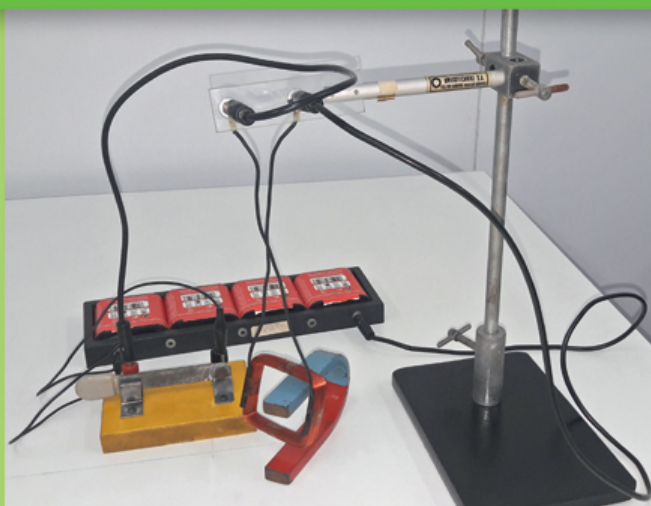
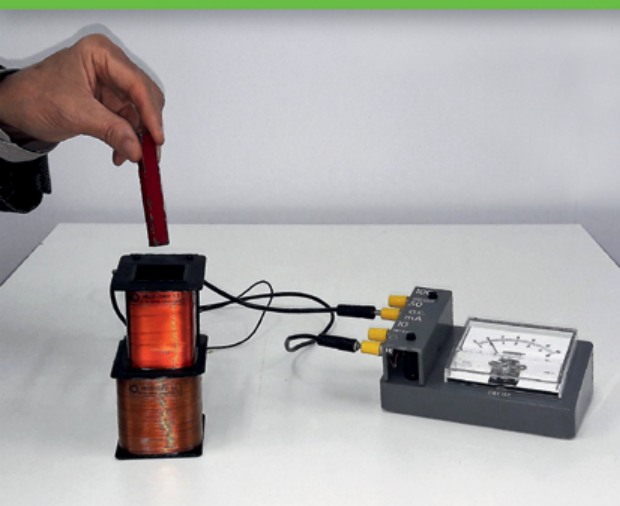


Βασίλης Τσούνης

# Φυσική Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

## Ηλεκτρομαγνητισμός



Ομάδες Προσανατολισμού

Θετικών Σπουδών | Σπουδών Υγείας

ISBN 978-960-456-543-6

© Copyright, Μάρτιος 2020, Εκδόσεις Ζήτη, Βασιλης Τσουνής

---

*Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις του ελληνικού νόμου (Ν.2121/1993 όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής άδειας του εκδότη κατά οποιοδήποτε τρόπο ή μέσο αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή (ηλεκτρονική, μηχανική ή άλλη) και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.*

---

Διεύθυνση Συγγραφέα:

Βασιλης Τσουνής: Γρηγορίου Λαμπράκη 2, ΤΚ 30132, Αγρίνιο

Τηλέφωνα: 2641058109 και 6946448496

[http:// www.btsounis.gr](http://www.btsounis.gr)

email: [mail@btsounis.gr](mailto:mail@btsounis.gr) και [basilis.tsounis1@gmail.com](mailto:basilis.tsounis1@gmail.com)

**Φωτοστοιχειοθεσία**

**Εκτύπωση**

**Βιβλιοδεσία**

**Π. ΖΗΤΗ & Σια Ι.Κ.Ε.**

18<sup>ο</sup> χλμ Θεσσαλονίκης - Περαιάς

Τ.Θ. 4171 • Περαιά Θεσσαλονίκης • Τ.Κ. 570 19

Τηλ.: 2392.072.222 - Fax: 2392.072.229 • e-mail: [info@ziti.gr](mailto:info@ziti.gr)



**BIBLIOΠΩΛΕΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ:**

Αρμενοπούλου 27 - 546 35 Θεσσαλονίκη • Τηλ.: 2310-203.720 • Fax 2310-211.305

e-mail: [sales@ziti.gr](mailto:sales@ziti.gr)

**BIBLIOΠΩΛΕΙΟ ΑΘΗΝΩΝ:**

Χαριλάου Τρικούπη 22 - Τ.Κ. 106 79, Αθήνα • Τηλ.-Fax: 210-3816.650

e-mail: [athina@ziti.gr](mailto:athina@ziti.gr)

**ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ:** [www.ziti.gr](http://www.ziti.gr)

## Πρόλογος

---

Το βιβλίο αυτό έρχεται να καλύψει τις ανάγκες των μαθητών και καθηγητών μετά την εισαγωγή του Ηλεκτρομαγνητισμού στην εξεταστέα ύλη της Γ΄ Λυκείου.

Το βιβλίο γράφτηκε με στόχο να καλύψει κάθε πτυχή του ηλεκτρομαγνητισμού σε όλες της εκφράσεις της διδασκαλίας του και διδακτικής επικοινωνίας με στόχο την μέγιστη κατανόησή του από τους μαθητές.

Όπως και τα προηγούμενα βιβλία μου απευθύνεται:

- στον απαιτητικό καθηγητή που ως δάσκαλος προσπαθεί και αγωνιά για καλύτερη και σφαιρική προετοιμασία των μαθητών του,
- στους φιλόδοξους και απαιτητικούς μαθητές, που αναζητούν όλο το εύρος των φαινομένων και επιδιώκουν στέρεες βάσεις για τις μετέπειτα πανεπιστημιακές σπουδές τους.

Ο ηλεκτρομαγνητισμός παρουσιάζεται σε πέντε ενότητες [Μαγνητικά πεδία ρευματοφόρων αγωγών, Δύναμη Laplace, Επαγωγή, Εναλλασσόμενα ρεύματα - 9 κριτήρια αξιολόγησης] και σε κάθε ενότητα υπάρχουν:

- αναλυτική θεωρία,
- μεθοδολογία επίλυσης ασκήσεων και πλήθος εφαρμογών με αναλυτικά λυμένα προβλήματα,
- βοηθητικά θέματα κατανόησης της θεωρίας και επίλυσης προβλημάτων,
- ερωτήσεις πολλαπλής εφαρμογής,
- ερωτήσεις κατανόησης με τη μορφή του 2ου θέματος των εξετάσεων,
- ασκήσεις και προβλήματα πλήρως ομαδοποιημένα με όλες της δυνατές υποδιαιρέσεις της ύλης που εξετάζουν,
- πλήθος από συνδυαστικά προβλήματα του ηλεκτρομαγνητισμού με τα υπόλοιπα κεφάλαια και κυρίως τη μηχανική του στερεού και τις ταλαντώσεις,
- εννιά τρίωρα κριτήρια αξιολόγησης στη μορφή και δομή των εξετάσεων,
- απαντήσεις των ερωτήσεων και προβλημάτων.

Οι αναλυτικές απαντήσεις είναι ανηρτημένες στην ιστοσελίδα [www.btsounis.gr](http://www.btsounis.gr)

Αν το βιβλίο βοηθήσει τους μαθητές και καθηγητές που προσπαθούν και επιμένουν, θα είναι μια στοιχειώδης δικαίωση της προσπάθειας συγγραφής του.

Το βιβλίο είναι γραμμένο σε 4 ενότητες και ένα σύνολο 9 τρίωρων κριτηρίων αξιολόγησης.

Όλες οι ενότητες περιέχουν:

- πλήρη ανάπτυξη και ανάλυση της θεωρίας
- παρατηρήσεις – επεξηγήσεις – ανάπτυξη ειδικών θεμάτων κατανόησης των φαινομένων
- γενική και ειδική μεθοδολογία
- λυμένα παραδείγματα – εφαρμογές
- ... και ερωτήσεις κλειστού τύπου, ερωτήσεις κατανόησης, ασκήσεις - προβλήματα και κριτήρια αξιολόγησης ως ακολούθως:

	Λυμένα παραδείγματα – εφαρμογές	Ερωτήσεις κλειστού τύπου	Ερωτήσεις κατανόησης	Ασκήσεις και προβλήματα
1. Μαγνητικά πεδία	12	21	25	52
2. Δυνάμεις Laplace	15	18	19	49
3. Επαγωγή	16	25	20	81
4. Εναλλασσόμενο ρεύμα	9	16	15	28
<i>Σύνολο</i>	52	80	79	210
<i>Γενικό Σύνολο</i>	421			
9 Κριτήρια Αξιολόγησης	$1 \times 4 = 4$ (1 ανά ενότητα) , 3 επαναληπτικά στον ηλεκτρομαγνητισμό 2 συνδυαστικά με ηλεκτρομαγνητισμό, στερεό και ταλαντώσεις			

**Συνολικά :**    52 Λυμένα παραδείγματα,    80 Ερωτήσεις κλειστού τύπου,  
                          79 Ερωτήσεις κατανόησης,    210 Ασκήσεις και προβλήματα

## Περιεχόμενα

### A. Μαγνητικά πεδία ρευματοφόρων αγωγών

1.1 Μαγνητικό πεδίο .....	11
1.2 Μαγνητικό πεδίο ρευματοφόρου αγωγού .....	13
1.3 Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου αγωγού απείρου μήκους .....	14
1.4 Μαγνητικό πεδίο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού .....	15
1.5 Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς πηνίου .....	17
1.6 Το μη συντηρητικό του μαγνητικού πεδίου .....	19
1.7 Η ύλη μέσα σε μαγνητικό πεδίο .....	19
1.8-A Ευθύγραμμοι ρευματοφόροι αγωγοί – Μεθοδολογία .....	22
1.8.1-1.8.5 Εφαρμογές – Λυμένα θέματα .....	22 - 28
1.8-B Κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός – Μεθοδολογία .....	29
1.8.6-1.8.9 Εφαρμογές – Λυμένα θέματα .....	30 - 34
1.8-Γ Ρευματοφόρο σωληνοειδές πηνίο – Μεθοδολογία .....	35
1.8.10-1.8.12 Εφαρμογές – Λυμένα θέματα .....	35 - 37
<i>Δραστηριότητες – Εξάσκηση</i> .....	38 - 72

### B. Δυνάμεις Laplace

2.1 Η δύναμη Laplace σε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό .....	75
2.2 Δυνάμεις μεταξύ παραλλήλων ρευματοφόρων αγωγών .....	76
2.3-A Μεθοδολογία στις δυνάμεις Laplace – Εφαρμογές .....	78
2.3.1-2.3.4 Εφαρμογές – Λυμένα θέματα .....	79 - 84
2.3-B Σύστημα ρευματοφόρων αγωγών καθέτων σε μαγνητικό πεδίο .....	85
2.3.5-2.3.8 Εφαρμογές – Λυμένα θέματα – Ειδικά θέματα .....	85 - 88
2.3-Γ Σύστημα ρευματοφόρων αγωγών σε ομοεπίπεδο μαγνητικό πεδίο .....	89
2.3.9-2.3.14 Εφαρμογές – Λυμένα θέματα – Ειδικά θέματα .....	89 - 93
2.3-Δ Από τη δύναμη Laplace στη δύναμη σε κινούμενο φορτίο .....	94
2.3-Ε Εργαστηριακή άσκηση μέτρησης της δύναμης Laplace .....	95
<i>Εξάσκηση – Δραστηριότητες</i> .....	98 - 134

### Γ. Επαγωγή

3.1 Το εμβαδόν μιας επιφάνειας ως διάνυσμα .....	137
3.2 Η Μαγνητική Ροή .....	137
3.3 Νόμος της Ηλεκτρομαγνητικής Επαγωγής – Νόμος Faraday .....	141
3.4 Το επαγωγικό ρεύμα και επαγωγικό φορτίο .....	143
3.5 Ο κανόνας του Lenz .....	144

3.5-A	Η αξιοποίηση του «μείον» στο νόμο Faraday .....	146
3.6	Μεθοδολογία – Εφαρμογές – Βοηθητικά και Ειδικά Θέματα .....	150
3.6-A	Τρόποι παραγωγής ΗΕΔ από επαγωγή σε πλαίσιο .....	150
3.6-B	Επαγωγή σε πλαίσιο – Γενική Μεθοδολογία .....	150
	3.6-1-3.6.7 Εφαρμογές – Λυμένα παραδείγματα .....	151 - 162
3.6-Γ	Το φαινόμενο της επαγωγής σε ευθύγραμμο αγωγό που μεταφέρεται .....	163
3.6-Δ	Το φαινόμενο της επαγωγής σε καμπυλόγραμμο αγωγό που μεταφέρεται .....	165
	3.6.8 Εφαρμογή – Λυμένο παράδειγμα .....	166
3.6-E	Επαγωγή: Η οριακή ταχύτητα στη μεταφορική κίνηση αγωγού .....	168
	3.6-9-3.6.13 Εφαρμογές – Λυμένα παραδείγματα .....	171 - 183
3.6-Στ	Το φαινόμενο της επαγωγής σε αγωγό που στρέφεται .....	184
	3.6-14-3.6.15 Εφαρμογές – Λυμένα παραδείγματα .....	185 - 189
3.6-Z	Επαγωγή σε είσοδο και έξοδο πλαισίου σε ομογενές μαγνητικό πεδίο – Εφαρμογές .....	189
	<i>Δραστηριότητες – Εξάσκηση</i> .....	195 - 248

#### **Δ. Εναλλασσόμενα Ρεύματα**

---

4.1	Εναλλασσόμενη τάση .....	251
4.2	Εναλλασσόμενο ρεύμα σε αντιστάτη .....	253
4.3	Το φορτίο στο εναλλασσόμενο ρεύμα .....	254
4.4	Ενεργός ένταση – Ενεργός τάση στο εναλλασσόμενο ρεύμα .....	254
4.5	Ο νόμος $\Omega h m$ σε αντιστάτη που διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα ....	255
4.6	Ενέργεια και ισχύς εναλλασσομένου ρεύματος σε αντιστάτη .....	256
4.7-A	Μεθοδολογία στις ασκήσεις παραγωγής εναλλασσόμενης τάσης .....	259
	4.7.1- 4.7.2 Εφαρμογές – Λυμένα παραδείγματα .....	260 - 262
4.7-B	Μεθοδολογία στην σύνθεση ρευμάτων στον ίδιο αντιστάτη .....	262
	4.7.3- 4.7.5 Εφαρμογές – Λυμένα παραδείγματα .....	263 - 265
4.7-Γ	Αρμονικό ρεύμα και στρεφόμενο διάνυσμα – Βοηθητικό θέμα .....	266
4.7-Δ	Το στρεφόμενο διάνυσμα στη σύνθεση ρευμάτων – Βοηθητικό θέμα ....	267
	4.7.6- 4.7.7 Εφαρμογές – Λυμένα παραδείγματα .....	268 - 270
4.7-E	Τα χαρακτηριστικά λειτουργίας ηλεκτρικής συσκευής .....	271
	4.7.8 Εφαρμογή – Λυμένο παράδειγμα .....	272
4.7-Στ	Ταλάντωση – Επαγωγή και Εναλλασσόμενα – Εφαρμογή .....	273
	<i>Δραστηριότητες – Εξάσκηση</i> .....	278 - 296

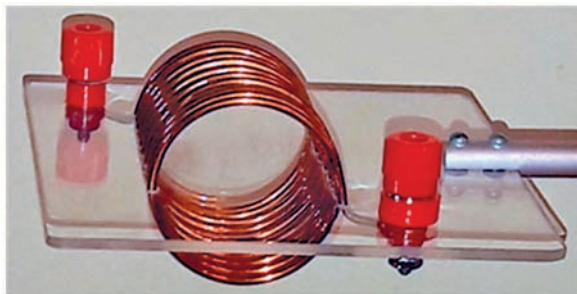
#### **Ε. Κριτήρια αξιολόγησης** .....

---

#### **Στ. Απαντήσεις** .....

---

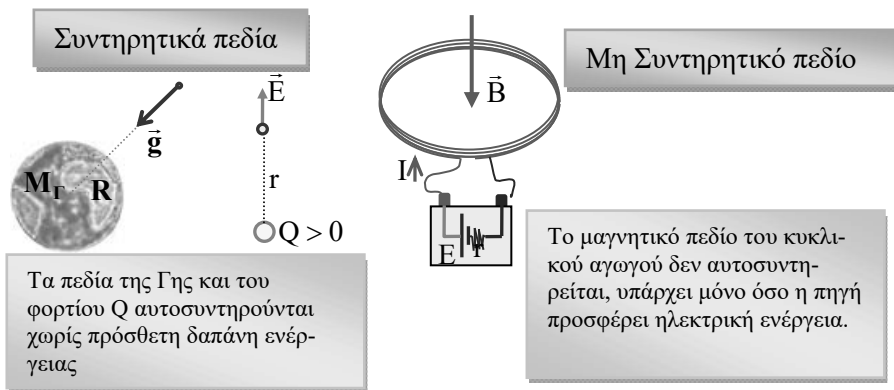
## Α. Μαγνητικά πεδία ρευματοφόρων αγωγών



Σωληνοειδή πηνία σε σχολικό εργαστήριο.

### 1.6 Το μη συντηρητικό του μαγνητικού πεδίου

Σε αντίθεση με το **ηλεκτροστατικό πεδίο** και το **γήινο βαρυτικό πεδίο** που είναι **συντηρητικά** πεδία (αυτοσυντηρούνται χωρίς πρόσθετη δαπάνη ενέργειας) το **μαγνητικό πεδίο των ρευματοφόρων αγωγών** είναι **μη συντηρητικό** και για συντηρηθεί (διατηρηθεί) απαιτείται δαπάνη ενέργειας για την ύπαρξη ηλεκτρικού ρεύματος που είναι και η αιτία δημιουργίας του. Αν κόψουμε την τροφοδοσία με ηλεκτρικό ρεύμα (προσφορά ηλεκτρικής ενέργειας) σταματάει και η ύπαρξη του μαγνητικού πεδίου.



### 1.7 Η ύλη μέσα σε μαγνητικό πεδίο

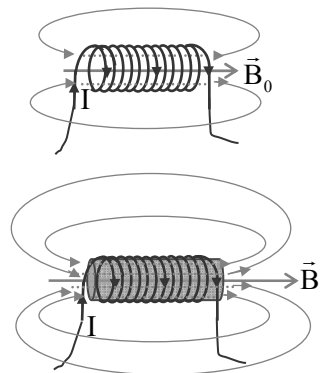
Ένα ρευματοφόρο σωληνοειδές που στο εσωτερικό του δεν υπάρχει κάποιο υλικό έχει ένταση μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}_0$  με μέτρο

$$B_0 = K_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} I.$$

Αν τώρα στο εσωτερικό του σωληνοειδούς βάλουμε ένα κύλινδρο από μαλακό σίδηρο η ένταση του μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$  αυξάνεται πάρα πολύ  $B \gg B_0$ .

Το πηλίκο  $\mu = \frac{B}{B_0}$  ονομάζεται **μαγνητική δια-**

**περατότητα** του υλικού και δείχνει πόσες φορές αυξάνεται η ένταση ενός μαγνητικού πεδίου από τη παρουσία κάποιου υλικού. Η αύξηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου χωρίς την αύξηση της έντασης ρεύματος εξηγείται ως εξής:



σχ.1

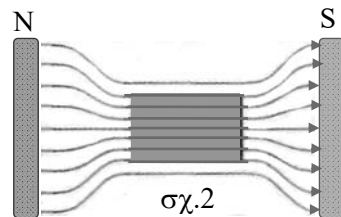


Στο εσωτερικό κάθε υλικού υπάρχουν στοιχειώδη κυκλικά ρεύματα, που δημιουργούνται από την περιφορά των ηλεκτρονίων γύρω από τους πυρήνες των ατόμων του υλικού. Τα κυκλικά αυτά ρεύματα δημιουργούν μαγνητικά πεδία που το καθένα ισοδυναμεί με ραβδόμορφο μαγνήτη οι οποίοι όμως έχουν τυχαίο προσανατολισμό και στα αμαγνήτιστα υλικά αναιρούνται<sup>2</sup>. Όταν το υλικό τίθεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο οι ανωτέρω ισοδύναμοι μαγνήτες των κυκλικών ρευμάτων των ηλεκτρονίων κάθε περιοχής του υλικού προσανατολίζονται με την υπάρχουσα ένταση του μαγνητικού πεδίου και έτσι αυξάνουν το μέτρο της. Στην περίπτωση αυτή **το υλικό στο οποίο έγινε προσανατολισμός των στοιχειωδών ραβδόμορφων μαγνητών των κυκλικών ρευμάτων των ηλεκτρονίων του λέμε ότι μαγνητίσθηκε.**

Γενικά τα μεταλλικά σώματα ή κράματα αυτών αν τα βάλουμε μέσα σε μαγνητικό πεδίο ανάλογα με το βαθμό που μαγνητίζονται τροποποιούν και το μαγνητικό πεδίο περισσότερο ή λιγότερο και χωρίζονται στις παρακάτω κατηγορίες.

- α. Τα **σιδηρομαγνητικά υλικά** έχουν  $\mu \gg 1$  και όταν τοποθετηθούν μέσα στο μαγνητικό πεδίο **μαγνητίζονται** και αυξάνουν πάρα πολύ την υπάρχουσα ένταση του μαγνητικού πεδίου. Σιδηρομαγνητικά υλικά είναι ο σίδηρος, το νικέλιο και το κοβάλτιο.
- β. Τα **παραμαγνητικά υλικά** που έχουν μαγνητική διαπερατότητα **μ λίγο μεγαλύτερη της μονάδας** όταν τοποθετηθούν μέσα στο μαγνητικό πεδίο υφίστανται **ασθενή μαγνήτιση** και αυξάνουν πολύ λίγο την υπάρχουσα ένταση του μαγνητικού πεδίου. Παραμαγνητικά υλικά είναι το αργίλιο, ασβέστιο, χρώμιο, μαγνήσιο.
- γ. Τα **διαμαγνητικά υλικά** που έχουν μαγνητική διαπερατότητα **μ λίγο μικρότερη της μονάδας** όταν τοποθετηθούν μέσα στο μαγνητικό πεδίο δεν μαγνητίζονται και μειώνουν λίγο την υπάρχουσα ένταση του μαγνητικού πεδίου. Διαμαγνητικά υλικά είναι ο χαλκός, χρυσός, άργυρος, μόλυβδος, διαμάντι, άνθρακας.

Με την εισαγωγή υλικού και δη σιδηρομαγνητικού υλικού σε χώρο ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου αρχικής έντασης  $\vec{B}_0$ , το υλικό μαγνητίζεται και στην περιοχή του η ένταση γίνεται  $B \gg B_0$ . Επειδή και στο μαγνητικό πεδίο η πυκνότητα δυναμικών γραμμών είναι ανάλογη με το μέτρο της έντασης  $B$ , το αρχικό μαγνητικό φάσμα παραμορφώνεται με την πυκνότητα των δυναμικών γραμμών μέσα από το υλικό να

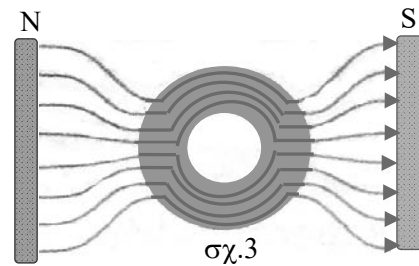


σχ.2

<sup>2</sup> Στους μόνιμους μαγνήτες οι ισοδύναμοι των μαγνητικών πεδίων των κυκλικών ρευμάτων μαγνήτες έχουν δεδομένο προσανατολισμό.

αυξάνεται με τις δυναμικές γραμμές να παραμορφώνονται ώστε πολύ περισσότερες να διέρχονται μέσα από το υλικό (σχήμα 2).

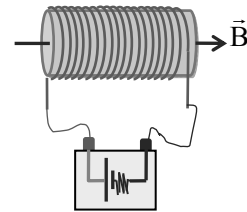
Έστω ότι τώρα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο βάζουμε ένα σιδηρομαγνητικό υλικό με κοίλωμα στο εσωτερικό του. Οι δυναμικές γραμμές πυκνώνουν διέρχονται μέσα από το σιδηρομαγνητικό υλικό (όπως στο σχήμα 3) χωρίς να περνούν μέσα από το κοίλο μέρος, κάτι που δηλώνει ότι στο κοίλο τμήμα δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο.



σχ.3

Έτσι επιτυγχάνουμε την λεγόμενη **μαγνητική θωράκιση** που είναι χρήσιμη σε πολλές διατάξεις που πρέπει να είναι προστατευμένες από μαγνητικά πεδία.

Αν μέσα σε σωληνοειδές που τροφοδοτείται από συνεχές ρεύμα βάλουμε κάποιο σιδηρομαγνητικό υλικό (σχήμα 4) αυτό μαγνητίζεται και η ένταση του μαγνητικού πεδίου αυξάνεται πάρα πολύ. Για παράδειγμα αν βάλουμε μαλακό σίδηρο με  $\mu=15000$  η αρχική ένταση  $B_0$  γίνεται  $B=15000B_0$ . Η ανωτέρω διάταξη είναι η πιο απλή μορφή **ηλεκτρομαγνήτη**.



σχ.4

Αν τώρα κόψουμε το ηλεκτρικό ρεύμα ο μαλακός σίδηρος χάνει τις μαγνητικές του ιδιότητες ενώ αν ήταν χάλυβας θα διατηρούσε την μαγνήτιση που απέκτησε.

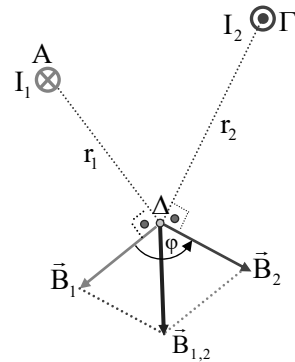
## 1.8 Μεθοδολογία -Εφαρμογές – Βοηθητικά και Ειδικά Θέματα

### 1.8-A Ευθύγραμμοι ρευματοφόροι αγωγοί - Μεθοδολογία

Το βασικό ερώτημα σε σύνολο ρευματοφόρων αγωγών είναι η εύρεση της έντασης  $\vec{B}$  του σύνθετου μαγνητικού πεδίου των αγωγών.

Το καθοριστικό τμήμα της μεθοδολογίας στην περίπτωση αυτή είναι ο κατάλληλος σχεδιασμός των ρευματοφόρων αγωγών και κυρίως των επιμέρους εντάσεων  $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \dots, \vec{B}_n$  των μαγνητικών πεδίων από κάθε αγωγό, ώστε τα διανύσματα των εντάσεων αυτών να τα φαίνονται στο επίπεδο της σελίδας που γράφουμε.

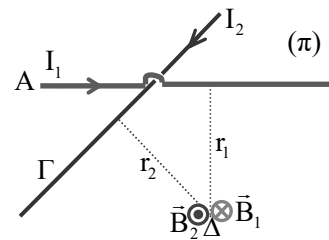
**α.** Αν δύο ρευματοφόροι αγωγοί A, Γ είναι παράλληλοι (άρα στο ίδιο επίπεδο) συμφέρει να **σχεδιάζονται κάθετοι στη σελίδα** με τα σύμβολα  $\otimes$  ή  $\odot$  όπως στο διπλανό σχήμα. Τώρα οι **δυναμικές γραμμές** ως κάθετες στους αγωγούς είναι **πάνω στη σελίδα**, όπως και οι εντάσεις  $\vec{B}_1, \vec{B}_2$  των μαγνητικών πεδίων των αγωγών. Για το σχεδιασμό της έντασης του κάθε πεδίου σε ένα σημείο Δ, χρησιμοποιούμε τον κανόνα του δεξιού χεριού αλλά και το δεδομένο ότι η ένταση είναι κάθετη στην απόσταση που του Δ από τον αντίστοιχο αγωγό  $\vec{B}_1 \perp r_1$  και  $\vec{B}_2 \perp r_2$ .



Η ένταση του σύνθετου μαγνητικού πεδίου στο σημείο Δ προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα (συνισταμένη) των επιμέρους εντάσεων  $\vec{B}_{1,2} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  και

$$\text{έχει μέτρο } B_{1,2} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\varphi}.$$

**β.** Αν δύο ρευματοφόροι αγωγοί A, Γ ανήκουν στο ίδιο επίπεδο (π), δεν είναι παράλληλοι και ζητείται η ένταση του σύνθετου μαγνητικού πεδίου σε σημείο Δ του επιπέδου των αγωγών, συμφέρει να **σχεδιάζονται πάνω στη σελίδα**. Η ένταση  $\vec{B}_1$  ή  $\vec{B}_2$  του κάθε μαγνητικού πεδίου στο σημείο Δ ως κάθετη στον αγωγό και στην απόσταση του Δ από αυτόν είναι και **κάθετη στο επίπεδο (π)**. Έτσι εδώ, ο ποιο εύκολος σχεδιασμός των διανυσμάτων των εντάσεων είναι με τα σύμβολα  $\otimes$  ή  $\odot$  όπως στο διπλανό σχήμα.

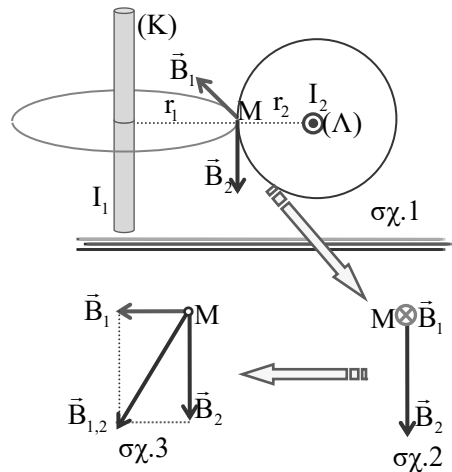


Επειδή οι εντάσεις  $\vec{B}_1$  και  $\vec{B}_2$  έχουν την ίδια διεύθυνση η συνισταμένη τους  $\vec{B}_{1,2} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  (η ένταση του σύνθετου μαγνητικού πεδίου) έχει αλγεβρική τιμή ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των εντάσεων. Έτσι αν οι εντάσεις είναι ομόρροπες η  $\vec{B}_{1,2}$  έχει μέτρο  $B_{1,2} = B_1 + B_2$  και αν είναι αντίρροπες (όπως στο σχήμα)  $B_{1,2} = |B_1 - B_2|$ .

**γ.** Αν δύο ρευματοφόροι αγωγοί είναι ασύμβατα κάθετοι (κάθετοι που ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα) σχεδιάζονται ο ένας (Κ) πάνω στο επίπεδο της σελίδας και ο άλλος (Λ) κάθετος σε αυτή σύμβολα  $\otimes$  ή  $\odot$  όπως στο επόμενο σχήμα.

Σε ένα σημείο Μ του επιπέδου της σελίδας η ένταση  $\vec{B}_2$  (και η αντίστοιχη δυναμική γραμμή) του μαγνητικού πεδίου του αγωγού Λ ανήκει πάνω στο επίπεδο της σελίδας, σχεδιάζεται εύκολα και η γεωμετρία της είναι άμεση αντιληπτή και εξηγήσιμη.

Η δυναμική γραμμή όμως του αγωγού Κ που διέρχεται από Μ και η αντίστοιχη ένταση  $\vec{B}_1$  είναι σε επίπεδο κάθετο στο αγωγό (και στο επίπεδο της σελίδας) και ο σχεδιασμός αλλά και η γεωμετρία αυτής έχει μεγαλύτερες (βλέπε σχήμα 1).



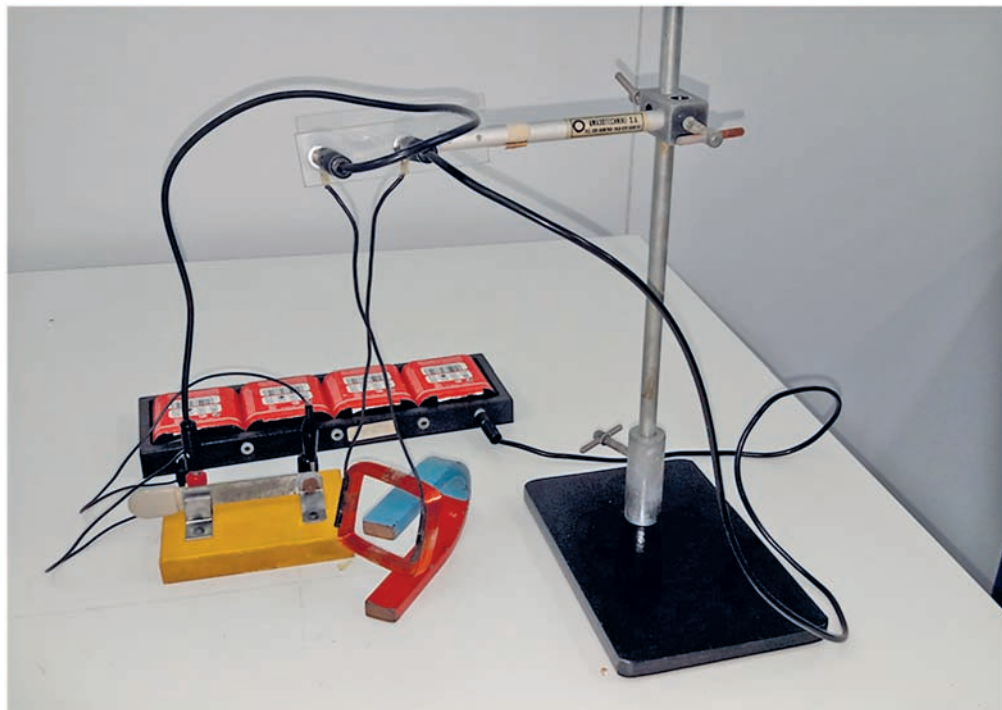
Συνήθως για καλύτερη κατανόηση της γεωμετρίας των εντάσεων προχωράμε στο σχεδιασμό των εντάσεων  $\vec{B}_1, \vec{B}_2$  όπως στο σχήμα 2 που η καθετότητα αυτών γίνεται πιο εύκολα αντιληπτή.

Για το σχεδιασμό όμως και της συνισταμένης  $\vec{B}_{1,2} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  στρέφουμε το επίπεδο των διανυσμάτων  $\vec{B}_1, \vec{B}_2$  του σχήματος

(2) (περί άξονα που διέρχεται από τη  $\vec{B}_2$ ) και έτσι δημιουργείται μια καλύτερη εικόνα (σχήμα 3) για την θέση και κυρίως τη σχέση όλων των εντάσεων.

Επειδή  $\vec{B}_1 \perp \vec{B}_2$  η ένταση του σύνθετου μαγνητικού πεδίου στο σημείο θα έχει μέτρο  $B_{1,2} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$ .

## Β. Δύναμη Laplace



Πειραματική διάταξη σε σχολικό εργαστήριο για την δύναμη Laplace

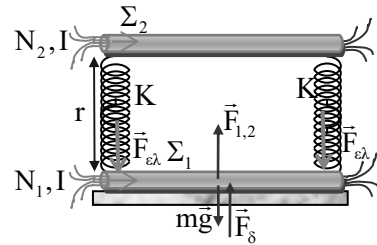
γ. Μελετάμε την ισορροπία του κάτω σωλήνα  $\Sigma_1$  με βάση τις ασκούμενες σε αυτόν δυνάμεις που είναι, το βάρος  $mg=1\text{N}$ , οι δυνάμεις των ελατηρίων που η κάθε μία έχει τιμή

$$F_{ελ} = K\Delta\ell \quad \text{ή} \quad F_{ελ} = 125 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,02\text{m} \quad \text{ή}$$

$F_{ελ} = 2,5\text{N}$ , η δύναμη στήριξης  $F_\delta$  από το δάπεδο και η δύναμη μεταξύ των ρευματοφόρων σωλήνων

$$F_{1,2} = K_\mu \frac{2(N_1 I)(N_2 I)}{r} \ell \quad \text{ή} \quad F_{1,2} = 4\text{N},$$

$$\text{οπότε } \Sigma \vec{F} = 0 \quad \text{ή} \quad F_{1,2} + F_\delta - 2F_{ελ} - mg = 0 \xrightarrow{\text{s.I}} 4 + F_\delta - 2 \cdot 2,5 - 1 = 0 \quad \text{ή} \quad F_\delta = 2\text{N}.$$



### 2.3-4 Ισορροπία ή κίνηση παραλλήλων αγωγών

Δύο λεπτοί παράλληλοι άκαμπτοι συρματίνοι αγωγοί  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  μήκους  $\ell=1\text{m}$ , μάζας  $m=0,06\text{Kg}$  είναι πάνω σε οριζόντιο μονωτικό δάπεδο με οποίο παρουσιάζουν συντελεστή τριβής (στατικής και ολίσθησης)  $\mu=0,01$ . Οι αγωγοί  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  απέχουν απόσταση  $r=2\text{cm}$  και στην περιοχή υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}_0$  με φορά όπως στο σχήμα. Διαβιβάζουμε στους αγωγούς  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  ομόρροπα ρεύματα εντάσεων  $I_1=40\text{A}$  και  $I_2=20\text{A}$  αντιστοίχως. Αν  $g=10\text{m/s}^2$  να υπολογίσετε :

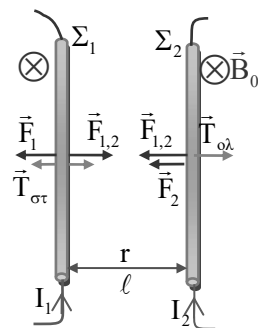
- α. τη δύναμη που ασκείται μεταξύ των αγωγών εξαιτίας των ρευμάτων τους.
- β. για ποιες τιμές της έντασης  $\vec{B}_0$  το σύρμα  $\Sigma_1$  παραμένει ακίνητο,
- γ. την περιοχή των επιταχύνσεων που αρχίσει να κινείται το σύρμα  $\Sigma_2$  όταν το  $\Sigma_1$  παραμένει ακίνητο.

#### Απάντηση.

α. Η δύναμη μεταξύ των ρευματοφόρων συρμάτων είναι ελκτική και έχει μέτρο  $F_{1,2} = K_\mu \frac{2I_1 I_2}{r} \ell \xrightarrow{\text{s.I}}$

$$F_{1,2} = 10^{-7} \frac{2 \cdot 40 \cdot 20}{0,02} 1 \quad \text{ή} \quad F_{1,2} = 0,008\text{N}$$

β. Η δύναμη Laplace που δέχεται το σύρμα  $\Sigma_1$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι  $F_1 = B_0 I_1 \ell$  η δε τριβή που ασκείται στο σύρμα είναι στατική με μέγιστη δυνατή τιμή  $T_{\sigma\tau, \max} = \mu mg \xrightarrow{\text{s.I}}$



$T_{\sigma\tau, \max} = 0,01 \cdot 0,06 \cdot 10$  ή  $T_{\sigma\tau, \max} = 0,006\text{N}$ . Η στατική τριβή έχει κατεύθυνση ανάλογα με την φορά που τείνει να κινηθεί το σύρμα και αυτό σχετίζεται με τη σχέση των μέτρων των δυνάμεων  $\vec{F}_{1,2}$  και  $\vec{F}_1$ .

$$\text{Αν } F_{1,2} > F_1 \text{ από την ισορροπία του σύρματος } \Sigma_1 \text{ έχουμε, } \Sigma \vec{F} = 0 \text{ ή } F_{1,2} - F_1 - T_{\sigma\tau} = 0 \\ \Rightarrow F_{1,2} - B_0 I_1 \ell = T_{\sigma\tau} \leq T_{\sigma\tau, \max} \Rightarrow F_{1,2} - T_{\sigma\tau, \max} \leq B_0 I_1 \ell \Rightarrow B_0 \geq \frac{F_{1,2} - T_{\sigma\tau, \max}}{I_1 \ell} \xrightarrow{\text{s.i}}$$

$$B_0 \geq 0,5 \cdot 10^4 \text{T}$$

$$\text{Αν } F_1 > F_{1,2} \text{ από την ισορροπία του σύρματος } \Sigma_1 \text{ έχουμε, } \Sigma \vec{F} = 0 \text{ ή } F_1 - F_{1,2} - T_{\sigma\tau} = 0 \\ \Rightarrow B_0 I_1 \ell - F_{1,2} = T_{\sigma\tau} \leq T_{\sigma\tau, \max} \Rightarrow B_0 \leq \frac{T_{\sigma\tau, \max} + F_{1,2}}{I_1 \ell} \xrightarrow{\text{s.i}} B_0 \leq 3,5 \cdot 10^4 \text{T}$$

Συμπερασματικά το σύρμα  $\Sigma_1$  παραμένει ακίνητο αν  $0,5 \cdot 10^4 \text{T} \leq B_0 \leq 3,5 \cdot 10^4 \text{T}$ .

γ. Το σύρμα  $\Sigma_2$ , επειδή  $\vec{F}_2, \vec{F}_{1,2}$  ομόρροπες και σε κάθε περίπτωση  $F_{1,2} + F_2 > T_{\sigma\tau, \max}$ , κινείται έχοντας αρχική επιτάχυνση  $a$  και η τριβή είναι ολίσθησης με τιμή  $T_{\sigma\lambda} = 0,006\text{N}$ . Από τον 2<sup>ο</sup> νόμο Newton στο 2<sup>ο</sup> σύρμα και για την αρχή της κίνησης έχουμε  $\Sigma \vec{F}_x = m\vec{a} \Rightarrow F_{1,2} + F_2 - T_{\sigma\lambda} = ma \Rightarrow F_{1,2} + B_0 I_2 \ell - T_{\sigma\lambda} = ma \Rightarrow$

$$B_0 = \frac{ma - F_{1,2} + T_{\sigma\lambda}}{I_2 \ell} \text{ (1). Επειδή } 0,5 \cdot 10^4 \text{T} \leq B_0 \leq 3,5 \cdot 10^4 \text{T} \xrightarrow{\text{(1)}}$$

$$0,5 \cdot 10^4 \leq \frac{ma - F_{1,2} + T_{\sigma\lambda}}{I_2 \ell} \leq 3,5 \cdot 10^4 \xrightarrow{\text{s.i}}$$

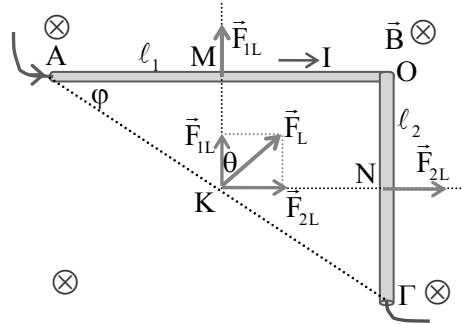
$$0,5 \cdot 10^4 \leq \frac{0,06a - 0,008 + 0,006}{20 \cdot 1} \leq 3,5 \cdot 10^4 \Rightarrow 10^{-3} \leq 0,06a - 0,002 \leq 7 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

$$0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \leq a \leq 0,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**2-3-B Σύστημα ρευματοφόρων αγωγών καθέτων σε μαγνητικό πεδίο**

**2.3-5 Η Laplace σε σύστημα δύο καθέτων ρευματοφόρων αγωγών**

Ένας αγωγός αποτελείται από δύο τμήματα  $AO=\ell_1$  και  $OG=\ell_2$  κάθετα μεταξύ τους που διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα έντασης  $I$  και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $\vec{B}$ .



Τα δύο τμήματα του αγωγού δέχονται δυνάμεις Laplace  $F_{IL} = BI\ell_1$  και  $F_{OL} = BI\ell_2$  κάθετες στους αγωγούς όπως φαίνονται στο σχήμα. Οι δυνάμεις αυτές από την γεωμετρία του σχήματος φαίνεται ότι είναι μεταξύ τους κάθετες και οι φορείς τους διέρχονται από το μέσον της  $AG$  με την συνισταμένη τους  $\vec{F}_L$  (συνολική Laplace που ασκείται σε όλο τον αγωγό  $AOG$ )

να έχει μέτρο  $F_L = \sqrt{F_{IL}^2 + F_{OL}^2}$  ή  $F_L = \sqrt{(BI\ell_1)^2 + (BI\ell_2)^2}$  ή  $F_L = BI\sqrt{\ell_1^2 + \ell_2^2}$  ή  $F_L = BI\sqrt{OA^2 + OG^2}$  ή  $F_L = BI \cdot (AG)$ .

Για τον φορέα της συνισταμένης  $\vec{F}_L$  παρατηρούμε  $\epsilon\phi\theta = \frac{F_{OL}}{F_{IL}}$  ή  $\epsilon\phi\theta = \frac{\ell_2}{\ell_1}$ . Επίσης

για την γωνία  $\phi = \widehat{GAO}$  έχουμε  $\epsilon\phi\theta = \frac{\ell_2}{\ell_1}$ , άρα  $\theta = \phi$  και επειδή  $\vec{F}_{IL} \perp AO$  θα είναι και  $\vec{F}_L \perp AG$ .

**Συμπέρασμα.** Η συνολική Laplace που ασκείται σε όλο τον αγωγό  $AOG$ , είναι ίση με αυτή που θα ασκούσαν σε ένα υποθετικό αγωγό  $AG$  που ενώνει τα άκρα του πραγματικού αγωγού και διαρρέεται από την ίδια ένταση ρεύματος.

**2.3-6 Η Laplace σε σύστημα δύο τυχαίων ρευματοφόρων αγωγών**

Ένας αγωγός  $AOG$  αποτελείται από δύο τμήματα  $AO$  και  $OG$  με μήκη  $\ell_1=0,5m$  και  $\ell_2=0,8m$  που σχηματίζουν γωνία  $\phi=60^\circ$  μεταξύ τους, διαρρέεται δε από το ίδιο ρεύμα έντασης  $I=10A$  και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $B=2T$ . Θα υπολογίσουμε την συνολική δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός  $AOG$ .



**Απάντηση**

Τα δύο τμήματα του αγωγού ΑΟ και ΟΓ δέχονται δυνάμεις Laplace  $F_{1L} = BI\ell_1$  και  $F_{2L} = BI\ell_2$  κάθετες στους αγωγούς με σημεία εφαρμογής τα μέσα των αγωγών, όπως φαίνονται στο σχήμα. Οι φορείς των δυνάμεων αυτών τέμνονται σε ένα σημείο Λ και από την γεωμετρία του σχήματος φαίνεται ότι μεταξύ τους σχηματίζουν γωνία  $\varphi' = 180 - \varphi$ . Η συνισταμένη τους  $\vec{F}_L$  (συνολική Laplace που ασκείται σε όλο τον αγωγό ΑΟΓ) έχει

$$\text{μέτρο } F_L = \sqrt{F_{1L}^2 + F_{2L}^2 + 2F_{1L}F_{2L}\sin(180 - \varphi)} \quad \text{ή}$$

$$F_L = \sqrt{F_{1L}^2 + F_{2L}^2 - 2F_{1L}F_{2L}\sin\varphi} \quad \text{ή} \quad F_L = BI\sqrt{\ell_1^2 + \ell_2^2 - 2\ell_1\ell_2\sin\varphi} \quad (1) \xrightarrow{s.I}$$

$$F_L = 14\text{N}$$

Από τον νόμο των συνημιτόνων για το τρίγωνο ΑΟΓ έχουμε

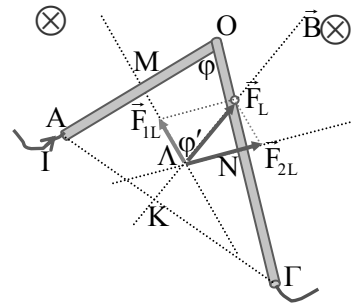
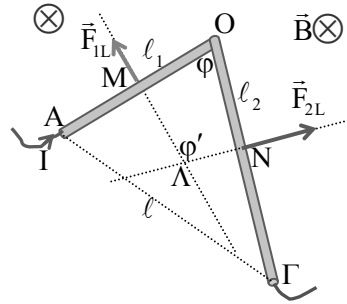
$$(ΑΓ)^2 = (ΟΑ)^2 + (ΟΓ)^2 - 2(ΟΑ)(ΟΓ)\sin\varphi \quad \text{ή} \quad ΑΓ = \sqrt{\ell_1^2 + \ell_2^2 - 2\ell_1\ell_2\sin\varphi} \quad (2).$$

Από (1) και (2) παίρνουμε  $F_L = BI \cdot ΑΓ$

Παρατηρούμε ότι και εδώ καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα που καταλήξαμε για τον αγωγό της 2.3-5. **Για την συνολική Laplace που ασκείται σε όλο τον αγωγό ΑΟΓ, αυτός ισοδυναμεί με ένα υποθετικό ευθύγραμμο αγωγό ΑΓ που ενώνει τα άκρα του πραγματικού αγωγού και διαρρέεται από την ίδια ένταση ρεύματος.**

Γεωμετρικά αποδεικνύεται το σημείο Λ της τομής των φορέων των δυνάμεων Laplace  $\vec{F}_{1L}$  και  $\vec{F}_{2L}$

είναι το περίκεντρο του τριγώνου ΑΟΓ και επίσης ο φορέας της συνολικής δύναμης Laplace διέρχεται από το μέσον Κ της ΑΓ που συνδέει τα άκρα του αγωγού ΑΟΓ.

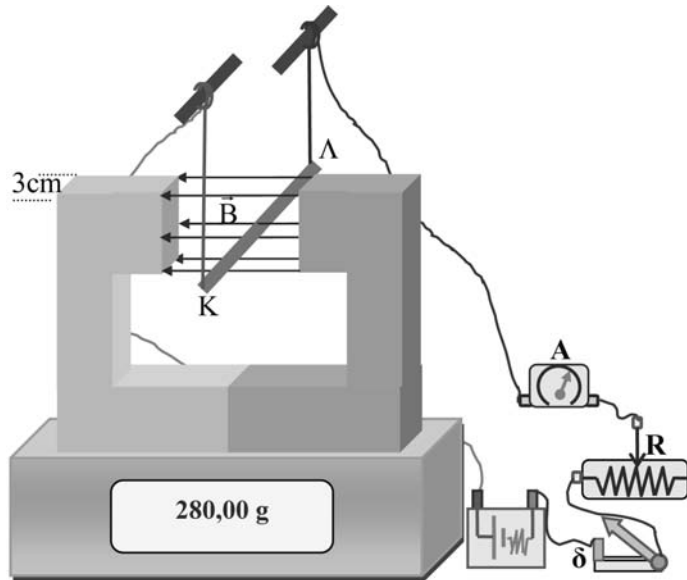
**2.3-7 Η δύναμη Laplace σε ημικυκλικό ρευματοφόρο αγωγό**

Ένας ημικυκλικός αγωγός ΟΑΓ ακτίνας  $r$  διαρρέεται από ρεύμα  $I$  και είναι μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}$  κάθετης στο επίπεδο του αγωγού. Ας υπολογίσουμε τη δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός.

κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $B$  είναι  $F_{\text{Lor}} = \mathbf{B} \times \mathbf{q}$  και ονομάζεται δύναμη **Lorentz**.

### 2.3-E Εργαστηριακή άσκηση μέτρησης της δύναμης Laplace

Στο σχήμα φαίνεται μια εργαστηριακή πειραματική διάταξη που χρησιμοποιείται για την μέτρηση της δύναμης Laplace. Πάνω σε μια ηλεκτρονική ζυγαριά ακριβείας έχει τοποθετηθεί ένας πεταλοειδής μαγνήτης ενώ ένας αγωγός ΚΛ είναι κρεμασμένος ώστε να διατηρείται οριζόντιος με ένα μέρος του να είναι μεταξύ των δύο πόλων και κάθετος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου.



Ο αγωγός τροφοδοτείται από πηγή συνεχούς τάσης μέσω διακόπτη, ροοστάτη και αμπερομέτρου. Η ζυγαριά είναι ρυθμισμένη να μετράει, όχι την δύναμη  $F$  που δέχεται αλλά, την ισοδύναμη αυτής μάζα σε γραμμάρια (g) σύμφωνα με την σχέση  $m=F/g$  με  $g=10\text{m/s}^2$  για την περιοχή.

Αρχικά μετράμε το πλάτος του μαγνήτη που είναι 3cm και παίρνουμε την ένδειξη της ζυγαριάς, που με ανοικτό τον διακόπτη είναι 280g.

Με την δεδομένη για την πηγή πολικότητα κλείνουμε τον διακόπτη και καταγράφουμε τις ενδείξεις του αμπερομέτρου και της ζυγαριάς που είναι 10A και 282,4g.

Με βάση αυτά τα δεδομένα, θα υπολογισθούν,

**α.** η δύναμη Laplace που δέχθηκε ο αγωγός,

**β.** η ένταση του μαγνητικού πεδίου μεταξύ των πόλων του μαγνήτη.

Τώρα αντιστρέφουμε την πολικότητα της πηγής (οπότε αντιστρέφεται η φορά του ρεύματος) και μέσω του ροοστάτη μειώνουμε τη ένταση του ρεύματος στα 5A.

**γ.** Πριν δείτε την ένδειξη της ζυγαριάς μπορείτε να την προσδιορίσετε;

**Επεξεργασία**

**α.** Πριν κλείσουμε τον διακόπτη οι ασκούμενες στον μαγνήτη δυνάμεις είναι το βάρος του  $M\vec{g}$  και η δύναμη στήριξης  $\vec{N}$  από την ζυγαριά επειδή δε ισορροπεί οι δυνάμεις αυτές είναι αντίθετες ...

$$\Sigma \vec{F} = 0 \text{ ή } N - Mg = 0 \text{ ή } N = Mg.$$

Η ζυγαριά δέχεται την αντίθετη της  $\vec{N}$  που ισούται με το

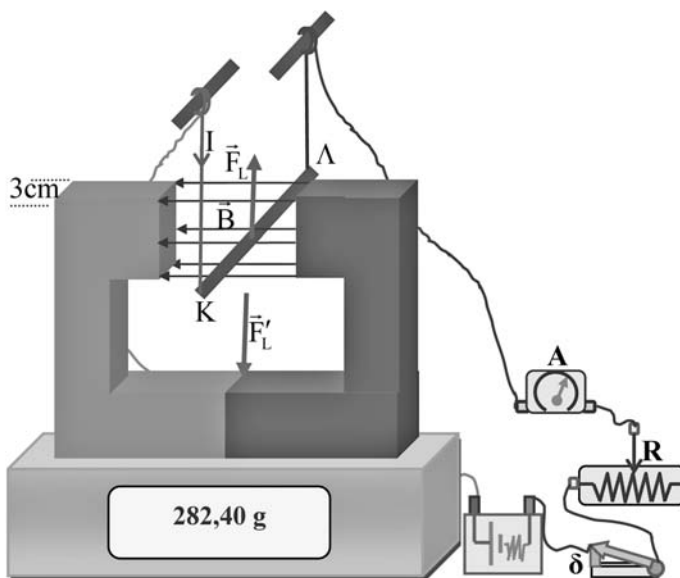
βάρος του μαγνήτη και αυτή μετράει μέσω της ισοδύναμης μάζας (280g) που στην περίπτωση αυτή ταυτίζεται με την μάζα του μαγνήτη  $M=280\text{g}$  ή  $M=0,28\text{Kg}$ .

Όταν κλείσουμε τον διακόπτη και με την δεδομένη πολικότητα της πηγής, ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα  $I=10\text{A}$  με συμβατική φορά από το Κ προς το Λ, οπότε δέχεται δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω. Η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  ασκείται στον αγωγό από το μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη, άρα σύμφωνα με τον 3ο νόμο Newton και το μαγνητικό πεδίο του αγωγού ασκεί στον μαγνήτη κατακόρυφη δύναμη  $\vec{F}'_L = -\vec{F}_L$  αντίθετη της Laplace, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Τώρα ο μαγνήτης ασκεί στη ζυγαριά πρόσθετη δύναμη ίση με  $F'_L = F_L$  που σε ισοδύναμη μάζα είναι  $m' = 282,4\text{g} - 280\text{g}$  ή  $m' = 2,4\text{g}$ . Άρα η δύναμη Laplace έχει μέτρο  $F'_L = F_L = m'g$  ή  $F_L = 2,4 \cdot 10^{-3}\text{Kg} \cdot 10\text{m/s}^2$  ή  $F_L = 0,024\text{N}$ .

**β.** Η δύναμη Laplace  $F_L = 0,024\text{N}$  ασκείται μόνο στο τμήμα του αγωγού που είναι μέσα στο πεδίο και αυτό ισούται με το πλάτος (βάθος) του μαγνήτη  $L=3\text{cm}$ .

$$\text{Άρα } F_L = BIL \text{ ή } B = \frac{F_L}{IL} \xrightarrow{\text{s.I}} B = \frac{0,024\text{N}}{10\text{A} \cdot 0,03\text{m}} \text{ ή } B = 0,08\text{T}.$$



γ. Αν αντιστρέψουμε την πολικότητα της πηγής αντιστρέφεται και η φορά του ρεύματος που τώρα έχει τιμή  $I_1=5A$  και η ασκούμενη στον αγωγό Laplace έχει μέτρο  $F_{IL}=BI_1L \xrightarrow{s.I}$

$F_{IL}=0,08T \cdot 5A \cdot 0,03m$  ή  $F_{IL}=0,012N$  με κατακόρυφη διεύθυνση και με φορά προς τα κάτω.

Ταυτόχρονα ο αγωγός ασκεί στον μαγνήτη κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω.

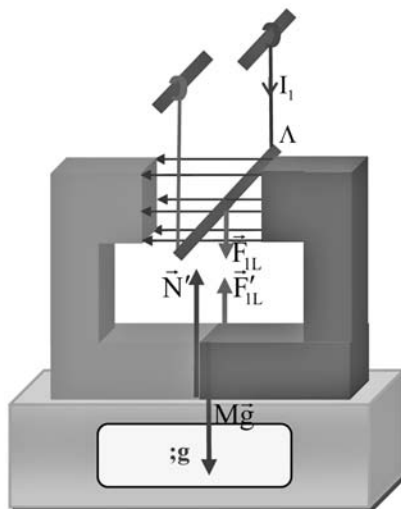
Στον μαγνήτη ασκούνται οι δυνάμεις:

- το βάρος του  $Mg=0,28Kg \cdot 10m/s^2=2,8N$ ,
- η δύναμη  $N'$  από την ζυγαριά,
- η  $F'_{IL}=0,012N$  από το μαγνητικό πεδίο του αγωγού.

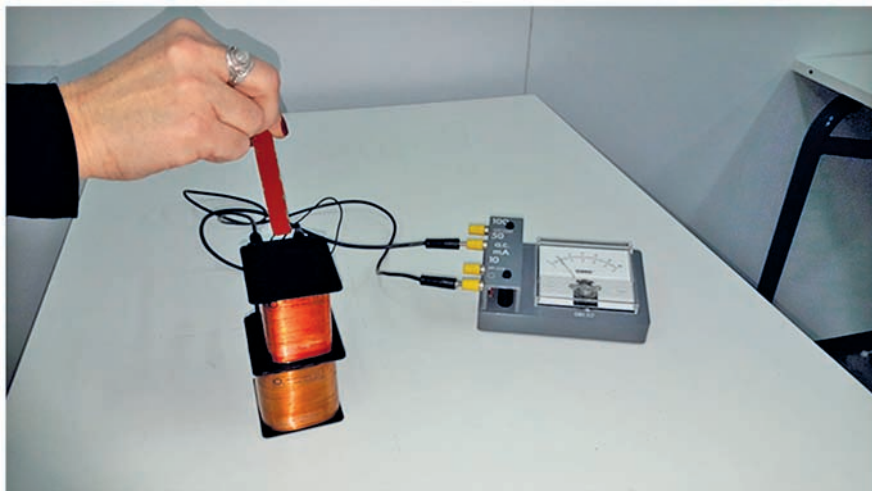
Επειδή ο μαγνήτης ισορροπεί ισχύει  $\Sigma F_y = 0$  ή  $N'+F'_{IL}-Mg=0$  ή  $N'=Mg-F'_{IL} \xrightarrow{s.I}$

$N'=2,788N$  . Η ζυγαριά δέχεται την αντίθετη της  $N'$  και προφανώς αυτή μετράει σε

μορφή ισοδύναμης μάζας,  $m''=\frac{F'_{IL}}{g} \xrightarrow{s.I} m''=0,2788Kg$  ή  $m'' = 278,8g$  .



## Γ. Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή



Το πείραμα Faraday στο σχολικό εργαστήριο

## Η χρήση και η χρησιμότητα του μείον (-)

Το μείον στον νόμο Faraday δεν το «σβήνουμε» αλλά το αξιοποιούμε διότι προσδιορίζει:

την **πολικότητα** της ΗΕΔ- επαγωγής, τη **φορά του επαγωγικού ρεύματος**, τη **φορά μετατόπισης** του επαγωγικού φορτίου.

Η αξιοποίησή του έχει τα εξής απλά βήματα:

1. Σημειώνουμε ως **θετική μια αυθαίρετη φορά διαγραφής** της επιφάνειας του πλαισίου,
2. Με βάση την ανωτέρω φορά **σχεδιάζουμε το διάνυσμα** της επιφανείας  $\vec{n}$  του πλαισίου,
3. Προσδιορίζουμε την **αλγεβρική τιμή** της μεταβολής της μαγνητικής ροής  $\Delta\Phi$ .

Από την σχέση  $I_{\text{επ}} = -\frac{\Delta\Phi}{R_{\text{ολ}}\Delta t}N$  υπολογίζουμε την αλγεβρική τιμή της έντασης του επαγωγικού ρεύματος.

- ⊕ Αν  $I_{\text{επ}} > 0$  τότε η **φορά του επαγωγικού ρεύματος είναι ομόρροπη** με την φορά διαγραφής του πλαισίου που επιλέγει ως θετική.
- ⊖ Αν  $I_{\text{επ}} < 0$  τότε η **φορά του επαγωγικού ρεύματος είναι αντίρροπη** με την φορά διαγραφής του πλαισίου που επιλέγει ως αρνητική.

## Παράδειγμα αξιοποίησης του μείον

Ένα συρμάτινο πλαίσιο εμβαδού  $S$  και αντίστασης  $R$  είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $\vec{B}$ . Μέσα σε χρόνο  $\Delta t$  διπλασιάζουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$  σε  $\vec{B}' = 2\vec{B}$ . Να υπολογισθεί η ένταση του επαγωγικού ρεύματος και να σημειωθεί η φορά του.

**Αρχικά σημειώνουμε μια αυθαίρετη φορά διαγραφής** της επιφάνειας του πλαισίου, από όπου προκύπτει η φορά του διανύσματος  $\vec{n}$  της επιφανείας του συρμάτινου πλαισίου αλλά και η αλγεβρική τιμή της μαγνητικής ροής μέσα από αυτό.

Η μαγνητική ροή έχει αρχική τιμή

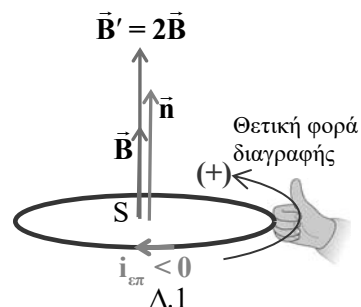
$$\Phi_{\text{αρχ}} = BS\cos\theta \text{ ή } \Phi_{\text{αρχ}} = BS \text{ και σε χρόνο}$$

$$\Delta t \text{ γίνεται } \Phi_{\text{τελ}} = B'S\cos\theta \text{ ή } \Phi_{\text{τελ}} = 2BS$$

και έτσι έχει **αλγεβρική τιμή μεταβολής**

$$\Delta\Phi = \Phi_{\text{τελ}} - \Phi_{\text{αρχ}} \text{ ή } \Delta\Phi = +BS > 0.$$

Η ΗΕΔ- $E_{\text{επ}}$  που αναπτύσσεται στο συρμάτινο πλαίσιο εξαιτίας αυτής της μεταβολής της



μαγνητικής ροής έχει **αλγεβρική τιμή**  $E_{επ} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta\Phi=+BS>0} E_{επ} = -\frac{+BS}{\Delta t}$  ή

$E_{επ} = -\frac{BS}{\Delta t} < 0$ . Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο έχει

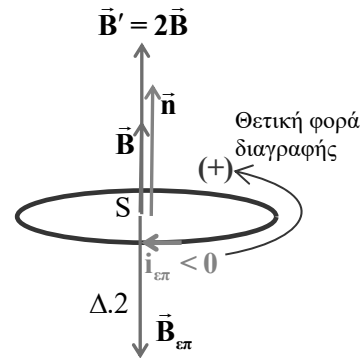
**αλγεβρική τιμή**  $i_{επ} = \frac{E_{επ}}{R} \xrightarrow{E_{επ} = -\frac{BS}{\Delta t}} I_{επ} = -\frac{BS}{R\Delta t} < 0$

Διατηρώντας το **μείον (-)** στην εξίσωση Faraday οδηγηθήκαμε σε **αρνητική** τιμή για την ένταση ρεύματος.

Αυτό δηλώνει ότι **το επαγωγικό ρεύμα έχει αρνητική φορά - αντίθετη με την φορά διαγραφής του πλαισίου που επιλέγει ως θετική!**

Η εξήγηση της φοράς του επαγωγικού ρεύματος με τον κανόνα Lenz

Το επαγωγικό ρεύμα πρέπει να έχει τέτοια ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το προκαλεί και εν προκειμένω να αντιτίθεται στην αύξηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Για να γίνεται αυτό πρέπει **το επαγωγικό ρεύμα να δημιουργεί επαγωγικό μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}_{επ}$  αντίθετης φοράς από το υπάρχον**, δηλαδή το επαγωγικό μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}_{επ}$  να έχει φορά προς τα κάτω. Για να συμβαίνει αυτό όμως πρέπει σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού η φορά του επαγωγικού ρεύματος να είναι όμοια με την φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού – όπως φαίνεται στο σχήμα Δ.2- δεδομένο που είναι ίδιο με την προηγούμενη αντιμετώπιση που βρήκαμε χρησιμοποιώντας μόνο με το μείον (-) της εξίσωσης Faraday.



Αν η επιλογή στη φορά διαγραφής του πλαισίου ήταν η αντίθετη ;

**... ας είναι... στο ίδιο συμπέρασμα θα καταλήξουμε ... ας το δούμε:**

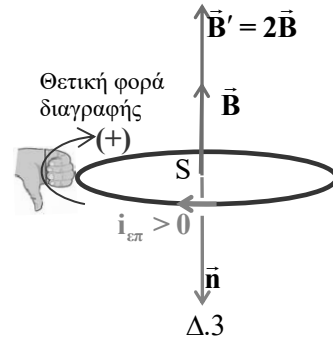
Τώρα η μαγνητική ροή έχει αρχική αλγεβρική τιμή  $\Phi_{αρχ} = BS\sigma\eta\nu 180$  ή  $\Phi_{αρχ} = -BS$  (σχήμα Δ.3). Σε χρόνο  $\Delta t$  η ροή γίνεται  $\Phi_{τελ} = B'S\sigma\eta\nu 180$  ή  $\Phi_{τελ} = -2BS$  και έτσι μεταβάλλεται κατά  $\Delta\Phi = \Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}$  ή  $\Delta\Phi = -BS < 0$ . Η ΗΕΔ- $E_{επ}$  που αναπτύσσεται στο συρμάτινο πλαίσιο εξαιτίας αυτής της μεταβολής έχει αλγεβρική τιμή

$E_{επ} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta\Phi=-BS<0} E_{επ} = -\frac{-BS}{\Delta t}$  ή  $E_{επ} = +\frac{BS}{\Delta t} > 0$ . Η ένταση του επαγωγικού

ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο έχει αλγεβρική τιμή

$$i_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} \xrightarrow{E_{\varepsilon\pi} = +\frac{\Delta BS}{\Delta t}} I_{\varepsilon\pi} = +\frac{BS}{R\Delta t} > 0.$$

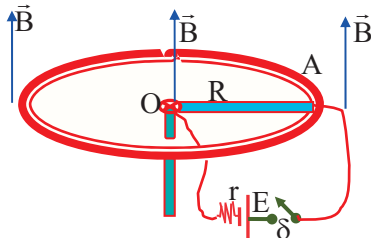
Διατηρώντας το μείον (-) στην εξίσωση Faraday μας βρίσκουμε τώρα **θετική** τιμή για την ένταση ρεύματος. Αυτό δηλώνει **ότι η φορά του ρεύματος είναι θετική** – όμοια με την φορά διαγραφής του πλαισίου που επιλέγει τώρα ως θετική, και με μια απλή σύγκριση είναι ίδια με αυτήν που βρήκαμε προηγουμένως!



**Συμπέρασμα:** Όποια και αν πάρουμε ως θετική φορά διαγραφής της επιφάνειας αν διατηρήσουμε το μείον (-) στην εξίσωση Faraday βρίσκουμε την ίδια φορά για το επαγωγικό ρεύμα.



**3.120** Ένας ευθύγραμμος αγωγός OA μάζας  $m=0,6\text{Kg}$  μήκους  $\ell=1\text{m}$  και αντίστασης  $R=8\Omega$  είναι αρθρωμένος με το ένα άκρο του O στο κέντρο οριζόντιου μονωτικού κυκλικού οδηγού ενώ το άλλο άκρο του A στηρίζεται στην περιφέρεια του κυκλικού οδηγού. Ο αγωγός OA συνδέεται μέσω διακόπτη  $\delta$  που αρχικά είναι ανοικτός με λεπτά και μακριά καλώδια με πηγή συνεχούς τάσης  $E=10\text{V}$  και εσωτερικής αντίστασης  $r=2\Omega$ . Στην περιοχή επικρατεί κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B=2\text{T}$ . Κλείνουμε το διακόπτη και ο αγωγός λόγω της Laplace περιστρέφεται ως η ακτίνα του κυκλικού οδηγού περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το O χωρίς τριβές και χωρίς τα καλώδια να επηρεάζουν την στροφική κίνηση του αγωγού.



**α.** Εξηγήστε ότι ο αγωγός αποκτά σταθερή – οριακή γωνιακή ταχύτητα την οποία και να υπολογίσετε.

**β.** Να υπολογίσετε την μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά ο αγωγός.

Τη στιγμή που ο αγωγός έχει αποκτήσει το μισό της οριακής γωνιακής ταχύτητας να βρείτε:

**γ.** την τάση στα άκρα του αγωγού OA,

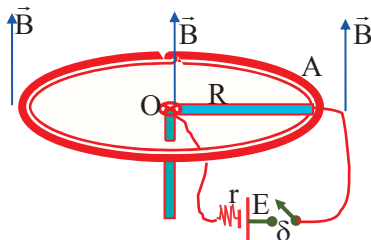
**δ.** το ρυθμό με τον οποίο παίρνει ενέργεια ο αγωγός,

**ε.** το ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η κινητική ενέργεια,

Δίνεται η ροπή αδράνειας του αγωγού OA ως προς τον άξονα περιστροφής του

$$I_0 = \frac{1}{3} m \ell^2$$

**3.121** Ένας ευθύγραμμος αγωγός OA μάζας  $m=0,6\text{Kg}$  μήκους  $\ell=1\text{m}$  και αντίστασης  $R=8\Omega$  είναι αρθρωμένος με το ένα άκρο του O στο κέντρο οριζόντιου μονωτικού κυκλικού οδηγού, ενώ το άλλο άκρο του A στηρίζεται στην περιφέρεια του κυκλικού οδηγού. Ο αγωγός OA συνδέεται μέσω διακόπτη  $\delta$  που αρχικά είναι ανοικτός με λεπτά και μακριά καλώδια με πηγή



συνεχούς τάσης  $E=10\text{V}$  και εσωτερικής αντίστασης  $r=2\Omega$ . Στην περιοχή επικρατεί κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B=2\text{T}$ . Κλείνουμε το διακόπτη και ο αγωγός λόγω της Laplace περιστρέφεται ως η ακτίνα του κυκλικού οδηγού περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το O, χωρίς τα καλώδια να επηρεάζουν την

στροφική κίνηση του αγωγού αλλά με τριβές στην κίνηση που έχουν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής με μέτρο  $|\tau_T|=0,4\text{Nm}$ .

**α.** Εξηγήστε ότι ο αγωγός αποκτά σταθερή – οριακή γωνιακή ταχύτητα την οποία και να υπολογίσετε.

**β.** Να υπολογίσετε την μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά ο αγωγός.

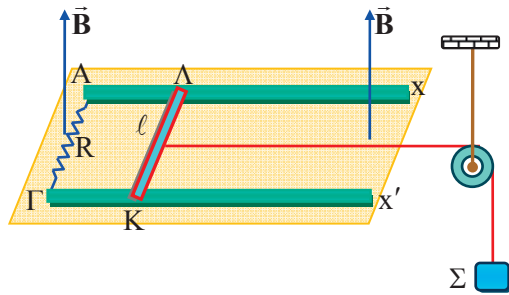
Τη στιγμή που ο αγωγός έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα  $\omega=4\text{rad/s}$  να βρείτε:

**γ.** το ρυθμό με τον οποίο η πηγή Ε δίνει ενέργεια και τι ποσοστό αυτής γίνεται κινητική ενέργεια στον αγωγό ΟΑ.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του αγωγού ΟΑ ως προς τον άξονα περιστροφής του

$$I_o = \frac{1}{3} m \ell^2$$

**3.122** Πάνω σε ένα εργαστηριακό μονωτικό τραπέζι είναι δύο οριζόντιοι αγωγοί οδηγοί Αχ και Γχ' χωρίς αντίσταση που απέχουν 1m και συνδέονται στα άκρα του με αντιστάτη  $R=0,125\Omega$ . Ένας ευθύγραμμος συρμάτινος οριζόντιος αγωγός ΚΛ μάζας  $m=0,2\text{Kg}$ , μήκους  $\ell=1,0\text{m}$  και αμελητέας αντίστασης μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στους αγωγούς οδηγούς όπως στο σχήμα. Ο αγωγός ΚΛ είναι δεμένος με οριζόντιο αβαρές και μη εκτατό νήμα που διέρχεται μέσω τροχαλίας μάζας  $m_{\text{τρ}} = 0,4\text{Kg}$  και ακτίνας  $r=0,1\text{m}$  ενώ από το άλλο άκρο του νήματος κρέμεται σώμα Σ μάζας  $m_{\sigma} = 0,6\text{Kg}$ . Όλο το σύστημα βρίσκεται σε ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης  $B=0,5\text{T}$ . Την  $t_0=0$  αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα για κίνηση.



**α.** Να εξηγήσετε ότι ο αγωγός θα αποκτήσει σταθερή οριακή ταχύτητα την οποία να υπολογίσετε.

**β.** Να υπολογίσετε την σταθερή- οριακή γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας.

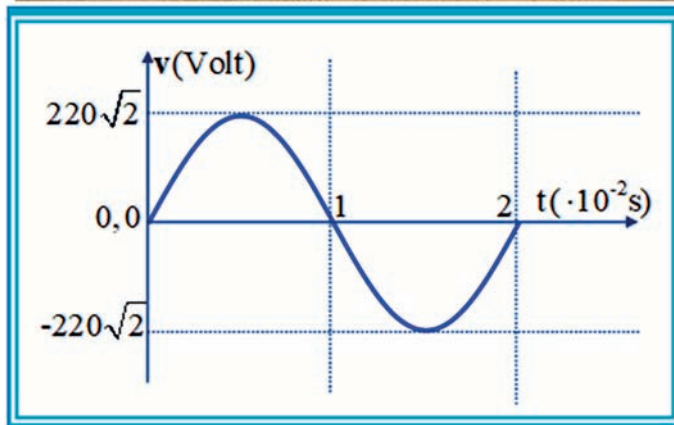
Όταν η τροχαλία αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα στροφικής κίνησης  $\omega=10\text{rad/s}$ , να βρείτε για την τροχαλία και τον αγωγό ΚΛ:

**γ.** την γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας,

**δ.** την ασκούμενη δύναμη Laplace,

**ε.** τον ρυθμό με τον οποίο παίρνει μηχανική ενέργεια,

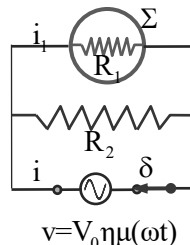
## Δ. Εναλλασσόμενα ρεύματα



Η τάση στα οικιακά ρεύματα είναι εναλλασσόμενη με ενεργό τιμή 220V και συχνότητα  $f=50\text{Hz}$

### 4.7-8 Χαρακτηριστικά και κανονική λειτουργία θερμικής συσκευής

Μια θερμική συσκευή  $\Sigma$  έχει χαρακτηριστικά λειτουργίας (110W, 220V) και είναι παράλληλα συνδεδεμένη με αντιστάτη που έχει  $R_2=220\Omega$ . Τα άκρα της ανωτέρω διάταξης συνδέονται μέσω διακόπτη με πηγή εναλλασσόμενης τάσης  $v=V_0\eta\mu(100\pi t)$  (S.I). Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  κλείνουμε τον διακόπτη και παρατηρούμε ότι η συσκευή  $\Sigma$  λειτουργεί κανονικά. Να υπολογίσετε,



**α.** την αντίσταση της συσκευής  $\Sigma$ ,

**β.** τη χρονική εξίσωση της στιγμιαίας τάσης της πηγής

**γ.** τις χρονικές εξισώσεις της έντασης ρεύματος που δίνει η πηγή αλλά και αυτής που διαρρέει την συσκευή  $\Sigma$ ,

**δ.** την ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται στη συσκευή  $\Sigma$  στο χρονικό διάστημα  $[t_0=0, t_1=400\text{ms}]$ .

#### Απάντηση:

**α.** Η αντίσταση  $R_1$  της συσκευής βρίσκεται από τα χαρακτηριστικά λειτουργίας της συσκευής. Αν η συσκευή λειτουργεί κανονικά  $V_{1,ev}=220\text{V}$  και  $\bar{P}_1=110\text{W}$ , οπότε

$$\bar{P}_1 = \frac{V_{1,ev}^2}{R} \quad \text{ή} \quad R_1 = \frac{V_{1,ev}^2}{\bar{P}_1} \xrightarrow{\text{S.I}} R_1 = \frac{(220\text{V})^2}{110\text{W}} \quad \text{ή} \quad R_1 = 440\Omega.$$

**β.** Αφού η συσκευή  $\Sigma$  δουλεύει κανονικά τροφοδοτείται με τάση ενεργού τιμής  $V_{1,ev}=220\text{V}$  και επειδή συνδέεται στα άκρα της πηγής η ενεργός τάση και το πλάτος

της τάσης αυτής είναι  $V_{ev}=220\text{V}$  και  $V_{ev} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$  ή  $V_0=220\sqrt{2}\text{V}$ .

Άρα η εξίσωση της στιγμιαίας τάσης της πηγής είναι  $v=220\sqrt{2}\eta\mu(100\pi t)$  (S.I)

**γ.** Οι χρονικές εξισώσεις των εντάσεων που διαρρέουν τη συσκευή  $\Sigma$  και τον

αντιστάτη  $R_2$  είναι:  $i_1 = \frac{v}{R_1}$  ή  $i_1 = \frac{220\sqrt{2}\eta\mu(100\pi t)}{440} \frac{\text{V}}{\Omega}$  ή  $i_1 = 0,5\sqrt{2}\eta\mu(100\pi t)$  (S.I)

$i_2 = \frac{v}{R_2}$  ή  $i_2 = \frac{220\sqrt{2}\eta\mu(100\pi t)}{220} \frac{\text{V}}{\Omega}$  ή  $i_2 = \sqrt{2}\eta\mu(100\pi t)$  (S.I)

Η χρονική εξίσωση που δίνει η πηγή είναι  $i=i_1+i_2$  ή  $i=1,5\sqrt{2}\eta\mu(100\pi t)$  (S.I)

**δ.** Η μέση ισχύς της συσκευής  $\Sigma$  ορίζεται από την σχέση  $\bar{P}_1 = \frac{W}{T}$  για μία περίοδο και

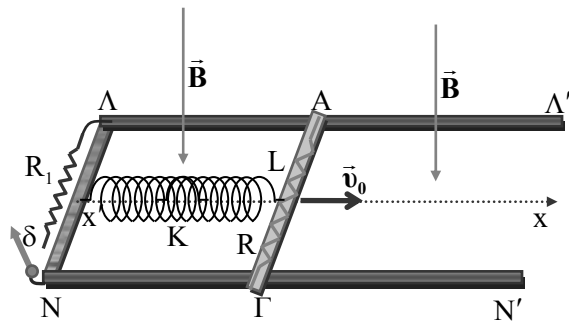
συνεπώς από τη σχέση αυτή αν θέλουμε να βρούμε την ενέργεια που παίρνει η

συσκευή ή αποδίδει αυτή ως θερμότητα χρησιμοποιούμε την σχέση  $W_{\eta\lambda} = P_1 t$  ή  $Q = P_1 t$  για  $t = kT$  με  $k \in \mathbb{Z}^+$ .

Η περίοδος είναι  $T = \frac{2\pi}{100\pi}$  ή  $T = 0,020s$  ή  $T = 20ms$  οπότε το 1ο χρονικό διάστημα  $[t_0 = 0, t_1 = 400ms]$  είναι 20 περίοδοι και άρα ισχύει  $Q_1 = P_1 t_1$  ή  $Q_1 = 110W \cdot 0,400s$  ή  $Q_1 = 44J$

#### 4.7-Στ Ταλάντωση- Επαγωγή και Εναλλασσόμενα<sup>6</sup>

Δύο οριζόντιοι ακλόνητοι οδηγοί αγωγοί  $\Lambda\Lambda'$ ,  $NN'$  αμελητέας αντίστασης απέχουν απόσταση  $L$  με τα άκρα τους  $\Lambda, N$  να συνδέονται μέσω διακόπτη με αντιστάτη  $R_1$  αλλά και μονωτική σταθερή μονωτική ράβδο, όπως στο σχήμα.



Ένας αγωγός  $AG$  μήκους  $L$ , μάζας  $m$  και αντίστασης  $R$  ηρεμεί πάνω στους αγωγούς οδηγούς δεμένος στο μέσον του με ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K$  και φυσικού μήκους  $d$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στη μονωτική βάση. Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}$ . Κάποια στιγμή  $t_0 = 0$  έχοντας τον **διακόπτη  $\delta$  ανοικτό** βάλουμε οριζόντια τον αγωγό  $AG$  με ταχύτητα  $\vec{v}_0$  κάθετη στον αγωγό, που εκτελεί πάνω στο αγωγούς οδηγούς απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας θετική τη φορά της αρχικής ταχύτητας αλλά και φορά διαγραφής της επιφάνειας τέτοια ώστε το διάνυσμα επιφανείας  $\vec{n}$  να είναι ομόρροπο της έντασης  $\vec{B}$ , να εξαχθούν οι χρονικές εξισώσεις:

- α.** της απομάκρυνσης  $x(t)$  και της ταχύτητας  $v(t)$  του αγωγού  $AG$ ,
  - β.** της μαγνητικής ροής  $\Phi(t)$  που διέρχεται από την επιφάνεια που σχηματίζει κάθε στιγμή ο αγωγός  $AG$  με την αρχή  $\Lambda N$  και του αγωγούς οδηγούς,
  - γ.** της επαγωγικής ΗΕΔ  $E_{\text{επ}}(t)$  που αναπτύσσεται στον αγωγό και να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση.
- Όταν ο αγωγός είναι στην μέγιστη θετική απομάκρυνση κλείνουμε τον διακόπτη  $\delta$ .
- δ.** Να βρείτε την εξίσωση της δύναμης Laplace σε συνάρτηση με την ταχύτητα  $F_L(v)$ .

<sup>6</sup> Να μελετηθεί μετά τις ταλαντώσεις

ε. Να εξηγήσετε ότι ο αγωγός εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση για την οποία να γράψτε την χρονική εξίσωση της περιβάλλουσας των ακραίων θετικών θέσεων με τον χρόνο. Μετά το κλείσιμο του διακόπτη θεωρείστε και πάλι  $t=0$ .

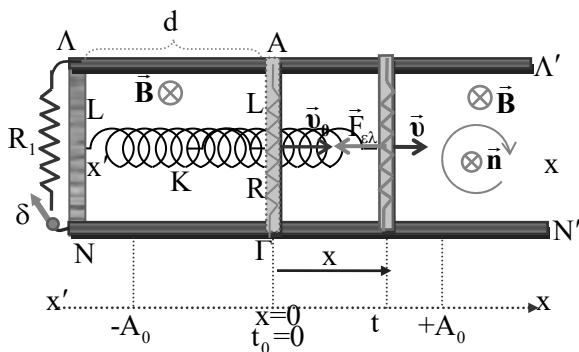
στ. Να βρείτε τον ρυθμό δημιουργίας ηλεκτρικής ενέργειας όταν ο αγωγός έχει ταχύτητα ταλάντωσης  $v=1\text{m/s}$

**Εφαρμογή:**  $B=1\text{T}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $m=0,5\text{Kg}$ ,  $R=1\Omega$ ,  $R_1=4\Omega$ ,  $K=50\text{N/m}$ ,  $d=0,6\text{m}$  και  $v_0=5\text{m/s}$ .

### ... Επεξεργασία ...

α. Αρχικά με την κίνηση του αγωγού υπάρχει φαινόμενο επαγωγής και επαγωγική τάση στον αγωγό ΑΓ, αλλά επειδή αυτός είναι σε ανοικτό κύκλωμα **δεν υπάρχει επαγωγικό ρεύμα** και συνεπώς **δεν ασκείται δύναμη Laplace** στον αγωγό.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό είναι το βάρος του  $m\vec{g}$ , οι δυνάμεις στήριξης  $\vec{N}_1$  και  $\vec{N}_2$  από τους αγωγούς – οδηγούς και η δύναμη από το ελατήριο  $\vec{F}_{ελ}$ .



Επειδή ο αγωγός ισορροπεί

στον κατακόρυφο άξονα έχουμε  $\Sigma \vec{F}_z = 0$  ή  $m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0$  και έτσι η μόνη δύναμη στον άξονα κίνησης είναι η δύναμη του ελατηρίου (αναπτύσσεται αμέσως μετά την κίνηση του αγωγού) που έχει **μέτρο**  $F_{ελ} = K\Delta\ell$  ( $\Delta\ell =$  παραμόρφωση ελατηρίου) και **αλγεβρική τιμή**  $F_{ελ} = -K\Delta\ell \xrightarrow{\Delta\ell=x} F_{ελ} = -Kx$  (όπου  $x$  η απόμακρυνση από την θέση ισορροπίας). Επειδή η συνισταμένη δύναμη στον άξονα κίνησης είναι μόνο η δύναμη του ελατηρίου  $\Sigma F = F_{ελ}$  ή  $\Sigma F = -Kx$  ο αγωγός ΑΓ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = K = 50\text{N/m}$  και

γωνιακή (κυκλική) συχνότητα  $\omega_0$  τέτοια ώστε  $m\omega_0^2 = D$  ή  $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \xrightarrow{\text{S.I}} \omega_0 = 10\text{rad/s}$ .

Η αρχική ταχύτητα βολής  $v_0$  επειδή είναι η ταχύτητα του ταλαντωτή στη θέση ισορροπίας του θα είναι η μέγιστη ταχύτητα, οπότε αν  $A_0$  το πλάτος της ταλάντωσης,

θα έχουμε  $v_0 = \omega_0 A_0$  ή  $A_0 = \frac{v_0}{\omega_0} \xrightarrow{\text{S.I}} A_0 = 0,5\text{m}$ .

## Ε. Κριτήρια αξιολόγησης

**9 τρίωρα κριτήρια αξιολόγησης**

**1 ανά ενότητα (1x4=4)**

**3 επαναληπτικά στον ηλεκτρομαγνητισμό**

**2 συνδυαστικά ηλεκτρομαγνητισμού  
με στερεό και ταλαντώσεις**

## 9ο Κριτήριο Αξιολόγησης – Συνδυαστικό ... Ηλεκτρομαγνητισμός – Ταλαντώσεις

### Θέμα Α'

**Οδηγία:** (Για τις ερωτήσεις **A.1** έως και **A.4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή πρόταση.)

**A.1** Ένας ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$  και σε απόσταση  $r$  από τον αγωγό η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο  $B_0$ . Αν η ένταση του ρεύματος διπλασιασθεί το μέτρο της έντασης  $B$  του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση  $r/2$  από τον αγωγό θα έχει τιμή,

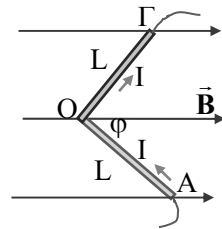
**α.**  $B=2B_0$

**β.**  $B=4B_0$

**γ.**  $B=6B_0$

**δ.**  $B=8B_0$

**A.2** Ένας αγωγός  $ΑΟΓ$  που διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$  είναι σε οριζόντιο επίπεδο και αποτελείται από δυο επιμέρους αγωγίμα τμήματα  $ΑΟ$  και  $ΟΓ$  ίσου μήκους  $L$  που είναι μεταξύ κάθετα. Στη περιοχή υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}$  που σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με το τμήμα  $ΟΑ$ , όπως στο σχήμα. Η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός  $ΑΟΓ$  έχει μέτρο,



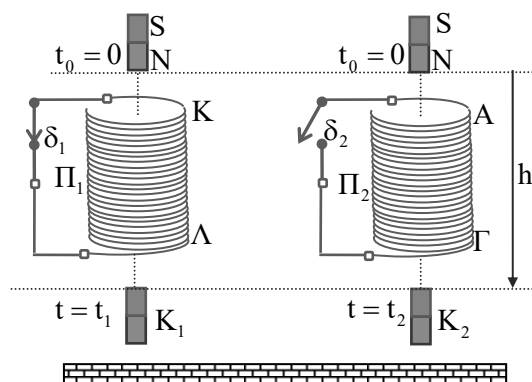
**α.**  $F_L=2BIL\eta\mu\varphi$

**β.**  $F_L=BIL(\eta\mu\varphi+\sigma\upsilon\nu\varphi)$

**γ.**  $F_L=0$

**δ.**  $F_L=BIL\sqrt{2}$

**A.3** Στο σχήμα φαίνονται δύο όμοια σωληνοειδή πηνία  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  στερεωμένα ακλόνητα σε κάποιο ύψος πάνω από το δάπεδο και με τον άξονά τους κατακόρυφο. Στο σωληνοειδές  $\Pi_1$  ο διακόπτης  $\delta_1$  είναι κλειστός ενώ στο  $\Pi_2$  ο διακόπτης  $\delta_2$  είναι ανοικτός. Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  αφήνουμε από το ίδιο ύψος πάνω από κάθε σωληνοειδές έναν ευθύγραμμο



μαγνήτη με τον βόρειο μαγνητικό πόλο προς τα σωληνοειδή. Οι μαγνήτες ίδιας μάζας  $m$  διέρχονται μέσα από τα σωληνοειδή και αφού διανύσουν διάστημα  $h$  εξέρχονται στις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$  με κινητικές ενέργειες  $K_1$  και  $K_2$  αντίστοιχα (βλέπε σχήμα).



- α. Για τις χρονικές στιγμές εξόδου ισχύει  $t_1 > t_2$ .
- β. Οι κινητικές ενέργειες  $K_1$  και  $K_2$  έχουν τιμές  $K_1 = K_2 = Mgh$ .
- γ. Κατά την πτώση του μαγνήτη ΗΕΔ-Επαγωγής αναπτύσσεται μόνο στο σωληνοειδές  $\Pi_1$ .
- δ. Καθώς οι μαγνήτες πλησιάζουν προς τα σωληνοειδή  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  στα πάνω άκρα αυτών Κ και Α αντίστοιχα αναπτύσσεται βόρειος μαγνητικός πόλος.

**A.4** Ένας αντιστάτης  $R$  διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα και απορροφά ηλεκτρική ενέργεια με μέση ισχύ  $\bar{P} = 100R$  (S.I). Αν ο ίδιος αντιστάτης διαρρέεται από συνεχές ρεύμα, για να εκλύεται στον ίδιο χρόνο  $t$  (που είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου  $T$  του εναλλασσομένου) το ίδιο ποσόν θερμότητας από εναλλασσόμενο και συνεχές, πρέπει η ένταση  $I_{\Sigma}$  του συνεχούς να έχει τιμή:

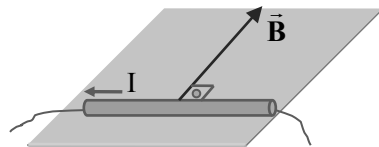
- α.  $I_{\Sigma} = 10\sqrt{2}A$     β.  $I_{\Sigma} = 5\sqrt{2}A$     γ.  $I_{\Sigma} = 10A$     δ.  $I_{\Sigma} = 100A$ .

**A.5** Να γράψτε στο τετράδιό σας το γράμμα της κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου ενός κυκλικού αγωγού ακτίνας  $r$  σε κάθε σημείο

στο εσωτερικό του είναι  $B = K_{\mu} \frac{2\pi I}{r}$ .

β. Αν εσωτερικό ενός ρευματοφόρου σωληνοειδούς πηνίου φέρουμε χάλκινο κυλινδρικό πυρήνα η ένταση του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς μειώνεται.



γ. Ένα ευθύγραμμος αγωγός μάζας  $m$  και μήκος  $L$  είναι πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό

δάπεδο και διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$ . Αν στην περιοχή εφαρμόσουμε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}$  κάθετο στο αγωγό, αυτός θα κινηθεί με αρχική επιτάχυνση  $a = BIL/m$ .

δ. Μεταξύ των σπειρών ενός ρευματοφόρου σωληνοειδούς πηνίου αναπτύσσονται ελκτικές δυνάμεις.

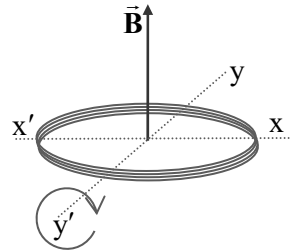
ε. Τα όργανα μέτρησης τάσης και έντασης στο εναλλασσόμενο μετρούν τις στιγμιαίες τιμές τάσης και έντασης.

**Θέμα Β'**

**B.1** Ένα κυκλικό πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου και κάποια στιγμή αρχίζουμε να το στρέφουμε περί οριζόντιο άξονα  $y'y'$  που ταυτίζεται με μια διάμετρο του πλαισίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Για γωνία στροφής κατά  $180^\circ$  που έγινε σε χρόνο  $\Delta t_1$  μέσα από μια διατομή του σύρματος του πλαισίου μετατοπίστηκε φορτίο  $q$ .

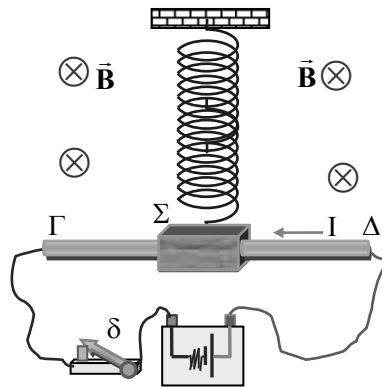
**α.** Όταν το πλαίσιο είχε στραφεί από την αρχή κατά  $60^\circ$  το φορτίο που είχε μετατοπισθεί μέσα από μια διατομή του σύρματος του πλαισίου είναι  $q' = q/4$

**β.** Αν ο χρόνος στροφής των  $180^\circ$  ήταν  $\Delta t_2 = 2\Delta t_1$  η επαγωγική ένταση ρεύματος θα είχε την μισή μέση τιμή και το φορτίο που είχε μετατοπισθεί μέσα από μια διατομή του σύρματος του πλαισίου θα ήταν είναι  $q'' = q/2$ .



Επιλέξτε με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης.

**B.2** Στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου είναι δεμένο ένα συμπαγές μονωτικό σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m$ . Ένας οριζόντιος αγωγός  $\Gamma\Delta$  μήκους  $L$  και μάζας  $M=0,5m$  είναι περασμένος μέσα από το σώμα  $\Sigma$  και διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$  τροφοδοτούμενος με αβαρή καλώδια μέσω διακόπτη από πηγή συνεχούς τάσης. Όλη η διάταξη ισορροπεί μέσα σε ομογενές οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}$ . Η φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου αλλά και της έντασης ρεύματος φαίνεται στο σχήμα. Κάποια στιγμή ανοίγουμε τον διακόπτη  $\delta$  και το σύστημα (σώμα  $\Sigma$ -αγωγός  $\Gamma\Delta$ ) εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στην ταλάντωση αυτή για να έχει το ελατήριο μήκος μεγαλύτερο από το φυσικό του μήκος, πρέπει η μέγιστη τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου να είναι :



**α.**  $B_{\max} = \frac{3mg}{IL}$

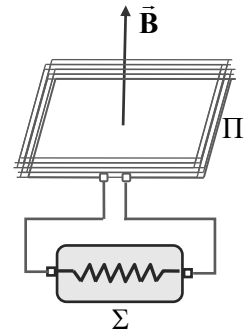
**β.**  $B_{\max} = \frac{2,5mg}{IL}$

**γ.**  $B_{\max} = \frac{1,5mg}{IL}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

**Θέμα Γ'**

Ένα τετράγωνο πλαίσιο πλευράς  $L=0,2\text{m}$  και  $N=250$  σπειρών έχει αντίσταση ανά μονάδα μήκους του σύρματός του  $R^*=0,01\Omega/\text{m}$  και το επίπεδό του είναι κάθετο σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}$ . Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται με θερμική συσκευή  $\Sigma$  που έχει χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας  $\Sigma(6\text{V}, 12\text{W})$  και έχει αντοχή στην υπερθέρμανση έως 20% αύξηση της τάσης τροφοδοσίας της. Μεταβάλλουμε χρονικά το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος. Στην πρώτη φάση της μεταβολής της έντασης  $\vec{B}$  από  $t_0=0$  έως  $t_1=1,5\text{s}$  η συσκευή λειτουργεί κανονικά, ενώ στην δεύτερη φάση μεταβολής από  $t_1=1,5\text{s}$  έως  $t_2$  η συσκευή οριακά αποφεύγει την καταστροφή λόγω υπερθέρμανσης. Να υπολογίσετε

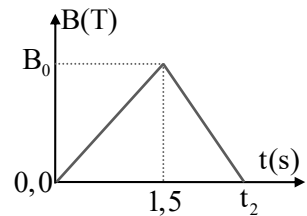


**Γ.1** την μεταβολή της μαγνητικής ροής μέσα από κάθε σπείρα του πλαισίου σε κάθε μία από τις δύο φάσεις μεταβολής της έντασης  $\vec{B}$ ,

**Γ.2** την τιμή  $B_0$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου,

**Γ.3** την χρονική στιγμή  $t_2$ ,

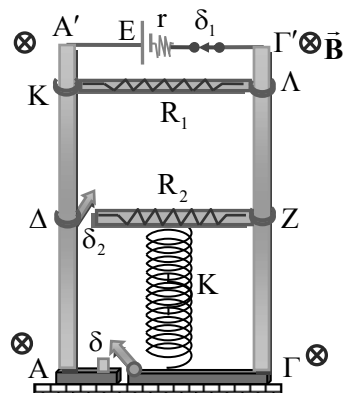
**Γ.4** την μεταβολή της ροής από 0,5s έως 1,0s, όπως και το αντίστοιχο φορτίο που μετατοπίστηκε μέσα από μια διατομή του σύρματος του πλαισίου.

**Θέμα Δ'**

Δύο κατακόρυφοι αγωγοί οδηγού  $AA'$  και  $\Gamma\Gamma'$  απέχουν απόσταση  $L=0,5\text{m}$  και συνδέονται αγωγίμα στα κάτω άκρα  $A$  και  $\Gamma$  μέσω διακόπτη  $\delta$  που είναι ανοικτός. Η ανωτέρω διάταξη που δεν έχει ωμική αντίσταση, στηρίζεται ακλόνητα σε μονωτικό δάπεδο και βρίσκεται σε περιοχή που επικρατεί οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$  με δυναμικές γραμμές κάθετες στο επίπεδο των αγωγών-οδηγών.

Τα πάνω άκρα  $A'$  και  $\Gamma'$  των αγωγών οδηγών συνδέονται μέσω διακόπτη  $\delta_1$  που είναι κλει-

στός με πηγή ΗΕΔ- $E=40\text{V}$  και εσωτερικής αντίστασης  $r=1\Omega$ . Δύο άλλοι αγωγοί  $K\Lambda$  και  $\Delta Z$  μήκους  $L=0,5\text{m}$  που έχουν μάζες  $m_1=0,5\text{Kg}$ ,  $m_2=0,3\text{Kg}$  και αντιστάσεις



# Απαντήσεις

## 1. Μαγνητικά πεδία ρευματοφόρων αγωγών

### A. Ερωτήσεις σωστού –Λάθους (Σωστές είναι ...)

1.1 β, γ	1.2 α, β, δ	1.3 γ	1.4 δ	1.5 γ
1.6 β, γ	1.7 α, γ	1.8 β, δ	1.9 α, δ	1.10 β
1.11 δ	1.12 δ	1.13 β, γ	1.14 γ, δ	1.15 γ, δ
1.16 α, β, δ	1.17 β	1.18 α, β	1.19 α, δ	1.20 δ
1.21 α, β, γ				

### B. Ερωτήσεις κατανόησης (Σωστές είναι ...)

1.22 α, β	1.23 γ	1.24 γ	1.25 α	1.26 γ
1.27 γ	1.28 δ	1.29 β	1.30 γ	1.31 β
1.32 γ	1.33 δ	1.34 β	1.35 γ	1.36 β
1.37 γ	1.38 γ	1.39 β	1.40 α	1.41 β
1.42 δ	1.43 β	1.44 γ	1.45 γ	1.46 β

### Γ. Ασκήσεις και προβλήματα

1.47 α)  $r=1\text{cm}$  β)  $B'=10^{-5}\text{T}$  γ)  $B=2\cdot 10^{-5}\text{I (S.I.)}$  ... ευθεία.

1.48 α)  $I=8\text{A}$  β)  $B=6,4\cdot 10^{-5}\text{T}$

1.49 α)  $I=0,8\text{A}$  β)  $B=8\cdot 10^{-6}\text{T}$

1.50 α)  $B_{\Delta}=2,8\cdot 10^{-5}\text{T}$  β)  $B_z=1,76\cdot 10^{-5}\text{T}$  γ)  $B_M=\sqrt{2}\cdot 10^{-5}\text{T}$  δ)  $I_2=30\text{A}$

1.51 α)  $I_2=10\text{A}$  β)  $I=5\text{A}$  γ)  $B_r=8\cdot 10^{-5}\text{T}$

1.52 α)  $I_2=4\text{A}$  β)  $B_N=7,21\cdot 10^{-6}\text{T}$

1.53 α)  $I_2=4\text{A}$  ή  $I_2=8\text{A}$  β)  $B_M=2\sqrt{2}\cdot 10^{-5}\text{T}$

γ)  $B_N=2,0\cdot 10^{-5}\text{T}$  [ Οι απαντήσεις στα β, γ είναι για  $I_2=8\text{A}$  ]

1.54 α) από  $y'$  προς  $y$  β)  $I_2=30\text{A}$  γ)  $B_N=1\cdot 10^{-5}\text{T}$

1.55 α)  $B_M=0$  β)  $B_M=4\sqrt{2}\cdot 10^{-5}\text{T}$

1.56 α)  $B_1=3\cdot 10^{-4}\text{T}$  β)  $B_2=4\cdot 10^{-4}\text{T}$  γ)  $I_2=100\text{A}$

1.57 α)  $B_2=2\sqrt{2}\cdot 10^{-5}\text{T}$  β)  $I_1=10\text{A}$ ,  $I_3=10\text{A}$

1.58 α)  $B_{\alpha}=1,5\cdot 10^{-5}\text{T}$  β)  $I=10\text{A}$

1.59 α)  $B_{1,2}=6\cdot 10^{-5}\text{T}$  β)  $B_3=8\cdot 10^{-5}\text{T}$  γ)  $I_3=40\text{A}$

1.60 α) Είναι ευθεία παράλληλη με τον αγωγό σε απόσταση  $r=5\text{cm}$ , β)  $B_{\text{ολ},\Lambda}=6\cdot 10^{-5}\text{T}$

1.61 α) Ευθεία παράλληλη με τους αγωγούς σε απόσταση 30cm από το Α και στην προέκταση της ΑΓ. β)  $B_{1,2}=4/3\cdot 10^{-5}\text{T}$  γ) Ευθεία παράλληλη με τους αγωγούς σε απόσταση 10cm από το Α και μεταξύ των Α, Γ.



Οι αναλυτικές  
απαντήσεις  
στην ιστοσελίδα  
[www.btsounis.gr](http://www.btsounis.gr)