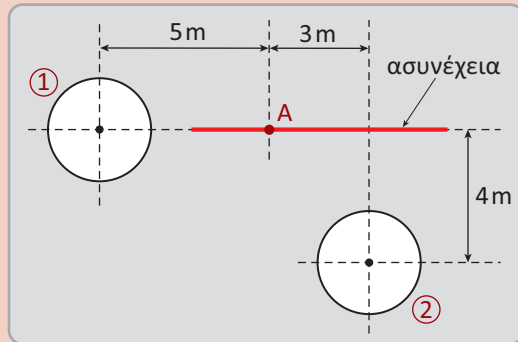
Στο σχήμα 8.35 φαίνονται οι θέσεις δύο παράλληλων οριζόντιων σηράγγων κυκλικής διατομής διαμέτρου 3 m η κάθε μία. Το αρχικό εντατικό πεδίο στην περιοχή των σηράγγων είναι

$$\sigma_x = 11 \text{ MPa},$$

$$\sigma_y = 11 \text{ MPa}.$$

(α) Να υπολογισθούν οι κύριες τάσεις και ο προσανατολισμός τους στη θέση A.

(β) Οριζόντια ασυνέχεια διέρχεται από το σημείο A, της οποίας η αντίσταση σε ολίσθηση οφείλεται μόνο στην γωνία εσωτερικής τριβής $\varphi=20^\circ$. Να εξετασθεί αν θα συμβεί ολίσθηση κατά μήκος της ασυνέχειας στη θέση A.



Σχήμα 8.35. Σχετική θέση των παράλληλων κυκλικών ανοιγμάτων.

Λύση

(α) Αφού δεν υπάρχουν διατμητικές τάσεις στην αρχική εντατική κατάσταση, ισχύει:

$$\sigma_v = \sigma_y = 11 \text{ MPa} \text{ και } \sigma_h = \sigma_x = 11 \text{ MPa}$$

Για να καθορισθεί η εντατική κατάσταση στη θέση A, εφαρμόζονται οι σχέσεις του Kirsch για κάθε εκσκαφή, με παραμέτρους

$$P = \sigma_v = 11 \text{ MPa}, \quad k=1, \quad a=1.5 \text{ m}, \quad r=5 \text{ m},$$

$$\theta_k^{(1)} = 0^\circ \text{ για τη σήραγγα (1) και } \theta_k^{(2)} = 126.87^\circ \text{ για τη σήραγγα (2).}$$

Στη συνέχεια θα γίνει υπέρθεση των αποτελεσμάτων.

Ευρετήριο όρων

αντοχή σε εφελκυσμό του άρρηκτου πετρώματος	67, 114, 134, 139, 141, 167, 169, 170, 172, 175, 176, 181, 182, 184 199, 201, 202
αντοχή σε εφελκυσμό της βραχομάζας	114, 135
αντοχή σε μονοαξονική θλίψη του άρρηκτου πετρώματος	105-108, 112-114, 121, 134-136, 138, 141, 142, 151, 167, 175, 176, 181, 214, 215, 223, 229, 233, 235-237, 239-241, 244
αντοχή σε μονοαξονική θλίψη της βραχομάζας	135, 223, 228, 229, 240-243
αντοχή του σύλου	157, 190, 191, 195, 196, 197
αποκλίνων τανυστής - αποκλίνουσες τάσης	18, 38, 39
γωνία εσωτερικής τριβής	111, 113, 127, 136, 138, 142, 158, 185, 188, 228, 251, 253, 255
δακτύλιος υποστήριξης	150, 151, 152, 172, 173, 174, 256, 257, 258, 259
δέλτα του kronecker	8, 12
δείκτης σημειακής φόρτισης	215, 234, 238, 239
διάγραμμα τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης	107, 108
διάνυσμα	5, 6, 8-10, 13, 15-18, 21-23, 29, 31-35, 41, 44, 48, 49, 51, 52, 59, 63, 69, 70, 72-75, 78, 79, 84, 93, 113, 115, 116, 125, 203
διάνυσμα τάσης	15, 19, 21, 22, 47, 49, 52, 69, 70, 71, 73
ελαστική συμπεριφορά	91, 93, 109, 256, 257
ελλειπτικό άνοιγμα – διατομή	152, 153, 175-178
επίπεδο ασυνέχειας	47, 67, 69-73, 113, 118, 119, 127, 128, 131, 132, 203, 204, 209
ζώνη επιρροής εκσκαφής	153, 182
ηλεκτρικά μηκυνσιόμετρα	79, 88, 89, 96
καμπύλη αντίδρασης υποστήριξης	247, 248, 257, 258, 259

καμπύλη αποφόρτισης πετρώματος	247, 248, 257, 258, 259
κατακόρυφη συνιστώσα του επιτόπου ε- ντατικού πεδίου	145, 148, 152, 156, 169, 175, 176, 181, 189, 190, 191, 195, 197, 244
κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb για το άρρηκτο πέτρωμα	111-129, 131-136, 140, 141, 144, 177, 251, 252
κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb για βρα- χομάζα	113, 135, 136, 228, 229, 235
κριτήριο αστοχίας Hoek-Brown για το άρ- ρηκτο πέτρωμα	113, 114, 137, 139-144
κριτήριο αστοχίας Hoek-Brown για βραχο- μάζα	114, 135, 137, 138, 229, 242, 243
κυκλικό άνοιγμα – διατομή	147, 150, 155, 160, 161, 163, 166-168, 175-178, 181, 185, 188, 257
κύκλος του Mohr	44, 45, 46, 53, 58, 61, 65, 67, 75, 115-120, 122, 126, 128, 132, 133, 177
κύριες τάσεις	17, 18, 29, 31, 37, 38, 39, 42, 43, 46, 49, 50, 53, 58, 61, 65, 94, 97, 105, 122, 124, 125, 128, 131, 141, 161, 162, 163, 166, 171, 185, 188
κύριες τροπές	78, 79, 84, 85, 87, 88, 89, 90, 97, 98, 103, 104, 105
λόγος απόληψης	157, 195, 196
λόγος του Poisson	95, 97, 99, 105, 106, 147, 169, 257
μέθοδος θαλάμων και στύλων	156, 159, 190, 191, 192, 194, 195, 196, 197, 199, 242
μέση αξονική τάση που δέχεται ο στύλος	156, 157, 190, 191, 195, 197, 244
μέτρο διάτμησης	92, 148, 257
μέτρο ελαστικότητας	92, 94, 95, 96, 97, 99, 101, 102, 103, 105, 107, 109, 120, 159, 231, 241
μέτρο παραμορφωσιμότητας της βραχομά- ζας	230, 235, 236, 240, 241, 242
μοναδιαίο βάρος	146, 158, 159, 160, 175, 176, 181, 188, 190, 191, 195, 196, 233, 238, 242, 248, 249, 253, 255
ογκομετρικός αριθμός των ασυνεχειών	214, 232, 233
πίεση πόρων	119, 121

πίνακας συνημίτονων κατεύθυνσης	6, 10, 12, 17, 24, 26, 78, 83
σταθερές (αναλλοίωτες) τάσης	18, 31
σταθερές (αναλλοίωτες) τροπής	78
σταθερά του Lamé	92
σταθερά Hoek-Brown για το άρρηκτο πέ- τρωμα	114, 134, 135, 138, 139, 142, 143, 229, 230, 241-243
σταθερά Hoek-Brown για τη βραχομάζα	114, 135, 229, 230, 242-244
στερεογραφική(ημισφαιρική) προβολή ασυνέχειας	203, 204, 206, 207, 209
συντελεστής εσωτερικής τριβής	111, 113
συντελεστής πλευρικών τάσεων	146, 160, 175, 237
συντελεστής ασφαλείας	151, 159, 169, 170, 171, 172, 173, 175, 190, 191, 195, 197, 199, 201, 243, 249, 253, 255
συνοχή	111-113, 121, 127, 131, 136, 138, 158, 188, 228, 229, 236, 250, 251, 253, 255
συχνότητα ασυνεχειών	233, 234
τανυστής τάσης	15-17, 19, 21-25, 28, 29, 31, 37-39, 42, 48, 55, 56, 69-71, 161, 162
τανυστής τροπής (ανηγμένης παραμόρφω- σης)	77, 78, 81-84, 88, 89, 103
τάση κοχλίωσης	248
υδροστατικό πεδίο	149, 153, 155, 161, 169, 188, 256,
φέρουσα ικανότητα δαπέδου στήριξης του στύλου	158, 159, 197, 198
φρέαρ	151, 152, 169-174
GSI	114, 134, 226, 227, 230, 241,
Kirsch	147, 162, 164, 166, 183, 185
NGI - Q	218, 236, 237, 238
RMi	223, 230, 239, 240
RMR	214, 217, 228, 229, 230, 233, 235, 243,
RQD	213, 214, 218, 231, 232, 233.