

Κ. Ε. ΚΑΤΣΑΜΠΑΛΟΣ  
Η. Ν. ΤΖΙΑΒΟΣ



# ΦΥΣΙΚΗ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ

## Πρόλογος

Το βιβλίο αυτό είναι η πρώτη προσπάθεια έκδοσης ενός ελληνόγλωσσου συγγράμματος πανεπιστημιακού επιπέδου με θέμα τη Φυσική Γεωδαισία. Απευθύνεται στους φοιτητές και στις σπουδάστριες των προπτυχιακών Τμημάτων Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης (ΑΠΘ), του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου (ΕΜΠ) και άλλων συναφών Τμημάτων των ΑΕΙ. Απευθύνεται επίσης σε όλους τους διπλωματούχους Μηχανικούς, Γεωεπιστήμονες, Φυσικούς και Μαθηματικούς, που επιθυμούν τη μελέτη της θεωρίας και των εφαρμογών της Φυσικής Γεωδαισίας. Ορισμένα κεφάλαια είναι δυνατόν να αποτελέσουν τη βάση της ύλης ενός μαθήματος Φυσικής Γεωδαισίας σε μεταπτυχιακό επίπεδο.

Τα τελευταία επτά χρόνια οι υπογράφωντες είχαν διαδοχικά την ακαδημαϊκή ευθύνη για το ομώνυμο μάθημα επιλογής που διδάσκεται στους φοιτητές και στις φοιτήτριες του Τμήματος Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών στο ΑΠΘ. Αλλά το σύγγραμμα αυτό δεν αποτελεί απλώς το αποτέλεσμα της συνεργασίας δύο πανεπιστημιακών συναδέλφων μέσα στα πλαίσια της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Είναι και καρπός της προσωπικής τους εργασίας και έρευνας, όπως αυτή τεκμηριώνεται με δημοσιεύσεις σε διεθνή περιοδικά, σε επιστημονικές εκδόσεις και παρουσιάσεις σε διεθνή συνέδρια.

Μία από τις μεγαλύτερες δυσκολίες στη συγγραφή του παρόντος ήταν η έλλειψη σχετικής με το θέμα βιβλιογραφίας στην ελληνική γλώσσα και η μετάφραση και απόδοση των αγγλικών, κατά κύριο λόγο, όρων και εκφράσεων. Καταβλήθηκε προσπάθεια να ξεπεραστεί το πρόβλημα, τόσο με τη χρησιμοποίηση γενικώς αποδεκτών και δοκίμων όρων που αναφέρονται σε ελληνόγλωσσα συγγράμματα γεωδαισίας, φυσικής και μαθηματικών, όσο και με την παράθεση των αντιστοίχων ξενόγλωσσων εκφράσεων και της σχετικής βιβλιογραφίας. Ο κατάλογος με την τυποποιημένη αγγλική ορολογία και την ελληνική ορολογία (index), καθώς επίσης και τα περιεχόμενα στην αγγλική γλώσσα είναι μία επιπλέον προσπάθεια προς την κατεύθυνση της καταγραφής και της εισαγωγής μίας ενιαίας ελληνικής ορολογίας στο χώρο της Φυσικής Γεωδαισίας.

Η γενική βιβλιογραφία περιλαμβάνει ξενόγλωσσες και ελληνικές εκδόσεις βιβλίων. Το τμήμα που περιλαμβάνει τις επιστημονικές εργασίες είναι αρκετά εκτεταμένο, έτσι ώστε ο μελετητής να μπορέσει να αντλήσει λεπτομερέστερες πληροφορίες για κάποιο θέμα, εάν αυτό είναι απαραίτητο. Με-

οικές από τις επιστημονικές εργασίες και τα βιβλία περιλαμβάνονται στη βιβλιογραφία, έστω και εάν δεν γίνεται ειδική αναφορά γι' αυτά στο κείμενο, επειδή κρίθηκε αναγκαία η ενημέρωση του αναγνώστη για το σύνολο σχεδόν των “διεθνούς αποδοχής” πηγών αναφοράς. Ελήφθησαν υπόψη εργασίες, οι οποίες δημοσιεύτηκαν μέχρι και τα μέσα του 1991, έτσι ώστε το παρόν να αποτελεί πηγή σύγχρονης πληροφόρησης και ενημέρωσης γύρω από τα τρέχοντα θέματα και προβλήματα της γεωδαιτικής επιστήμης.

Μία από τις ιδιομορφίες του βιβλίου που πρέπει να επισημανθεί, είναι η επανάληψη βασικών εξισώσεων στις διάφορες επιμέρους ενότητες. Αυτό έγινε για να διευκολυνθεί ο αναγνώστης στη μελέτη του βιβλίου, αλλά και για να παρουσιάζει το κείμενο τη συνοχή που απαιτεί ένα διδακτικό βοήθημα.

Η παράθεση των δύο Παραρτημάτων αποσκοπεί στην πληρέστερη κατανόηση ορισμένων θεωρητικών θεμάτων με τη μελέτη συγκεκριμένων αριθμητικών εφαρμογών.

Οι συγγραφείς αισθάνονται την υποχρέωση να ευχαριστήσουν τον συνάδελφο Μιχάλη Σιδερό, αναπληρωτή καθηγητή στο Department of Surveying Engineering, για την παροχή χρησίμων πληροφοριών και εκπαιδευτικού υλικού σχετικού με τη διδασκαλία του αντιστοίχου μαθήματος που διδάσκεται στο University of Calgary. Επίσης τις κυρίες Β. Δεσμάνη και Ι. Καρίντη για τις βελτιώσεις που υπέδειξαν για τη γραμματική και συντακτική αριότητα του κειμένου. Οι παρατηρήσεις των φοιτητών/τριών στα κείμενα που κυκλοφόρησαν στο παρελθόν με τη μορφή πανεπιστημιακών παραδόσεων ήταν πολύ χρήσιμες. Οι παρατηρήσεις των αναγνωστών του παρόντος για ενδεχόμενες ατέλειες στο κείμενο και στις 1200 πολύπλοκες εξισώσεις του θα ληφθούν υπόψη σε μία μελλοντική έκδοση, εφόσον σταλούν στους συγγραφείς.

Θεσσαλονίκη, Οκτώβριος 1991

*Κ.Ε. Κατσάμπαλος  
Η.Ν. Τζιαβός*

# Περιεχόμενα

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

|  |    |
|--|----|
| 1.1 Ορισμός και περιεχόμενο της Φυσικής Γεωδαισίας | 1  |
| 1.2 Σχήμα της γης και κατανομή της πυκνότητας      | 3  |
| 1.3 Παγκόσμια έλξη και βαρύτητα                    | 4  |
| 1.4 Ιστορική ανασκόπηση                            | 5  |
| 1.5 Νεώτερες απόψεις σχετικά με τη βαρύτητα        | 12 |

## 2. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ

|   |    |
|---|----|
| 2.1 Νευτώνειο πεδίο έλξης                               | 15 |
| 2.2 Εξισώσεις Poisson και Laplace                       | 26 |
| 2.3 Η συμπαγής σφαίρα ως γήινο μοντέλο                  | 26 |
| 2.4 Τα δυναμικά έλξης του απλού και του διπλού κελύφους | 31 |
| 2.5 Θεώρημα και ολοκληρωματικός τύπος του Gauss         | 36 |
| 2.6 Οι ταυτότητες του Green και διάφορες εφαρμογές τους | 37 |
| 2.7 Η αρχή του Dirichlet και το θεώρημα του Stokes      | 41 |

## 3. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΓΗΙΝΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

|   |    |
|---|----|
| 3.1 Το πραγματικό πεδίο βαρύτητας               | 43 |
| 3.2 Το κανονικό πεδίο βαρύτητας                 | 46 |
| 3.3 Το διαταρακτικό πεδίο βαρύτητας             | 57 |
| 3.4 Αναγωγές της βαρύτητας                      | 60 |
| 3.5 Η θεμελιώδης εξίσωση της φυσικής γεωδαισίας | 69 |
| 3.6 Συστήματα υψών                              | 72 |
| 3.7 Προβλήματα συνοριακών τιμών                 | 76 |

## 4. ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ LEGENDRE ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΙΚΕΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ

|   |    |
|---|----|
| 4.1 Εισαγωγή  | 79 |
| 4.2 Ανάπτυξη του αντιστρόφου της απόστασης σε σειρά πολυωνύμων Legendre     | 80 |
| 4.3 Τα πολυώνυμα του Legendre   | 82 |
| 4.4 Οι γενικευμένες συναρτήσεις του Legendre                                | 85 |
| 4.5 Επιφανειακές σφαιρικές αρμονικές  | 87 |
| 4.6 Πλήρως κανονικοποιημένες γενικευμένες συναρτήσεις Legendre Παραδείγματα | 90 |
|   | 92 |

## 5. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΕΛΞΗΣ ΣΕ ΣΦΑΙΡΙΚΕΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ

|  |    |
|--|----|
| 5.1 Ανάπτυξη τυχούσης συνάρτησης σε επιφανειακές σφαιρικές αρμονικές | 95 |
|--|----|

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 5.2 | Ανάπτυξη αρμονικής συνάρτησης σε στερεές σφαιρικές αρμονικές  | 96  |
| 5.3 | Ανάπτυξη του γήινου δυναμικού έλξης σε σφαιρικές αρμονικές    | 98  |
| 5.4 | Ανάπτυξη του κανονικού δυναμικού έλξης σε σφαιρικές αρμονικές | 100 |
| 5.5 | Υπολογισμός της ανωμαλίας της βαρύτητας επάνω από το έδαφος   | 101 |
| 5.6 | Ο υπολογισμός των συντελεστών του δυναμικού στην πράξη        | 104 |

## 6. ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 6.1   | Εισαγωγικές έννοιες   | 113 |
| 6.2   | Το ολοκλήρωμα του Stokes – Θεμελιώδεις εξισώσεις                              | 116 |
| 6.3   | Αστρογεωδαιτική ή αστρονομική χωροστάθμιση                                    | 124 |
| 6.4   | Αστροβαρυτημετρική χωροστάθμιση   | 131 |
| 6.5   | Χωροστάθμιση με τοπογραφικές – ισοστατικές αποκλίσεις της κατακορύφου         | 139 |
| 6.5.1 | Μέθοδος υπολογισμού των τοπογραφικών – ισοστατικών αποκλίσεων της κατακορύφου | 139 |
| 6.5.2 | Πρακτικές εφαρμογές για την Ελλάδα  | 143 |
| 6.6   | Πολυωνυμικός προσδιορισμός υψομέτρων του γεωειδούς με ελάχιστα τετράγωνα      | 144 |
| 6.6.1 | Αρχή της μεθόδου  |     |
| 6.7   | Η ολοκληρωματική μέθοδος Stokes   | 150 |
| 6.7.1 | Σφάλματα λόγω του μαθηματικού μοντέλου  | 152 |
| 6.7.2 | Επίδραση της συνιστώσας μηδενικής τάξης $N_0$                                 | 154 |
| 6.7.3 | Σφάλματα λόγω της αριθμητικής ολοκλήρωσης                                     | 155 |
| 6.7.4 | Σφάλματα των συντελεστών του γεωδυναμικού μοντέλου                            | 156 |
| 6.7.5 | Σφάλματα των ανωμαλιών βαρύτητας  | 156 |
| 6.7.6 | Σφάλματα λόγω παράλειψης της συνιστώσας $N_3$                                 | 156 |
| 6.7.7 | Σφάλματα λόγω του περιορισμένου βαθμού ανάπτυξης του γεωδυναμικού μοντέλου    | 157 |
| 6.8   | Παραλλαγές της ολοκληρωματικής μεθόδου  | 158 |
| 6.8.1 | Μέθοδος Vincent – Marsh   | 158 |
| 6.8.2 | Μέθοδος Rapp – Rummel   | 159 |
| 6.8.3 | Μέθοδος Meissl – Jekeli   | 160 |
| 6.8.4 | Φασματική μέθοδος Wenzel  | 161 |
| 6.8.5 | Ελαχιστοτετραγωνική μέθοδος Sjöberg   | 163 |
| 6.8.6 | Μέθοδος ολοκλήρωσης των κυκλικών τομέων                                       | 165 |
| 6.9   | Βέλτιστη ακτίνα συλλογής και ακρίβεια δεδομένων                               | 169 |
| 6.10  | Βαρυτημετρικές αποκλίσεις της κατακορύφου με την ολοκληρωματική μέθοδο        | 175 |
|       | Παράδειγμα  | 181 |

## 7. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ – Η ΣΗΜΕΙΑΚΗ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ

|       |                                     |     |
|-------|-------------------------------------|-----|
| 7.1   | Εισαγωγή                            | 183 |
| 7.2   | Η μέθοδος της σημειακής προσαρμογής | 185 |
| 7.2.1 | Σημειακή προσαρμογή χωρίς σφάλματα  | 185 |
| 7.2.2 | Σημειακή προσαρμογή με σφάλματα     | 189 |

|  |  |     |
|--|--|-----|
| 7.3  | Συναρτήσεις συμμεταβλητότητας και συντελεστές μεταβλητότητας του πεδίου βαρύτητας                                      | 194 |
| 7.4  | Ο νόμος μετάδοσης των συμμεταβλητοτήτων  | 207 |
| 7.5  | Εμπειρικές συναρτήσεις συμμεταβλητότητας και συντελεστές μεταβλητότητας του πεδίου βαρύτητας                           | 211 |
| 7.6  | Συναρτήσεις συμμεταβλητότητας σφάλματος και συντελεστές μεταβλητότητας σφάλματος του πεδίου βαρύτητας                  | 218 |
| 7.6.1  | Συναρτήσεις συμμεταβλητότητας σφάλματος  | 218 |
| 7.6.2  | Συντελεστές μεταβλητότητας σφάλματος   | 227 |
| 7.7  | Προσδιορισμός του γεωειδούς με τη μέθοδο της σημειακής προσαρμογής   | 234 |
| 7.7.1  | Αστροβαρυτημετρική λύση για το γεωειδές στον ελληνικό χώρο   | 240 |
| 7.8  | Βαρυτημετρικός και αστροβαρυτημετρικός προσδιορισμός αποκλίσεων της κατακόρυφου με τη μέθοδο της σημειακής προσαρμογής | 246 |
| 7.9  | Συνδυασμός ολοκληρωματικής μεθόδου και σημειακής προσαρμογής   | 252 |
| <b>8. ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΜΟΛΟDENSKY</b>   |  |     |
| 8.1  | Γενικά σχόλια  | 259 |
| 8.2  | Περιγραφή της μεθόδου  | 260 |
| 8.3  | Προς τα κάτω επέκταση των ανωμαλιών βαρύτητας  | 264 |
| <b>9. ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ</b>  |  |     |
| 9.1  | Εισαγωγικά σχόλια  | 269 |
| 9.2  | Πρόγνωση με τον εκτιμητή του Bjerhammar  | 270 |
| 9.3  | Πρόγνωση με τις πολυτετραγωνικές μεθόδους του Hardy  | 271 |
| 9.4  | Το πρόβλημα συνοριακών τιμών του Bjerhammar  | 272 |
| <b>10. ΑΠΟ ΑΕΡΑ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ ΔΕΥΤΕΡΑΣ ΤΑΞΗΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ</b> |  |     |
| 10.1   | Γενικά σχόλια  | 281 |
| 10.2   | Από αέρα μετρήσεις της βαρύτητας   | 283 |
| 10.3   | Η διόρθωση Εötνös  | 289 |
| 10.4   | Από αέρα μέτρηση των παραγώγων δευτέρας τάξης του δυναμικού βαρύτητας  | 291 |
| 10.5   | Μέτρηση των παραγώγων δευτέρας τάξης του δυναμικού βαρύτητας από δορυφόρους  | 299 |
| <b>11. Η ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ</b>  |  |     |
| 11.1   | Εισαγωγή   | 303 |
| 11.2   | Ο συνεχής μετασχηματισμός Fourier (CFT) σε μία διάσταση  | 304 |
| 11.3   | Ο συνεχής μετασχηματισμός Fourier (CFT) σε δύο διαστάσεις  | 305 |
| 11.4   | Ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier (DFT) σε δύο διαστάσεις  | 306 |
| 11.4.1   | Το τετραγωνικό "παράθυρο" συνημιτόνου  | 309 |
| 11.4.2   | Διακριτή συνέλιξη και συσχέτιση  | 311 |

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| 11.4.3     | Ιδιότητες του DFT   | 312 |
| 11.4.4     | Η συνάρτηση συσχέτισης, η συνάρτηση συµµεταβλητότητας και η συνάρτηση πυκνότητας φάσματος | 314 |
| 11.5       | Ο ταχύς µετασχηµατισµός Fourier (FFT)   | 319 |
| 11.6       | Υπολογισµός τοπογραφικών διορθώσεων µε FFT  | 321 |
| 11.6.1     | Πρακτική εφαρµογή για τοπογραφικές διορθώσεις   | 325 |
| 11.7       | Υπολογισµός υψοµέτρων του γεωειδούς και αποκλίσεων της κατακορύφου µε FFT                 | 327 |
| 11.7.1     | Πρακτική εφαρµογή στις αποκλίσεις της κατακορύφου   | 330 |
| 11.7.2     | Πρακτική εφαρµογή στα υψόμετρα του γεωειδούς  | 331 |
| 11.8       | Το πρόβληµα του Molodensky µε FFT   | 332 |
| 11.9       | Επίλυση άλλων γεωδαιτικών προβληµάτων µε FFT  | 342 |
| 11.9.1     | Τοπογραφικές διορθώσεις στις από αέρα µετρήσεις της βαρύτητας                             | 343 |
| 11.9.2     | Τοπογραφικές διορθώσεις στις από αέρα κατακόρυφες βαθµίδες της βαρύτητας                  | 347 |
| 11.9.3     | Έµµεση επίδραση µε FFT  | 349 |
| <br>       |   |     |
| <b>12.</b> | <b>ΤΕΧΝΗΤΟΙ ΔΟΡΥΦΟΡΟΙ ΚΑΙ ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΗ ΑΛΤΙΜΕΤΡΙΑ</b>                                       |     |
| 12.1       | Εισαγωγή στη γεωδαισία δορυφόρων  | 353 |
| 12.2       | Παράγοντες που επηρεάζουν τη δορυφορική τροχιά  | 355 |
| 12.3       | Η κανονική τροχιά τεχνητού δορυφόρου  | 357 |
| 12.4       | Η διαταραγµένη δορυφορική τροχιά  | 366 |
| 12.5       | Μέθοδοι χαρτογράφησης των θαλασσών  | 367 |
| 12.6       | Αρχές και ανάπτυξη της δορυφορικής αλτιµετρίας  | 367 |
| 12.7       | Πηγές σφαλµάτων στη δορυφορική αλτιµετρία   | 372 |
| 12.8       | Εφαρµογή της σηµειακής προσαρµογής στη δορυφορική αλτιµετρία                              | 374 |
| <br>       |   |     |
|            | <b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ -Α</b>   | 381 |
|            | <b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ -Β</b>   | 393 |
|            | Γενική Βιβλιογραφία   | 397 |
|            | Α' – Ξενόγλωσση   | 397 |
|            | Β' – Ελληνική   | 398 |
|            | Επιστηµονικές Εργασίες  | 399 |
|            | <br>  |     |
|            | Συνοµογραφίες   | 409 |
|            | Τυποποιηµένη Αγγλική Ορολογία   | 410 |
|            | Ελληνική Ορολογία   | 412 |

---

# Εισαγωγή

## 1.1 Ορισμός και περιεχόμενο της Φυσικής Γεωδαισίας

Ο όρος Φυσική Γεωδαισία (Physical Geodesy, Gravimetric Geodesy) χρησιμοποιείται για να εντοπιστεί εκείνο το τμήμα της γεωδαιτικής επιστήμης, που ασχολείται κυρίως με τη χρήση των μετρήσεων της έντασης του πεδίου βαρύτητας (αλλά και άλλων ποσοτήτων), μέσω μαθηματικά προηγμένων και συνεχώς εξελισσόμενων τεχνικών, για τους ακόλουθους σκοπούς:

1. Καθορισμός του σχήματος, του μεγέθους και του εξωτερικού πεδίου βαρύτητας της γης (γεωειδές, ελλειψοειδές αναφοράς, διάνυσμα πεδίου βαρύτητας).

2. Επακριβής προσδιορισμός των συντεταγμένων των σημείων που βρίσκονται επάνω στη γήινη επιφάνεια, αλλά και στο διαστημικό της χώρο (χωροσταθμίσεις ακριβείας, αναγωγές μετρήσεων για τον υπολογισμό τριγωνομετρικών δικτύων, εφαρμογές ολοκληρωμένης γεωδαισίας).

3. Δυναμικός προσδιορισμός της θέσης οχημάτων (αδρανειακά και δορυφορικά συστήματα προσδιορισμού διανύσματος θέσης).

4. Κατανόηση της επιφανειακής και της εσωτερικής δομής του πλανήτη από άποψη γεωμετρίας και πυκνότητας (γεωφυσικές διασκοπήσεις, εντοπισμός ορυκτών πόρων, δομή και κίνηση τεκτονικών πλακών, ισοστασία, ελαστικότητα φλοιού).

5. Πρόβλεψη, υπολογισμός και αξιοποίηση των δορυφορικών τροχιών με τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια (μοντέλα πεδίου βαρύτητας, συστήματα Doppler/GPS).

6. Βασική έρευνα στη θεωρητική φυσική (gravitation), τη σεισμολογία, τη γεωλογία, τη γεωφυσική και τη γεωδυναμική (μεταβολές βαρύτητας με το χρόνο), ακόμα και στον καθορισμό συνθηκών για τον ορισμό μονάδων στη χημεία.

Ο πλέον σημαντικός αντικειμενικός στόχος της φυσικής γεωδαισίας είναι ο προσδιορισμός του γεωειδούς, εκείνης δηλαδή της ισοδυναμικής επιφά-



νειας του γήινου πεδίου βαρύτητας, που σε πρώτη προσέγγιση ταυτίζεται με τη μέση στάθμη της θάλασσας σε παγκόσμια κλίμακα. Η γνώση της γεωμετρίας του γεωειδούς είναι αναγκαία όταν πρόκειται να αναχθούν γεωδαιτικές μετρήσεις μηκών ή γωνιών από την επιφάνεια της γής σε κάποια μαθηματική επιφάνεια που μπορεί να είναι ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής (ΕΕΠ). Ο προσδιορισμός του γεωειδούς μπορεί να επιτευχθεί από την ανάλυση των μετρήσεων βαρύτητας (αντικείμενο της βαρυνημετρίας) με διαδικασίες της φυσικής γεωδαισίας που έχουν, μεταξύ των στόχων τους, τη μελέτη των γήινων φαινομένων και τον προσδιορισμό των γήινων φυσικών παραμέτρων (γεωφυσικές διασκοπήσεις).

Η γήινη βαρύτητα είναι ο όρος – κλειδί στη θεωρία και τις εφαρμογές της φυσικής γεωδαισίας. Ένα κλασικό παράδειγμα που δείχνει την ανάγκη αξιοποίησης της πληροφορίας της βαρύτητας στις γεωδαιτικές εργασίες ακριβείας, είναι η γεωμετρική χωροστάθμιση (διαδικασία προσδιορισμού των υψομέτρων του εδάφους με τη βοήθεια οργάνων που ονομάζονται χωροβάτες). Λόγω της μη παραλληλίας των ισοδυναμικών επιφανειών του γήινου πεδίου βαρύτητας, οι υψομετρικές διαφορές που μετριοούνται σε κλειστούς βρόγχους δεν έχουν άθροισμα μηδέν. Εάν όμως η χωροστάθμιση συνδυαστεί με μετρήσεις βαρύτητας κατά μήκος της όδευσης, τότε, αγνοουμένων των σφαλμάτων μέτρησης των υψομετρικών διαφορών, το άθροισμά τους οφείλει να είναι ίσο με μηδέν.

Από την άποψη των μετρήσεων, η γεωδαισία ασχολείται και με γεωμετρικές ποσότητες (μήκη, γωνίες, διευθύνσεις) και με δυναμικές ποσότητες (συνιστώσες του διανύσματος της βαρύτητας), που μετρώνται κυρίως επάνω στη γήινη επιφάνεια (δηλαδή στη συνοριακή επιφάνεια μεταξύ των μαζών και του περιβάλλοντος χώρου), και λιγότερο στον περιβάλλοντα διαστημικό χώρο. Είναι πρωταρχικής σημασίας το γεγονός ότι τα δύο αυτά είδη ποσοτήτων είναι τόσο αυστηρά συσχετισμένα, ώστε βελτίωση της γνώσης για τη γεωμετρία του χώρου επιτυγχάνει άμεση βελτίωση της γνώσης για τη “φυσική” του πεδίου βαρύτητας και αντίστροφα. Αυτή η αλληλοσυσχέτιση φαίνεται καθαρά μέσα από το προηγούμενο παράδειγμα της γεωμετρικής χωροστάθμισης, συνδυαζόμενης με μετρήσεις βαρύτητας. Ο βέλτιστος τρόπος συνδυασμού των γεωμετρικών με τα δυναμικά χαρακτηριστικά είναι ένα θέμα που βρίσκεται σε συνεχή έρευνα και ανάπτυξη, έστω και εάν έχει γίνει πάρα πολλή δουλειά μέχρι τώρα από τη γεωδαιτική κοινότητα.

Υπάρχουν πολλών ειδών ταξινομήσεις των θεμάτων που αντιμετωπίζονται από τη φυσική γεωδαισία. Η πλέον όμως γενική ταξινόμηση διακρίνει δύο είδη προβλημάτων:

1. Το ευθύ πρόβλημα της φυσικής γεωδαισίας που συνίσταται στον υπολογισμό των στοιχείων του εξωτερικού πεδίου βαρύτητας, θεωρώντας “γνωστή υπό προϋποθέσεις” την κατανομή των μαζών ως προς θέση και πυκνότητα.

2. Το αντίστροφο πρόβλημα της φυσικής γεωδαισίας που αναζητεί λύσεις για την κατανομή των μαζών, με βάση τη γνώση του εξωτερικού πεδίου βαρύτητας. Από γεωφυσική άποψη, το πρόβλημα αυτό είναι εξαιρετικής σπουδαιότητας για εφαρμογές εντοπισμού φυσικών πόρων, αλλά σύμφωνα με τη θεωρία του δυναμικού επιδέχεται άπειρες λύσεις.

## 1.2 Σχήμα της γης και κατανομή της πυκνότητας

Σε πρώτη προσέγγιση, το σχήμα της γης θεωρείται **σφαιρικό**, ενώ σε πολλές εφαρμογές που απαιτούν μία εκτίμηση του μεγέθους της γήινης σφαίρας, χρησιμοποιείται σαν ακτίνα η τιμή  $R=6371$  km. Η πραγματική όμως γη έχει σχήμα περίπου σφαιρικό, με αισθητή επιπλάτυση στον ισημερινό. Ως γεωμετρικό μοντέλο που περιγράφει το σχήμα της γης χρησιμοποιούμε στις περισσότερες εφαρμογές το **ελλειψοειδές εκ περιστροφής** (ΕΕΠ), το οποίο σχηματίζεται, εάν περιστρέψουμε κατά  $360^\circ$  μία έλλειψη γύρω από το μικρό της άξονα. Η διαφορά των δύο ημιαξόνων της έλλειψης είναι περίπου 10 km, μία διαφορά που δικαιολογεί τη χρήση του μοντέλου της σφαιρικής γης σε απλοποιημένες εφαρμογές.

Στο παρελθόν έχουν γίνει κάποιες προτάσεις χρήσης ενός **τριαξονικού ελλειψοειδούς** ως μοντέλου του σχήματος της γης. Το όφελος από τη χρήση ενός τέτοιου μοντέλου είναι μηδαμινό, σε σχέση με τη χρήση ενός διαξονικού ελλειψοειδούς εκ περιστροφής. Επιπλέον, ο εισαγόμενος υπολογιστικός φόρτος και η συνεπαγόμενη πολυπλοκότητα των μαθηματικών εκφράσεων είναι δυσανάλογα του θεωρητικού κέρδους. Έτσι λοιπόν, αγνοώντας τη γήινη τοπογραφία (οροσειρές, ωκεάνειοι πυθμένες), χρησιμοποιούμε ως προσέγγιση του σχήματος της γης μία σφαίρα, ή ένα ΕΕΠ, ανάλογα με τις ανάγκες και τις δυνατότητες απλοποίησης.

Αναφορικά με τη γήινη πυκνότητα, μπορούμε, σε πρώτη προσέγγιση, να θεωρήσουμε μία ομοιογενή γη, που έχει σταθερή πυκνότητα σε όλη τη μάζα της.

Σε δεύτερη προσέγγιση, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι γήινες μάζες κατανέμονται σε ομοσφαιρικά κελύφη, με μία κατανομή της πυκνότητας, που διαφοροποιείται ανάλογα με την απόσταση του κελύφους από το κέντρο της γης.

Βέβαια, αναφορικά με την κατανομή της μάζας και την πυκνότητα σε κάθε σημείο της γης, είναι πρακτικά αδύνατο να κατασκευάσουμε ένα αξιόπιστο μοντέλο, γιατί, εκτός από τη μεγάλη διαφοροποίηση των πυκνοτήτων των γήινων μαζών, έχουμε να αντιμετωπίσουμε και τις ασυνέχειες αυτών των μαζών που παρουσιάζονται εκατέρωθεν των τεκτονικών πλακών.

### 1.3 Παγκόσμια έλξη και βαρύτητα

Τέσσερις είναι οι βασικές δυνάμεις που υπάρχουν στη φύση σύμφωνα με τη σύγχρονη επιστημονική θεώρηση:

1. Ο ηλεκτρομαγνητισμός, εμφανιζόμενος με διάφορες μορφές (ηλεκτρισμός, μαγνητισμός, ραδιοκύματα, φως, μικροκύματα, κ.λπ.).

2. Η ισχυρή πυρηνική δύναμη, υπεύθυνη για τη διατήρηση της συνοχής του πυρήνα του ατόμου, με αλληλεπιδράσεις ανάμεσα σε πρωτόνια και ουδετερόνια.

3. Η ασθενής πυρηνική δύναμη, εμφανιζόμενη με τη μορφή ραδιενέργειας (ραδιενεργός “σήψη”).

4. Η παγκόσμια έλξη, που είναι η ασθενέστερη από τις τέσσερις δυνάμεις, και η οποία δεν παίζει κανένα ρόλο στις εσωτερικές ιδιότητες των ατόμων της ύλης.

Η **παγκόσμια έλξη** (gravitation), η οποία ονομάζεται και **βαρύτητα** (gravity), είναι μία δύναμη αμοιβαίας ελκτικής αλληλεπίδρασης, που δρα συνεχώς ανάμεσα στα στοιχεία της ύλης, χωρίς την αναγκαιότητα της φυσικής τους επαφής. Αν και η βαρύτητα είναι η πρώτη δύναμη που παρατηρήθηκε και αναλύθηκε επιστημονικά στη φύση, είναι αυτή για την οποία γνωρίζουμε ίσως τα λιγότερα σε σχέση με τις άλλες τρεις δυνάμεις. Η βαρύτητα, έτσι όπως αναλύθηκε από τον Νεύτωνα πριν από τρεις αιώνες, είναι ο ακρογωνιαίος λίθος της σημερινής επιστήμης. Το σύγγραμμα του Νεύτωνα *Principia* συχνά αναφέρεται ως το μεγαλύτερο επιστημονικό έργο όλων των εποχών.

Οι τροχιές των πλανητών γύρω από τον ήλιο, των τεχνητών δορυφόρων γύρω από τη γη, καθώς και όλων των ουρανίων σωμάτων που περιστρέφονται αενάως γύρω από την “εστία” τους, καθορίζονται πλήρως από το νόμο που διέπει την παγκόσμια έλξη. Η δορυφορική τροχιά, για παράδειγμα, καθορίζεται κυρίως από τη γήινη έλξη, ελαφρά επηρεασμένη από την ατμοσφαιρική τριβή, τον ηλιακό άνεμο και άλλες κατά πολύ ασθενέστερες δυνάμεις. Η συνισταμένη  $\mathbf{F}$  όλων των δυνάμεων που υφίσταται ένα σώμα μάζας  $m$ , προκαλεί μία επιτάχυνση  $\boldsymbol{\gamma}$  σ’ αυτό, σύμφωνα με τη γνωστή σχέση της κλασικής μηχανικής

$$\mathbf{F} = m \boldsymbol{\gamma} .$$

Στην περίπτωση που ένα σώμα βρίσκεται στην επιφάνεια της γης, ή με οποιοδήποτε τρόπο συμμετέχει στην περιστροφή της, εκτός από τη γήινη ελκτική δύναμη, υφίσταται και μία φυγόκεντρη δύναμη, καθώς επίσης και μία δύναμη Coriolis, λόγω ενδεχόμενης “ιδίας κίνησής” του. Το διανυσματικό άθροισμα  $\mathbf{B}$  όλων αυτών των δυνάμεων ονομάζεται **βάρος** του σώματος και

κατά την ελεύθερη πτώση του (σε περιβάλλον ατμοσφαιρικού κενού) του προσδίδει επιτάχυνση  $\mathbf{g}$  που και αυτή απλώς ονομάζεται **βαρύτητα** (gravity)

$$\mathbf{B} = m \mathbf{g} .$$

Αν και η βαρύτητα είναι η δύναμη που κυβερνά το σύμπαν, οι άλλες δυνάμεις είναι τρισεκατομμύρια φορές ισχυρότερες. Για παράδειγμα, ένας μικρός μαγνήτης διαμέτρου 2 εκατοστών δημιουργεί στο άμεσο περιβάλλον του ένα (ηλεκτρο)μαγνητικό πεδίο, που είναι ισχυρότερο από ολόκληρο το γήινο πεδίο βαρύτητας, έστω και αν το δεύτερο δημιουργείται από τα περίπου

6,600,000,000,000,000,000,000,000 χιλιόγραμμα

μάζας του πλανήτη. Έτσι, ο μικρός μαγνήτης μπορεί να διατηρείται στη θέση του ελκόμενος από μία γειτονική μεταλλική μάζα, χωρίς να πέφτει λόγω του βάρους του.

Ένα ακόμη σημαντικό στοιχείο σχετικά με τη παγκόσμια έλξη είναι το γεγονός ότι ο ανθρώπινος νους δεν γνωρίζει ακόμη τις πηγές (τα αίτια) που τη δημιουργούν. Επιπλέον, η παγκόσμια έλξη (βαρύτητα) είναι η μόνη δύναμη που ο άνθρωπος δεν μπορεί να ελέγξει. Μπορούμε να ελαττώσουμε, να αυξήσουμε, ή ακόμη και να αντιστρέψουμε τα πεδία που δημιουργούν οι άλλες τρεις δυνάμεις, αλλά δεν μπορούμε να επιδράσουμε με κανένα τρόπο επάνω στο πεδίο βαρύτητας. Ούτε να το σταματήσουμε, ούτε να το ελαττώσουμε, ούτε να το αντιστρέψουμε, ούτε να το ανακλάσουμε. Απλώς το υφιστάμεθα.

Η βασική μετρούμενη ποσότητα στη φυσική γεωδαισία είναι η βαρύτητα (για την ακρίβεια, το μέγεθος και η διεύθυνση της επιτάχυνσης της βαρύτητας  $\mathbf{g}$ ) που σχετίζεται άμεσα και κυρίαρχα με τη δύναμη έλξης. Για το λόγο αυτό, και προκειμένου να γίνει μία ιστορική ανασκόπηση της εξέλιξης της γνώσης στον τομέα της φυσικής γεωδαισίας, είναι απαραίτητο να ανατρέξει κανείς στις βασικές επιστήμες όπως είναι η αστρονομία, η γεωμετρία και η φυσική.

## 1.4 Ιστορική ανασκόπηση

Δεδομένου ότι η μελέτη του σχήματος και του πεδίου βαρύτητας της γης είναι το βασικό ερευνητικό πεδίο του γεωδαίτη, είναι απαραίτητο να ανατρέξουμε, τουλάχιστον επιγραμματικά, σε ορισμένους ιστορικούς σταθμούς και σε πρόσωπα που συνέβαλαν στη διαμόρφωση της σύγχρονης επιστημονικής σκέψης στον τομέα αυτό.

## Από την αρχαιότητα στο Γαλιλαίο

Σύμφωνα με τους ιστορικούς και τους αρχαιολόγους, είναι γεγονός ότι από το 2550 π.Χ. οι Αιγύπτιοι κατασκευαστές της πυραμίδας της Γκίζης είχαν χρησιμοποιήσει κάποιας μορφής πληροφορία σχετικά με τη σφαιρικότητα της γης.

Από την εποχή του **Πυθαγόρα** (569–490 π.Χ.) και ορισμένων μαθητών του εκφράστηκε (τεκμηριωμένη από παρατηρήσεις) η άποψη, ότι η γη είναι σφαιρική, έστω και αν πίστευαν ότι μένει ακίνητη στο χώρο και όλα τα σώματα περιστρέφονται γύρω απ' αυτή. Οι Πυθαγόρειοι θεωρούσαν ότι η αρχή των πάντων είναι οι αριθμοί και ότι η αρμονία που διέπει τις σχέσεις των όντων και των αντικειμένων στο σύμπαν είναι αποτέλεσμα της αρμονίας που συνδέει τις σχέσεις των αριθμών. Για το λόγο αυτό το σύμπαν ονομάστηκε *Κόσμος*, δηλαδή κάτι το διακοσμημένο, το διατεταγμένο και αρμονικό.

Ο **Φιλόλαος** (?–430 π.Χ.), μαθητής του Πυθαγόρα και δάσκαλος του Δημόκριτου, ήταν ο πρώτος που διατύπωσε τη θεωρία ότι οι απλανείς αστέρες, οι πέντε τότε γνωστοί πλανήτες (Ερμής, Αφροδίτη, Άρης, Ζεύς και Κρόνος), ο ήλιος, η σελήνη και ο *Αντίχθων* (το πίσω αόρατο τμήμα της σφαιρικής γης), κινούνται γύρω από μία αόρατη πύρινη σφαίρα (*Εστία* του Κόσμου, *Ζηνός Πύργος*). Ο ήλιος απλώς αντανακλά το φως της Εστίας. Ο Φιλόλαος πίστευε ακόμη ότι οι αποστάσεις όλων αυτών των σωμάτων από την *Εστία* ακολουθούν απλές αριθμητικές σχέσεις (η βάση της πυθαγόρειας άποψης για όλα τα πράγματα), που συνδυάζονται σε δεύτερο επίπεδο με την αρμονία της μουσικής. Είναι γεγονός αναμφισβήτητο, ότι η θεώρηση του Φιλόλαου για τον *Κόσμο* απετέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη της θεωρίας του Κοπέρνικου είκοσι σχεδόν αιώνες αργότερα.

Ο **Εύδοξος** (409–356 π.Χ.) θεωρείται ο ιδρυτής της θεωρητικής αστρονομίας και της ουράνιας μηχανικής. Στο έργο του στηρίχτηκε ο Αρίσταρχος ο Σάμιος, ενώ εικάζεται ότι μεγάλο έργο του Ευκλείδη βασίζεται σε πρωτότυπες εργασίες του Εύδοξου. Χρησιμοποιώντας αστρονομικές παρατηρήσεις και την *ιπποπέδη* (γεωμετρικό σχήμα που μοιάζει με πλάγιο οκτώ και με το σύμβολο του απείρου), ο Εύδοξος επιχείρησε να διατυπώσει και να εξηγήσει τις φαινόμενες κινήσεις των πλανητών, πράγμα που του δίνει την τιμή της πρώτης επιστημονικής προσπάθειας ερμηνείας των φαινομένων αυτών. Οι Ιταλοί αστρονόμοι Cassini και Schiaparelli στηρίχτηκαν στις μελέτες του Εύδοξου είκοσι περίπου αιώνες αργότερα.

Οι αρχαίοι Έλληνες φιλόσοφοι, θεωρούσαν την κίνηση των ουρανίων σωμάτων, αλλά και των αντικειμένων στη γη, ασυσχέτιστη με τα σώματα αυτά, δηλαδή δεν θεωρούσαν ότι η κίνηση μπορεί να είναι αποτέλεσμα αμοιβαίας επίδρασης μεταξύ τους. Ειδικότερα ο **Αριστοτέλης** (384–323

π.Χ.) βλέποντας την επαναλαμβανόμενη κίνηση των ουρανίων σωμάτων, θεωρούσε ότι αυτή δεν έχει κάποια εξωτερική αιτία, αλλά ότι προκαλείται από κάποιο είδος “φυσικής (αυτο)κίνησης”. Ακόμη και τα αντικείμενα στη γη, έχουν κάποια τάση πτώσης προς το κέντρο της. Ειδικότερα, ο Αριστοτέλης είχε κάνει σύγχυση της έννοιας της έλξης της βαρύτητας, με την απόσταση στην οποία μπορεί να εκσφενδονιστεί ένα αντικείμενο. Πίστευε λαθεμένα, ότι “αφού ένα ελαφρύτερο αντικείμενο μπορεί να εκσφενδονιστεί μακρύτερα από ένα βαρύτερο αντικείμενο, η βαρύτητα προκαλεί μεγαλύτερη επίδραση (επιτάχυνση) στο βαρύτερο αντικείμενο”. Τέλος, ο Αριστοτέλης δεν δεχόταν ότι ένα σώμα μπορεί να διατηρηθεί σε κίνηση χωρίς την εξ επαφής εφαρμογή κάποιας δύναμης. Έτσι λοιπόν, δεδομένης της γενικής αποδοχής της “αυθεντίας” της αριστοτελικής άποψης, σταμάτησε οποιαδήποτε δυνατότητα και προσπάθεια ανάπτυξης κάποιας θεωρίας σχετικής με τη μετέπειτα αποκαλούμενη παγκόσμια έλξη.

Ο **Ευκλείδης**, ο διασημότερος γεωμέτρης της αρχαιότητας, θεωρείται ο ιδρυτής της περιώνυμης (μαθηματικής) σχολής της Αλεξάνδρειας (γύρω στο 300 π.Χ.). Η *Γεωμετρία* του αποτελείται από 13 βιβλία διατεταγμένα σε ενότητες αποκαλούμενες *Στοιχεία*. Δυστυχώς όμως, δεν διασώθηκε τίποτα από το έργο του *Φαινόμενα*, στο οποίο ενδεχόμενα να εξέφραζε τις απόψεις του σχετικά με τις φυσικές κινήσεις των σωμάτων. Αξίζει να σημειωθεί ότι σήμερα κυκλοφορούν περισσότερες από 2000 εκδόσεις σχετικά με το έργο του μεγάλου αυτού γεωμέτρη.

Ο αστρονόμος **Αρίσταρχος** ο Σάμιος (310–250 π.Χ.) ήταν και αυτός μέλος της Αλεξανδρινής Σχολής. Και ενώ από τη μία μεριά η ιδέα της σφαιρικής γης ανήκε στους Πυθαγόρειους και από την άλλη μεριά η ιδέα μιας γης κινούμενης στο χώρο είχε ήδη διατυπωθεί από το Φιλόλαο, στον Αρίσταρχο ανήκει η τιμή της πρώτης κατηγορηματικής διατύπωσης, ότι η γη εκτελεί δύο ανεξάρτητες κινήσεις: μία περιστροφή γύρω από τον άξονά της και μία περιστροφή γύρω από τον ήλιο (και όχι γύρω από την *Εστία* του Φιλόλαου). Σ’ αυτόν λοιπόν ανήκει η ιδέα του ηλιοκεντρικού συστήματος που ο Κοπέρνικος απλώς αναδιατύπωσε και τεκμηρίωσε με παρατηρήσεις. Για τις ιδέες του αυτές ο Αρίσταρχος κατηγορήθηκε για αθεϊσμό έχοντας την τύχη του Γαλιλαίου.

Ο **Αρχιμήδης** (287-212 π.Χ.), ο επιφανέστερος μηχανικός της αρχαιότητας και ένας από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς, σύγχρονος του Ευκλείδη, δεν έχει τίποτα να προσφέρει στην ανάπτυξη της θεωρίας της έλξης. Παράλληλα ο **Ερατοσθένης** (276-194 π.Χ.), γεωγράφος, μαθηματικός και αστρονόμος, έχει να επιδείξει αξιόλογο έργο, ιδιαίτερα με τη συγγραφή των *Γεωγραφικών*, τον υπολογισμό της λόξωσης της εκλειπτικής, αλλά κυρίως με τον πρώτο στην ιστορία (αστρογεωδαιτικό) προσδιορισμό της γήινης περιμέ-

τρου (250000 στάδια των 187 μέτρων περίπου) με διαδικασία που έχει περιγραφεί και από τον **Κλεομένη**.

Ο **Ίππαρχος** (190–120 π.Χ.) θεωρείται ο μεγαλύτερος αστρονόμος όλων των εποχών. Εφευρέτης του αστρολάβου, αλλά και πλήθους άλλων οργάνων για τη μέτρηση των ελλειπτικών συντεταγμένων των αστέρων, καθόρισε και προσδιόρισε την τρίτη κατά σειρά σπουδαιότητας κίνηση της γης, τη μετάπτωση, και προσδιόρισε την περίμετρο της γης με μέθοδο ανάλογη του Ερατοσθένη (ίση με 252000 στάδια περίπου). Μεγάλη ήταν και η προσφορά του **Κλεομένη** στην ατμοσφαιρική διάθλαση, φαινόμενο που οδήγησε τον **Ποσειδώνιο** (135–51 π.Χ.) σε εσφαλμένη εκτίμηση της γήινης περιμέτρου (180000 στάδια) με αστρονομικές παρατηρήσεις αστέρων σε χαμηλό ύψος.

Ο Κλαύδιος **Πτολεμαίος** (Αίγυπτος, 2ος αιώνας μ.Χ.), αστρονόμος, γεωγράφος και μαθηματικός, στο έργο του *Almagest* (*Μεγίστη*) αποτελούμενο από 13 βιβλία, πραγματεύεται μία θεωρία για την κίνηση του ήλιου, της σελήνης και των πλανητών, βασισμένη σε γεωκεντρικό σύστημα (Πτολεμαϊκό σύστημα). Για να εξηγηθούν οι παράδοξες φαινόμενες πλανητικές τροχιές, ο Πτολεμαίος χρησιμοποίησε το σύστημα των *έκκεντρων* και των *επικύκλων*, ένα πράγματι πολύπλοκο σύστημα υλοποιούμενο από 80 σφαίρες περιστρεφόμενες και κυλιόμενες σε επαφή. Πάντως, η αδυναμία του πτολεμαϊκού συστήματος να εξηγήσει όλα τα αστρονομικά φαινόμενα, διαπιστώθηκε ακόμη και πριν από την εποχή του Κοπέρνικου.

Ο **Κοπέρνικος** (Nicolaus Copernicus, Πολωνία 1473–1543), αστρονόμος, υποστηρικτής του ηλιοκεντρικού συστήματος (που πρώτος διατύπωσε ο Αρίσταρχος), τεκμηρίωσε τις απόψεις του στο έργο *On the Revolution of the Celestial Sphere*. Αν και ριζικά διαφορετικό από το γεωκεντρικό (πτολεμαϊκό) σύστημα, ο Κοπέρνικος βαθειά επηρεασμένος ακόμη και από την ποιότητα των παρατηρήσεων του Πτολεμαίου, χρησιμοποίησε για την περιγραφή του τους επικύκλους του πτολεμαϊκού, με σκοπό και μόνο να εξηγηθεί η φαινόμενη ακανόνιστη κίνηση των πλανητών.

Ο **Tycho Brahe** (Δανία, 1546–1601), αστρονόμος του οποίου οι παρατηρήσεις βοήθησαν στη γενικότερη αποδοχή του ηλιοκεντρικού συστήματος του Κοπέρνικου. Εξ άλλου, η παρατήρηση ενός αστέρων πονα την οποία τεκμηρίωσε το 1574 στο έργο του *De nova stella*, έρριξαν για πάντα στην αχρηστία την αριστοτελική άποψη της αιώνιας σταθερότητας του σύμπαντος και της ύλης γενικότερα.

Ο **Κέπλερ** (Johannes Kepler), στηριζόμενος στο ηλιοκεντρικό σύστημα του Αρίσταρχου και του Κοπέρνικου και στις παρατηρήσεις του Brahe, κατάφερε να περιγράψει τις τροχιές των ουρανίων σωμάτων με τρεις απλούς νόμους:

(1) Οι πλανήτες κινούνται σε ελλειπτικές τροχιές, στη μία εστία των

οποίων βρίσκεται ο ήλιος.

(2) Η γραμμή που συνδέει κάθε πλανήτη με τον ήλιο διαγράφει σε ίσους χρόνους ίσα εμβαδά.

(3) Το τετράγωνο της περιόδου περιστροφής ενός πλανήτη είναι ανάλογο του κύβου της μέσης απόστασής του από τον ήλιο.

Ο **Γαλιλαίος** (Galileo Galilei, Pisa, 1564–1642), μαθηματικός, αστρονόμος και φυσικός, είναι ο θεμελιωτής της πειραματικής μεθόδου στην επιστημονική σκέψη και ο πρώτος που χρησιμοποίησε τα μαθηματικά τόσο έντεχνα στην ανάλυσή του. Η διαμάχη του με την εκκλησία ξεκινά από την υποστήριξή του στη θεωρία του Κοπέρνικου. Κατασκεύασε το αστρονομικό τηλεσκόπιο με το οποίο έκανε πλήθος αστρονομικών ανακαλύψεων (τους τέσσερις δορυφόρους του Δία, σεληνιακούς κρατήρες, ηλιακές κηλίδες, κ.λπ.) και πρότεινε τη χρήση του εκκρεμούς για τη μέτρηση του χρόνου.

Μέχρι την εποχή του Γαλιλαίου, και εξ αιτίας της αριστοτελικής αφοριστικής άποψης, η επιστήμη πίστευε ότι τα βαρύτερα σώματα πέφτουν ταχύτερα. Ο Γαλιλαίος ήταν ο πρώτος που κατανόησε πλήρως τα χαρακτηριστικά της φυσικής πτωτικής κίνησης των σωμάτων. Με τη βοήθεια πειραμάτων κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το γήινο πεδίο βαρύτητας προκαλεί **σταθερή** επιτάχυνση προς το κέντρο της γης και ότι αυτή είναι ανεξάρτητη του μεγέθους ή της σύστασης (πυκνότητας) του σώματος. Αυτό έχει ως συνέπεια, σώματα της ίδιας μάζας (σε περιβάλλον ατμοσφαιρικού κενού ώστε να αποφεύγεται η αντίσταση του αέρα) να πέφτουν στον ίδιο χρόνο στη γη, όταν αφήνονται σε ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος.

Τα πειραματικά συμπεράσματα του Γαλιλαίου ενισχύθηκαν πειραματικά στις αρχές του εικοστού αιώνα από τον Ούγγρο βαρόνο **Roland Eötvös**, ο οποίος μέτρησε την επίδραση της βαρύτητας επάνω σε διάφορα υλικά και ουσιαστικά δεν παρατήρησε καμμία διαφορά, μέσα στα πλαίσια της πειραματικής ακρίβειας εκείνης της εποχής.

### **Από το Νεύτωνα στον Αϊνστάιν**

Οι θεωρίες που άνοιξαν τις πύλες της επιστήμης, όχι μόνο στη ραγδαία τεχνολογική επανάσταση, αλλά στην ίδια τη διαστημική εποχή, ήταν αυτές του Νεύτωνα και του Αϊνστάιν.

Στις αρχές του 17ου αιώνα, η επιστημονική σκέψη δεν μπορούσε να δώσει ικανοποιητικές απαντήσεις σε δύο βασικά προβλήματα:

α. Ποιά είναι η δύναμη που διατηρεί τη γη σε κίνηση (αλλά και άλλα ουράνια σώματα) γύρω από τον ήλιο;

β. Γιατί τα πράγματα που βρίσκονται στη γήινη επιφάνεια τείνουν να πέσουν προς το κέντρο της (βαρύτητα), αφού η γη δεν είναι το κέντρο του κόσμου;

Αν και ο Γαλιλαίος ήταν ο πρώτος που κατανόησε σωστά την ποιοτική



σχέση ανάμεσα στη δύναμη και την κίνηση, η ποσοτική περιγραφή αυτής της σχέσης εκφράστηκε πρώτα από τον Νεύτωνα (1642–1727) μέσα από τρεις νόμους:

1. Ένα σώμα θα συνεχίσει να βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας ή να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέχρις ότου δράσει κάποια εξωτερική δύναμη επάνω του.
2. Η επιτάχυνση που υφίσταται ένα σώμα είναι ανάλογη της δύναμης που ασκείται επάνω του.
3. Κάθε δύναμη (δράση) προκαλεί μία ίση και αντίθετη δύναμη (αντίδραση).

Η θεωρία του Νεύτωνα σχετικά με την παγκόσμια έλξη (Gravitation), ανακοινώθηκε το 1687 στο μεγαλειώδες έργο του *Principia* δίνοντας απάντηση στα ανωτέρω θεμελιώδη προβλήματα. Ο Νεύτωνας επανέφερε στο φως δύο παλαιότερες θεωρητικές αντιλήψεις, οι οποίες είχαν εγκαταληφθεί: την ιδέα του κενού και την έννοια μιας δύναμης που δρα ανάμεσα σε δύο σώματα τα οποία δεν έχουν καμμία φυσική επαφή μεταξύ τους. Το ενδιαφέρον του Νεύτωνα δεν ήταν βέβαια μόνο η ανάγκη να εξηγήσει τα φαινόμενα της δυναμικής και της κίνησης των σωμάτων επάνω στη γη, αλλά κυρίως να ερμηνεύσει με μαθηματικούς όρους την κίνηση των ουρανίων σωμάτων. Η αφήγηση για το μήλο ίσως είναι ένα ιστορικό γεγονός (γύρω στο 1666), παρότι αντί για μήλο, θα μπορούσε να ήταν ο,τιδήποτε άλλο το οποίο πέφτοντας θα προκαλούσε το θεωρητικό στοχασμό του μεγάλου φιλοσόφου.

Προκειμένου να καταλήξει στον περίφημο νόμο του αντιστρόφου του τετραγώνου της απόστασης, ο Νεύτωνας έκανε τις ακόλουθες απλές μαθηματικές σκέψεις. Θεωρώντας την κίνηση ενός πλανήτη μάζας  $m$  σε κυκλική τροχιά (για απλοποίηση), η ταχύτητά του επί της τροχιάς ορίζεται ως ο λόγος του μήκους της προς το χρόνο

$$v = \frac{2\pi r}{T} .$$

Με ποιά δύναμη άραγε δρα το σώμα που έλκει τον πλανήτη, ώστε να τον συντηρεί σε τροχιά γύρω του; Η σκέψη ότι αυτή η δύναμη πρέπει να έχει την διεύθυνση της ταχύτητας, ήταν “Το Λάθος” της αριστοτελικής άποψης. Η αλήθεια είναι ότι η δύναμη δεν σχετίζεται άμεσα με την ταχύτητα, αλλά με την επιτάχυνση που υφίσταται ο πλανήτης, που έχει διεύθυνση προς το κεντρικό σώμα και μέγεθος

$$g = \frac{v^2}{r} .$$

Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, η δύναμη είναι ανάλογη της επιτά-

χυνσης

$$F = mg = m \frac{\left[ \frac{2\pi r}{T} \right]^2}{r} = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}$$

και από τον τρίτο νόμο του Kepler, σύμφωνα με τον οποίο το τετράγωνο της περιόδου είναι ανάλογο του κύβου της ακτίνας

$$T^2 = kr^3$$

προκύπτει άμεσα ο νόμος του αντιστρόφου του τετραγώνου της απόστασης

$$F = \frac{4\pi^2 m r}{kr^3} = \frac{4\pi^2 m}{kr^2} .$$

Στην απλή αυτή σχέση θεμελιώθηκε από το 17<sup>ο</sup> αιώνα όλο το οικοδόμημα της σύγχρονης επιστήμης. Αποτέλεσε, μεταξύ άλλων, τη βάση της αστρονομίας, της ουράνιας μηχανικής, της γεωφυσικής, της γεωδαισίας και του υπολογισμού των τροχιών των τεχνητών δορυφόρων.

Η γενική και η ειδική θεωρία της σχετικότητας από τον Αϊνστάιν ανακοινώθηκαν στα μέσα του 20ου αιώνα. Η σύγχρονη θεωρία των πεδίων από τη γενική σχετικότητα, πολύ λίγο διαφέρει, ως προς τα ποσοτικά αποτελέσματα από αυτά της θεωρίας του Νεύτωνα (για μικρές σχετικά ταχύτητες σωμάτων ως προς την ταχύτητα του φωτός). Σύμφωνα με τη θεωρία του Αϊνστάιν, η βαρύτητα δεν είναι δύναμη που δρα ανάμεσα σε δύο σώματα, αλλά είναι μία ιδιότητα του ίδιου του χώρου που περιλαμβάνει και την τέταρτη διάσταση, το χρόνο. Η ύλη προκαλεί μία **καμπύλωση** του χωροχρόνου (time-space), προκαλώντας αυτό που εμείς διαισθανόμαστε ως βαρύτητα. Αυτή η καμπύλωση είναι πιο αισθητή γύρω από σώματα μεγάλης μάζας, όπως ο ήλιος και τα άστρα.

Ένας τρόπος για να αντιληφθούμε το αποτέλεσμα της βαρύτητας κάτω από τη θεωρητική αντιμετώπιση του Αϊνστάιν, είναι η αναπαράσταση του χωροχρόνου με ένα επίπεδο ελαστικό φύλλο. Αντικείμενα κάποιας μάζας που θα αφεθούν επάνω του, θα προκαλέσουν κάποια παραμόρφωσή του, σαν εσοχές στην επιφάνειά του. Όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα ενός σώματος, τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η καμπύλωση του χωροχρόνου (του ελαστικού φύλλου στην απλουστευμένη αναπαράσταση του χωροχρόνου). Εάν επιχειρήσουμε να κυλίσουμε μία μπάλα σε τυχαία διεύθυνση επάνω στο φύλλο, τότε θα παρατηρήσουμε ότι ενδεχόμενη προσέγγισή της σε κάποια εσοχή, θα προκαλέσει την εκτροπή της σε άλλη διεύθυνση. Εάν η μπάλα περάσει εγγύτερα στην εσοχή, ενδέχεται να αρχίσει μία συνεχή περιστροφή στο πρηνές του (δεν υπάρχουν τριβές στο ελαστικό φύλλο), όπως θα έκανε και

ένας δορυφόρος γύρω από έναν πλανήτη. Με την ίδια λογική, στο χωροχρόνο του Αϊνστάιν, η διαδρομή οποιασδήποτε μορφής μάζας ή ενέργειας (συμπεριλαμβανομένου και του φωτός) θα υποστεί καμπύλωση καθώς περνά κοντά από το πεδίο βαρύτητας ενός σώματος κάποιας μάζας. Όταν όμως κάποιο άστρο χάσει το “πυρηνικό του καύσιμο”, θα συμπυκνωθεί κάτω από το ίδιο το βάρος του. Το αποτέλεσμα στο χωροχρόνο θα είναι μία υπερβολική καμπύλωση, από την οποία τίποτα δεν μπορεί να ξεφύγει, παγιδεύοντας μάζα ή ενέργεια που εισέρχεται στο πεδίο του. Από μία τέτοια *μαύρη τρύπα*, τίποτα –ούτε το φως– δεν μπορεί να ξεφύγει.

Στην καρδιά της γενικής θεωρίας της σχετικότητας υπάρχει μία θεμελιώδης ιδέα. Τα αποτελέσματα της βαρύτητας και της επιτάχυνσης είναι ισοδύναμα. Στο διαστημικό χώρο η απουσία δύναμης έλξης σημαίνει ότι ο παρατηρητής που κινείται με σταθερή κίνηση δεν αισθάνεται κανένα βάρος. Εάν όμως υποστεί μία επιτάχυνση, τότε την αντιλαμβάνεται σαν βάρος του σώματός του. Μέσα στο γήινο πεδίο βαρύτητας ο παρατηρητής αισθάνεται τη βαρύτητα, έστω και αν παραμένει ακίνητος σε σταθερό σημείο του χώρου. Για να αισθανθεί αβαρής, θα πρέπει να ελευθερωθεί από κάποιο ύψος και να πέσει σαν ελεύθερος αλεξιπτωτιστής, ο οποίος αισθάνεται μόνο την αντίσταση του αέρα.

Με αυτή την θεμελιακή ισοδυναμία βαρύτητας και επιτάχυνσης και με τη γενικευμένη θεωρία του ο Αϊνστάιν άλλαξε την αντίληψή μας για το χώρο και τις καταβολές του σύμπαντος. Εάν και η θεωρία του δεν ενοποιήθηκε με την κλασική κβαντομηχανική (η μαθηματική γλώσσα για τις άλλες τρεις θεμελιώδεις δυνάμεις της φύσης), ο μεγάλος θεωρητικός του αιώνα μας πέθανε προσπαθώντας να ολοκληρώσει αυτό το έργο. Η θεωρητική πρόβλεψη του Αϊνστάιν επιβεβαιώθηκε τόσο με κλασικές αστρονομικές παρατηρήσεις, όσο και με σύγχρονες τεχνικές καταγραφής ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από το έξω διάστημα.

## 1.5 Νεώτερες απόψεις σχετικά με τη βαρύτητα

Ο Νεύτωνας, μπορεί να διατύπωσε και να απέδειξε το νόμο της παγκόσμιας έλξης, αλλά δεν μπόρεσε να εξηγήσει το “γιατί” από φυσική άποψη, δεν κατέληξε δηλαδή σε μία θεωρία για τα αίτια που προκαλούν τη βαρύτητα.

Ο Αϊνστάιν συνέδεσε τη βαρύτητα με τη γεωμετρία του χωροχρόνου. Απέφυγε το χαρακτηρισμό της βαρύτητας ως δύναμης που επηρεάζει την κατάσταση της ηρεμίας ή της κίνησης ενός σώματος, αποδίδοντας σ’ αυτή ιδιότητες καθορισμού της γεωμετρίας του χώρου γύρω από το σώμα που την προκαλεί. Αυτή η αντιμετώπιση απομάκρυνε τον Αϊνστάιν από την κλασική

φυσική, αλλά ήταν και το ουσιαστικό κίνητρο να εργαστεί προς την κατεύθυνση της ενοποίησης των τριών άλλων πεδίων.

Η μεγάλη δυσκολία στη διερεύνηση της φύσης της βαρύτητας οφείλεται στο γεγονός ότι ως δύναμη είναι εξαιρετικά ασθενέστερη από όλες τις άλλες, οπότε για την εργαστηριακή της μελέτη απαιτείται εξοπλισμός (επιταχυντές σωματιδίων) που δεν προσφέρει η σημερινή τεχνολογία.

Έτσι, ο μεγάλος άγνωστος παραμένει. Η επιστήμη δεν έχει ακόμη απάντηση για τα αίτια που προκαλούν τη βαρύτητα, ενώ για τις άλλες τρεις δυνάμεις (ηλεκτρομαγνητισμός, ασθενής και ισχυρή πυρηνική δύναμη) γνωρίζουμε πολύ περισσότερα. Από τις τέσσερις δυνάμεις, η βαρύτητα είναι η πρώτη δύναμη που παρατηρήθηκε στη φύση, αλλά παράλληλα είναι και η μόνη δύναμη την οποία δεν μπορεί να ελέγξει ο άνθρωπος. Μπορούμε να αυξήσουμε, να ελαττώσουμε, ακόμη και να αντιστρέψουμε την επίδραση των τριών άλλων δυνάμεων, πράγματα που δεν επιτυγχάνονται με τη βαρύτητα. Η βαρύτητα πάντοτε έλκει. Ποτέ δεν απωθεί.

Ορισμένοι επιστήμονες στο τέλος της δεκαετίας του '80, ανέφεραν περιπτώσεις εργαστηριακών πειραμάτων αλλά και μετρήσεων πεδίου (σε ορυχεία και ψηλούς πύργους), κατά τα οποία η βαρύτητα φαίνεται να δρα διαφορετικά από ό,τι προβλέπουν οι νόμοι της νευτώνειας φυσικής. Τα αποτελέσματα αυτά τους οδήγησαν στην έρευνα για ενδεχόμενη ύπαρξη μιας πέμπτης δύναμης στη φύση, η οποία μάλιστα δρα αντίθετα με τη βαρύτητα (σαν αντι-βαρύτητα), ενώ ως μέγεθος είναι περίπου 100 φορές ασθενέστερη. Συγκεκριμένα, ενώ δύο σώματα αναμένεται να πέσουν με την ίδια ταχύτητα, ανεξάρτητα από τη σύστασή τους και τη μορφή τους, προκαταρκτικά πειράματα και μετρήσεις έδειξαν ότι ένα σώμα από σίδηρο πέφτει αργότερα από ένα σώμα από αλουμίνιο. Οι επιστήμονες που εμπλέκονται στα πειράματα αυτά προσπάθησαν να αποδώσουν αυτές τις ανωμαλίες στη διαφορετική δομή του πυρήνα των υλικών.

Αυτή η θεωρία της πέμπτης δύναμης αντιμετωπίζεται με σκεπτικισμό από την επιστημονική κοινότητα, η οποία πιστεύει ότι οι παρατηρηθείσες ανωμαλίες ενδέχεται να οφείλονται σε εργαστηριακές ατέλειες του εξοπλισμού και των συνθηκών πειράματος ή των μετρήσεων, ή ακόμη ότι μπορεί να ερμηνευτούν λαμβάνοντας υπόψη παράγοντες των υπαρχουσών δυνάμεων που δεν έχουν ακόμη διερευνηθεί ικανοποιητικά.