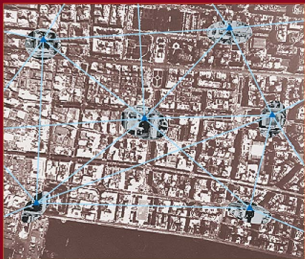


Α. Δερμάνης Δ. Ρωσσικόπουλος Α. Φωτίου

ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΣΥΝΟΡΘΩΣΕΙΣ ΔΙΚΤΥΩΝ

Ανάλυση προγραμμάτων και παραδείγματα



Πρόλογος δεύτερης έκδοσης

Η εξάντληση εδώ και πολύ καιρό της πρώτης έκδοσης του βιβλίου και οι παροτρύνσεις συναδέλφων, οδήγησε στη δεύτερη αυτή έκδοση, με μία καθυστέρηση που οφείλεται στην επιθυμία μας για την προσαρμογή στα νεότερα δεδομένα της επαγγελματικής πρακτικής.

Πέρα από την προφανή αλλαγή στην ποιότητα της εμφάνισης του βιβλίου, έγιναν σημαντικές αλλαγές και προσθήκες στο ίδιο το κείμενο, όπως απαιτεί μία ουσιαστική επανέκδοση και όχι απλώς μία επανεκτύπωση.

Τα προγράμματα της πρώτης έκδοσης έχουν βελτιωθεί σημαντικά και αποτελούν πλέον ένα φιλικό πακέτο για τον χρήστη.

Από τις αλλαγές στο κείμενο σημαντικότερες είναι η συμπλήρωση του 3ου κεφαλαίου με απαραίτητες γνώσεις σχετικές με τη χρήση των διαφόρων προβολικών συστημάτων, και των μετασχηματισμών τους και του 6ου κεφαλαίου με θέματα αξιοπιστίας των δικτύων για τη βελτιστοποίησή τους στο στάδιο του σχεδιασμού. Στο κεφ. 12 προστέθηκε ένα παράδειγμα σχεδιασμού δικτύου με κριτήρια ακρίβειας και αξιοπιστίας.

Τα παραρτήματα της πρώτης έκδοσης ενοποιήθηκαν και παρουσιάζονται ως παράρτημα Α, όπου αναλύεται το πρόγραμμα-πακέτο DEROS στη νέα του μορφή, το οποίο συμπεριλαμβάνει όλα τα προγράμματα συνόρθωσης μετά τις σχετικές τροποποιήσεις και βελτιώσεις τους.

Επίσης, στο παράρτημα Β παρουσιάζονται οι δυνατότητες ενός νέου προγράμματος (NEED) που αφορά στα προβολικά συστήματα, στο μετασχηματισμό συντεταγμένων μεταξύ γεωδαιτικών datum ή και προβολών, καθώς και στις αναγωγές των παρατηρήσεων στο προβολικό επίπεδο.

Στην έκδοση αυτή δεν συμπεριλαμβάνονται οι λίστες των παραπάνω προγραμμάτων. Τα προγράμματα διατίθενται στο ελεύθερο εμπόριο (βλ. έντυπο στο τέλος του βιβλίου).

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε το συνάδελφο Γρηγόρη Ουζούνη για τη διάθεση της βιβλιοθήκης GREGLIB (δημιουργία "μενού" επιλογών, χρήση "ποντικιού", διαχείριση δεδομένων), καθώς και για την γενικότερη βοήθειά του στη μετατροπή των προγραμμάτων στη νέα τους μορφή.

Σάκης Δερμάνης – Δημήτρης Ρωσσικόπουλος – Άρης Φωτίου.

Πρόλογος πρώτης έκδοσης

Τα τελευταία χρόνια, κάτω από ορισμένες ευνοϊκές συγκυρίες, ο τοπογραφικός κλάδος βρέθηκε στη χώρα μας μπροστά σε μια πρωτόγνωρη αναβάθμιση, αλλά και ταυτόχρονα μπροστά σε μια πρόκληση. Οι νέες ανάγκες της επαγγελματικής πράξης έφεραν στο προσκήνιο μεθόδους και στοιχεία της επιστήμης μας που ήταν παλιότερα εξοστρακισμένα στο χώρο της "Θεωρίας". Οι εξελίξεις αυτές βρήκαν προετοιμασμένο το Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του ΑΠΘ και ιδιαίτερα τον Τομέα Γεωδαισίας και Τοπογραφίας, όπου με τα νέα προγράμματα σπουδών (1983, 1988) και την ερευνητική δραστηριότητα των μελών του, έχουν δημιουργηθεί οι γνώσεις, οι εμπειρίες και η τεχνογνωσία, που καλύπτουν ικανοποιητικά, όπως θέλουμε να πιστεύουμε, τις σύγχρονες ανάγκες του επαγγέλματος.

Από την άλλη πλευρά όμως, η πλειοψηφία των συνδέλων που κλήθηκαν να αντιμετωπίσουν την πρόκληση αυτή, είχαν αποφοιτήσει σε παλιότερα χρόνια και είχαν έτσι στερηθεί την επαφή με τις σύγχρονες εξελίξεις της επιστήμης τους. Γνωρίζοντας πόσο δύσκολη είναι η επιστροφή στα πανεπιστημιακά συγγράμματα και τις σημειώσεις, ο Τομέας οργάνωσε την τριετία 1986-1988, σε συνεργασία με το Σύλλογο Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών Βόρειας Ελλάδας, τα μαθήματα συνεχιζόμενης εκπαίδευσης που παρακολούθησε ένας σημαντικός αριθμός συναδέλων απ' όλη την Ελλάδα.

Οι σημειώσεις του τρίτου κύκλου των μαθημάτων αυτών, καθώς και το γεγονός ότι και άλλοι συνάδελφοι που ασχολούνται με τοπογραφικές μελέτες δεν μπόρεσαν να τα παρακολουθήσουν, έδωσαν την αφορμή για τη συγγραφή αυτού του βιβλίου.

Το βιβλίο αυτό διαφέρει σε αρκετά σημεία από τα συνηθισμένα πανεπιστημιακά συγγράμματα, που απευθύνονται στους φοιτητές και έχουν στόχο μια μακρόχρονη συστηματική σπουδή, επειδή ακριβώς απευθύνεται κυρίως στους επαγγελματίες συναδέλφους ΑΤΜ. Έτσι, δεν ασχοληθήκαμε με όλες τις πρακτικές λεπτομέρειες με τις οποίες οι επαγγελματίες συνάδελφοι, σε αντίθεση με τους φοιτητές, είναι πολύ καλά εξοικειωμένοι, και οι οποίες άλλωστε μπορούν να βρεθούν στα συγγράμματα που ήδη κυκλοφορούν. Στραφήκαμε λοιπόν απευθείας στην αντιμετώπιση προβλημάτων που πηγάζουν από τη σύγχρονη επαγγελματική εμπειρία, τα οποία άμεσα ενδιαφέρουν τον επαγγελματία μελετητή, ενώ δεν έχουν την ίδια σημασία για το φοιτητή που δεν έχει ακόμη σημαντικές πρακτικές εμπειρίες. Τα προβλήματα με τα οποία ασχοληθήκαμε, αντιμετωπίζονται με τα σύγχρονα υπολογιστικά εργαλεία, δηλαδή τα προγράμματα για ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Το σημαντικότερο μέρος του βιβλίου είναι αφιερωμένο στην παρουσίαση του τρόπου αξιοποίησης των προγραμμάτων αυτών για την αντιμετώπιση επιμέρους προβλημάτων των τοπογραφικών μελετών και κυρίως για τις συνορθώσεις των τοπογραφικών δικτύων και την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Επειδή όμως η παραγωγή αριθμητικών αποτελεσμάτων δεν έχει κανένα νόημα χωρίς την παράλληλη ερμηνεία τους και αξιολόγηση, ένα άλλο μέρος του βιβλίου είναι αφιερωμένο στη σύντομη παρουσίαση ορισμένων βασικών εννοιών και ιδιαίτερα εκείνων που είναι άγνωστες στους παλιότερους συναδέλφους.

Το τρίτο μέρος του βιβλίου αποτελούν τα προγράμματα για ηλεκτρονικό υπολογιστή, που οι λίστες τους, μαζί με τις οδηγίες χρήσης και τα σχετικά παραδείγματα εφαρμογής, δίνονται στα παραρτήματα του βιβλίου. Τα προγράμματα αυτά είναι

υψηλής τεχνογνωσίας, αλλά έχουν γραφεί ώστε να λειτουργούν κατά τρόπο διαλογικό (interactive mode) που απαιτεί από το χρήστη μόνο τη γνώση των βασικών όρων της κάθε εφαρμογής, και να είναι "φιλικά" προς αυτόν (user friendly). Για να μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα προγράμματα από όλους σχεδόν τους συναδέλφους, έχουν δομηθεί έτσι ώστε να λειτουργούν σε ένα μικρό προσωπικό υπολογιστή (PC). Συγκεκριμένα, τα προγράμματα όπως δίνονται είναι γραμμένα σε γλώσσα BASIC και για το λειτουργικό σύστημα DOS που χρησιμοποιούν οι λεγόμενοι compatible προσωπικοί υπολογιστές. Με πολύ μικρές όμως μετατροπές, μπορούν να προσαρμοστούν και σε οποιοδήποτε προσωπικό υπολογιστή ή λειτουργικό σύστημα.

Με την ευκαιρία θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε όλους αυτούς που βοήθησαν στην πραγματοποίηση της έκδοσης αυτής:

Το Διοικητικό Συμβούλιο του ΣΑΤΜΒΕ για την απόφαση του να αναλάβει ο σύλλογος την έκδοση.

Το ΤΕΕ Τμήμα Κεντρικής Μακεδονίας για την οικονομική συμμετοχή του στην έκδοση.

Τον Τομέα Γεωδαισίας και Τοπογραφίας για την διάθεση των απαραίτητων μέσων και την Μαρία Παπαδοπούλου για τη βοήθεια της στο εξώφυλλο.

Ευχαριστούμε επίσης τους συναδέλφους του Τομέα για την ηθική τους συμπαράσταση, τους συναδέλφους που παρακολούθησαν τα μαθήματα συνεχιζόμενης εκπαίδευσης για την ενθάρρυνση τους και τέλος όλους εκείνους τους συναδέλφους του επαγγελματικού χώρου που με τη συνεργασία τους μας βοήθησαν να εξοικειωθούμε περισσότερο με τα σημερινά προβλήματα των τοπογραφικών εφαρμογών.

Ελπίζουμε ότι το βιβλίο αυτό θα βρουν χρήσιμο και οι φοιτητές μας, αφού τους προσφέρει μια διαφορετική τουλάχιστο οπτική από εκείνη των πανεπιστημιακών συγγραμμάτων.

Ελπίζουμε τέλος ότι, καθώς ο μύθος για το διαχωρισμό της θεωρίας από την τοπογραφική πράξη έχει πλέον καταρριφθεί και η χώρα μας έχει πάρει το δρόμο του εκσυγχρονισμού, ο κλάδος μας θα κατακτήσει σύντομα και άλλα πεδία εφαρμογών που αυτή τη στιγμή θεραπεύονται μόνο στο Πανεπιστήμιο.

Σάκης Δερμάνης – Δημήτρης Ρωσσικόπουλος – Άρης Φωτίου.

Θεσσαλονίκη, Δεκέμβριος 1988

Περιεχόμενα

1	Το μοντέλο στους τοπογραφικούς υπολογισμούς	
1	Ο χώρος των τοπογραφικών μετρήσεων σε σχέση με τον ευρύτερο γήινο χώρο	1
2	Βασικές σχέσεις υπολογισμού στο επίπεδο	5
3	Σφάλματα παρατηρήσεων και γραμμικοποίηση βασικών σχέσεων	8
2	Έννοια και αλγόριθμοι συνόρθωσης	
1	Η έννοια της συνόρθωσης	11
2	Εισαγωγή στις μεθόδους συνόρθωσης	23
3	Η συνόρθωση με τη μέθοδο των εξισώσεων παρατηρήσεων	26
4	Η συνόρθωση με τη μέθοδο των εξισώσεων συνθηκών	29
3	Οι προβολές στην Ελλάδα και οι αναγωγές των παρατηρήσεων	
1	Εισαγωγή	33
2	Απεικονίσεις και προβολικά συστήματα στην Ελλάδα	34
	Απεικόνιση Haitt	36
	Η εγκάρσια μερκατορική απεικόνιση	36
3	Μετασχηματισμοί προβολικών συντεταγμένων	41
	Αλλαγή κέντρου Haitt ή αλλαγή συστήματος συντεταγμένων	41
	Το πρόβλημα της αλλαγής ζώνης στη Μερκατορική προβολή	42
	Το πρόβλημα της αλλαγής του προβολικού συστήματος	42
4	Οι αναγωγές των παρατηρήσεων	42
	Οι αναγωγές από τη γήινη επιφάνεια στο ελλειψοειδές	42
	Οι αναγωγές από το ελλειψοειδές στο προβολικό επίπεδο	44
4	Οι εξισώσεις παρατηρήσεων στα οριζόντια δίκτυα	
1	Εισαγωγή	47
2	Οι εξισώσεις παρατηρήσεων στα οριζόντια δίκτυα	49
	Οι εξισώσεις παρατήρησης της διεύθυνσης και της γωνίας	51
	Η εξίσωση παρατήρησης της απόστασης	42
3	Η αναλυτική δομή του συστήματος των εξισώσεων παρατηρήσεων	53
5	Ο ορισμός του συστήματος αναφοράς στις συνορθώσεις δικτύων. Εξάρτηση και ένταξη δικτύων	
1	Η έννοια του συστήματος αναφοράς και ο ρόλος του στη συνόρθωση	57
2	Ο ορισμός του συστήματος αναφοράς σε ανεξάρτητα δίκτυα	60

3	Ελεύθερα δίκτυα	63
4	Ένταξη δικτύων	65
	Η συνόρθωση των δικτύων με πλεονάζουσες δεσμεύσεις	66
	Σταθερά σημεία με συμμεταβλητότητες	66
	Προβλήματα ένταξης αστικών δικτύων	67
6	Βελτιστοποίηση δικτύων και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της συνόρθωσης	
1	Γενικά	69
2	Προβλήματα βελτιστοποίησης δικτύων	70
3	Η μέθοδος της εξομίωσης	71
4	Ποιότητα δικτύου, ακρίβεια και αξιοπιστία	72
5	Κριτήρια και έλεγχος της ακρίβειας οριζοντίου δικτύου	73
	Οι απόλυτες ελλείψεις σφάλματος	73
	Οι σχετικές ελλείψεις σφάλματος	76
6	Κριτήρια και έλεγχος της αξιοπιστίας δικτύου	78
	Ολικός έλεγχος αξιοπιστίας	78
	Σάρωση δεδομένων	79
	Έλεγχος των συνεταγμένων των γνωστών σημείων	81
7	Σύγκριση-σύνδεση δύο δικτύων	82
8	Η έννοια της αξιοπιστίας στο σχεδιασμό	84
	Ο βαθμός ελέγχου της κάθε παρατήρησης	84
	Η εσωτερική αξιοπιστία	85
	Η εξωτερική αξιοπιστία	86
7	Η συνόρθωση οριζοντίων δικτύων από τη σκοπιά της ανάπτυξης προγραμμάτων για τον υπολογιστή	
1	Ο σχηματισμός του συστήματος των κανονικών εξισώσεων	89
2	Η απαλοιφή των σταθερών προσανατολισμού	92
3	Η εισαγωγή των δεσμεύσεων	93
4	Η λύση του συστήματος των κανονικών εξισώσεων	95
8	Χωροσταθμικά δίκτυα	
1	Η ακρίβεια των παρατηρήσεων της γεωμετρικής χωροστάθμησης	97
2	Οι παρατηρήσεις της τριγωνομετρικής χωροστάθμησης	99
3	Η συνόρθωση των υψομετρικών διαφορών με τη μέθοδο των εξισώσεων παρατηρήσεων	100
4	Η ακρίβεια και η αξιοπιστία των χωροσταθμικών δικτύων	102
9	Η συνόρθωση σταθμού	
1	Γενικά	105
2	Στατιστικοί έλεγχοι της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων	108
3	Η συνόρθωση σταθμού για πλήρεις περιόδους	108
4	Πλήρεις περίοδοι με επανάληψη της παρατήρησης της πρώτης διεύθυνσης	109
5	Η συνόρθωση σταθμού για μη πλήρεις περιόδους	110

6	Μη πλήρεις περιόδοι με επανάληψη της παρατήρησης της πρώτης διεύθυνσης	111
10	Η συνόρθωση των οδεύσεων	
1	Συνόρθωση όδευσης με τη μέθοδο των εξισώσεων συνθηκών	113
2	Οι άλλες κατηγορίες των οδεύσεων	116
2	Η συνόρθωση των οδεύσεων με τη μέθοδο των εξισώσεων παρατηρήσεων	117
11	Η συνόρθωση της πολλαπλής οπισθοτομίας και της πολλαπλής εμπροσθοτομίας	
1	Γενικά	119
2	Το πρόβλημα της πολλαπλής οπισθοτομίας	119
2	Το πρόβλημα της πολλαπλής εμπροσθοτομίας	121
12	Εφαρμογές σε προβλήματα της πράξης	
1	Σχεδιασμός δικτύου για τη μείωση του κόστους των εργασιών πεδίου	125
	Παράδειγμα 1: Σχεδιασμός οριζοντίου δικτύου με διαδικασίες βελτιστοποίησης, ενταγμένου στο κρατικό δίκτυο. Σκοπός του δικτύου η τοπογραφική αποτύπωση ημιαστικής περιοχής	127
	Παράδειγμα 2: Σχεδιασμός οριζοντίου δικτύου με κριτήρια ακρίβειας και αξιοπιστίας	133
2	Έλεγχος της ποιότητας των εργασιών πεδίου	137
3	Έλεγχος της ποιότητας των γνωστών σημείων του δικτύου ανώτερης τάξης	139
	Παράδειγμα 3: Έλεγχος της ποιότητας των μετρήσεων οριζοντίου δικτύου και των συντεταγμένων των γνωστών σημείων του κρατικού δικτύου	141
	Παράδειγμα 4: Έλεγχος της ποιότητας των μετρήσεων οριζοντίου δικτύου και των συντεταγμένων των γνωστών σημείων του κρατικού δικτύου	148
	Παράδειγμα 5: Δίκτυο με κακές προσεγγιστικές συντεταγμένες	161
	Παράδειγμα 6: Δίκτυο με χειρότερη ακρίβεια των παρατηρήσεων από αυτή που "δίνουν" τα όργανα μετρήσεων	163
	Παράδειγμα 7: Δίκτυο με καλύτερη ακρίβεια των παρατηρήσεων από αυτή που "δίνουν" τα όργανα μετρήσεων	166
	Παράδειγμα 8: Συνόρθωση τριπλευρικού δικτύου με έλεγχο ποιότητας μετρήσεων και γνωστών συντεταγμένων	168
	Παράδειγμα 9: Χωροσταθμικό δίκτυο οικισμού για τις ανάγκες της ΕΠΑ	175
	Παράδειγμα 10: Χωροσταθμικό δίκτυο Κοινότητας για τις ανάγκες της ΕΠΑ	178
	Βιβλιογραφία	183
	Παράρτημα Α: Το πρόγραμμα DeRos	
1	Γενική περιγραφή του προγράμματος	185
2	Η συνόρθωση οριζοντίου δικτύου με το πρόγραμμα DeRos	188
3	Η συνόρθωση κατακορύφου δικτύου με το πρόγραμμα DeRos	202
4	Η συνόρθωση όδευσης με το πρόγραμμα DeRos	207

5	Η συνόρθωση της πολλαπλής οπισθοτομίας	209
6	Η συνόρθωση της πολλαπλής εμπροσθοτομίας	211
7	Η συνόρθωση σταθμού των διευθύνσεων	213
Παράρτημα Β: Το πρόγραμμα NEED		
	Γενική περιγραφή του προγράμματος	215
Παράρτημα Γ: Στατιστικοί πίνακες της τυπικής κανονικής κατανομής και των κατανομών t, χ^2 και F		217
	Πίνακας Γ1: Τυπική κανονική κατανομή	218
	Πίνακας Γ2: Εκατοστιαία σημεία της τυπικής κανονικής κατανομής	219
	Πίνακας Γ3: Εκατοστιαία σημεία της κατανομής t	220
	Πίνακας Γ4: Εκατοστιαία σημεία της κατανομής χ^2	221
	Πίνακας Γ5: Εκατοστιαία σημεία της κατανομής F	222
	Ευρετήριο όρων	227

1

Το μοντέλο στους τοπογραφικούς υπολογισμούς

Όπως είναι γνωστό, η τοπογραφία ασχολείται με την γεωμετρική αποτύπωση σχετικά περιορισμένων σε έκταση περιοχών, ενώ η γεωδαισία ασχολείται με την αποτύπωση ευρύτερων περιοχών καθώς και με την αποτύπωση της γης στο σύνολο της. Από την ομοιότητα του αντικειμένου, καθώς και από την σχετική ασάφεια στο μέγεθος της προς αποτύπωση περιοχής, προκύπτει ότι θα πρέπει να υπάρχει μια έντονη σχέση ανάμεσα στις

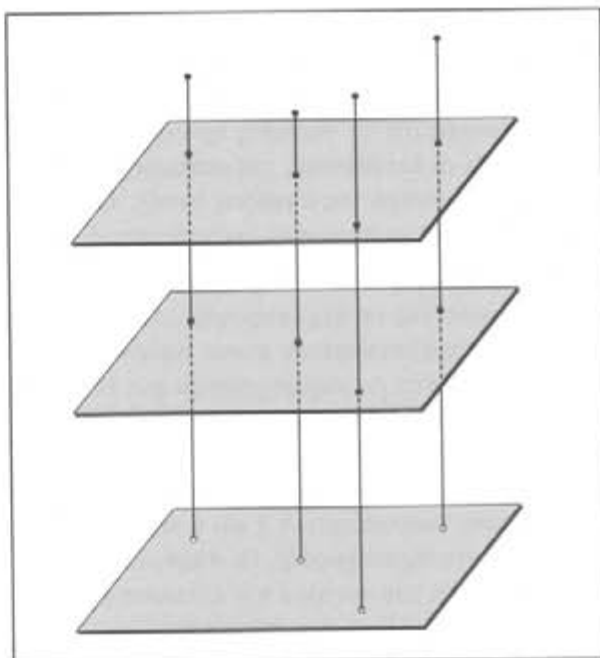
μεθόδους των δύο επιστημών. Επιπλέον, οι αποτυπώσεις μικρότερων περιοχών μπορούν, και πρέπει, να εντάσσονται στις αποτυπώσεις ευρύτερων περιοχών, τις οποίες και συνθέτουν. Έτσι η καλύτερη κατανόηση και εφαρμογή των τοπογραφικών μεθόδων απαιτεί κάποιες γνώσεις σχετικές με το γεωδαιτικό υπόβαθρο. Τις ελάχιστες σχετικά αυτές γνώσεις θα αναπτύξουμε στο κεφάλαιο αυτό.

1.1 Ο χώρος των τοπογραφικών μετρήσεων σε σχέση με τον ευρύτερο γήινο χώρο

Εκείνο που πραγματικά ξεχωρίζει την τοπογραφία από τη γεωδαισία δεν είναι τόσο η έκταση της προς αποτύπωση περιοχής, όσο το μοντέλο (το σύνολο δηλαδή των υποθέσεων που κάνουμε) σχετικά με τον τρισδιάστατο χώρο στη σχετική περιοχή. Η επιλογή του μοντέλου είναι συνάρτηση του είδους και της ακρίβειας των διαθέσιμων μετρήσεων, που εξαρτώνται από τους σκοπούς για τους οποίους γίνεται η αποτύπωση.

Στην Τοπογραφία υποθέτουμε ότι, όταν κάνουμε μετρήσεις σε μια περιορισμένης έκτασης περιοχή, οι διευθύνσεις των κατακορύφων αξόνων των οριζοντιωμένων θεοδολίγων στα διάφορα σημεία στάσης, και γενικότερα οι **διευθύνσεις της κατακορύφου** (νήματος της στάθμης) σε όλα τα σημεία της περιοχής, είναι **παράλληλες** μεταξύ τους. Άμεση συνέπεια της υπόθεσης αυτής, είναι η σχετική έννοια των οριζοντιών επιπέδων, των επιπέδων δηλαδή που είναι παράλληλα μεταξύ τους και κάθετα στις κοινές διευθύνσεις των κατακορύφων (σχήμα 1). Τα οριζόντια επίπεδα αντιστοιχούν στις διάφορες "στάθμες του νερού". Με τη βοήθεια τους είναι δυνατή η προβολή των γεωμετρικών σχημάτων πάνω σε ένα οποιοδήποτε από αυτά, με την οποία προκύπτει ο γνωστός διαχωρισμός της αποτύπωσης σε οριζοντιογραφία και

υψομετρία. Ένα από τα επίπεδα αυτά, που προσεγγίζει καλύτερα τη μέση στάθμη της θάλασσας, αποτελεί το επίπεδο αναφοράς για την υψομετρική αποτύπωση.



Σχήμα 1.

Επειδή η γη έχει στην πραγματικότητα σχήμα που σε πρώτη προσέγγιση είναι σφαιρικό, η υπόθεση ότι οι διευθύνσεις της κατακορύφου είναι παράλληλες αποκλίνει σημαντικά από την πραγματικότητα όταν αναφερόμαστε σε ευρύτερες περιοχές. Για το λόγο αυτό δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα "οριζόντιο" επίπεδο σαν επιφάνεια αναφοράς όπως προηγούμενα.

Με την ευκαιρία πρέπει να ξεκαθαρίσουμε ότι όταν μιλάμε παραπάνω για το σχήμα της γης, δεν εννοούμε το σχήμα της φυσικής της επιφάνειας, αλλά αυτό που προκύπτει αν αγνοήσουμε τη γεωμορφολογική διαμόρφωση του εδάφους και έτσι αναφερόμαστε στο σχήμα μιας ιδεατής "οριζόντιας" επιφάνειας, μιας στάθμης νερού δηλαδή, που προσεγγίζει καλύτερα τη μέση στάθμη της θάλασσας. Την επιφάνεια αυτή ονομάζουμε στη γεωδαισία **γεωειδές**, ενώ τις ιδεατές στάθμες νερού, που δεν συμπίπτουν αναγκαστικά με τη μέση στάθμη της θάλασσας, ονομάζουμε **ισοδυναμικές ή χωροσταθμικές επιφάνειες**.

Όταν στην τοπογραφία χρησιμοποιούμε ένα οριζόντιο επίπεδο αναφοράς, το επίπεδο αυτό είναι στην πραγματικότητα το επίπεδο που καλύτερα προσαρμόζεται στο περιορισμένο τμήμα της επιφάνειας του γεωειδούς στην περιοχή. Και γενικότερα τα οριζόντια επίπεδα είναι αυτά που καλύτερα προσαρμόζονται στα τμήματα των αντιστοιχών ισοδυναμικών επιφανειών (σταθμών νερού) στην περιοχή. Ένα καλύτερο μοντέλο προκύπτει αν υποθέσουμε ότι το γεωειδές έχει σχήμα σφαιρικό και ότι οι διευθύνσεις της κατακορύφου τέμνονται στο κέντρο της σφαίρας αυτής. Ούτε όμως και το μοντέλο αυτό είναι ικανοποιητικό.

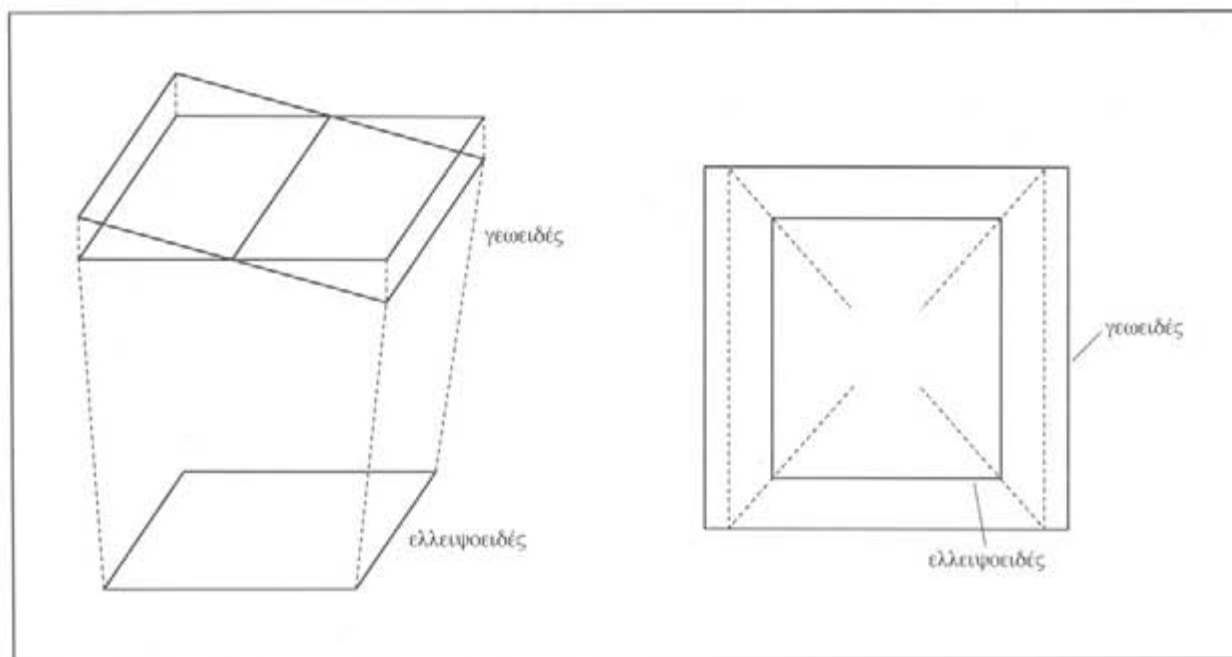
Στις εφαρμογές το γεωειδές προσεγγίζεται από ένα **ελλειψοειδές εκ περιστροφής**, που έχει το σχήμα μιας πεπλατυσμένης στους πόλους σφαίρας και προκύπτει αν περιστρέψουμε μια έλλειψη γύρω από το μικρό της ημιάξονα. Το ελλειψοειδές αυτό έχει διαστάσεις τέτοιες, και "τοποθετείται" σε σχέση με τη γη έτσι ώστε η προσέγγιση του γεωειδούς να είναι ικανοποιητική ή και η καλύτερη δυνατή (βέλτιστη προσαρμογή). Οι παράμετροι που ορίζουν τη θέση του κέντρου του ελλειψοειδούς (ή ενός βασικού σημείου), τον προσανατολισμό του, το σχήμα και το μέγεθος του αποτελούν με απλά λόγια αυτό που ονομάζουμε **γεωδαιτικό datum ή γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς**.

Ένα από τα αντικείμενα της γεωδαισίας είναι και η μελέτη των αποκλίσεων του γεωειδούς από το ελλειψοειδές αναφοράς (υψόμετρα γεωειδούς) και των αποκλίσεων των κατακόρυφων διευθύνσεων από τις κάθετες στο ελλειψοειδές στα διάφορα σημεία (αποκλίσεις της κατακορύφου), καθώς και της επίδρασης των αποκλίσεων αυτών στην ακρίβεια της αποτύπωσης, χρησιμοποιώντας μετρήσεις σχετικές με το πεδίο βαρύτητας της γης.

Με τη χρησιμοποίηση του ελλειψοειδούς πετυχαίνουμε και πάλι τον χωρισμό της αποτύπωσης σε οριζοντιογραφικό και υψομετρικό μέρος, προβάλλοντας τα σημεία του τρισδιάστατου χώρου πάνω στο ελλειψοειδές (οριζοντιογραφία) και μετρώντας τα υψόμετρα πάνω από το ελλειψοειδές (γεωμετρικά υψόμετρα). Με την ευκαιρία ας πούμε πως τα υψόμετρα πάνω από το ελλειψοειδές δεν είναι κατάλληλα για τις περισσότερες εφαρμογές. Έτσι, διατηρώντας την αντίληψη ότι ένα σημείο βρίσκεται "ψηλότερα" από ένα άλλο όταν το νερό κυλά από το πρώτο προς το δεύτερο, μετρούμε εναλλακτικά το υψόμετρο σημείου με το πόσο ψηλότερα βρίσκεται η στάθμη νερού που περνά από το σημείο από τη στάθμη αναφοράς – το γεωειδές (δυναμικά υψόμετρα).

Η οριζόντια αποτύπωση από το ελλειψοειδές, μεταφέρεται σε ένα επίπεδο, σημείο προς σημείο, με μια διαδικασία που ονομάζεται **χαρτογραφική προβολή**, και που συνεπάγεται μια ορισμένη παραμόρφωση. Το επίπεδο αυτό ονομάζεται **προβολικό επίπεδο** που ύστερα από κατάλληλη σμίκρυνση γίνεται τελικά το επίπεδο του χάρτη, όπου αποδίδεται υπό κλίμακα η αποτύπωση-χαρτογράφηση.

Όταν οι επιμέρους αποτυπώσεις γίνονται ανεξάρτητα και για ειδικούς σκοπούς, τότε το οριζόντιο επίπεδο αναφοράς, που ορίζεται έμμεσα στην πράξη από τις οριζοντιώσεις των οργάνων, μετατρέπεται σε επίπεδο του χάρτη ύστερα από σμίκρυνση ανάλογη με την τελική κλίμακα απόδοσης. Όταν όμως οι επιμέρους αποτυπώσεις είναι ενταγμένες σε μια γενικότερη αποτύπωση της οποίας αποτελούν μέρος, η τελική απόδοση πρέπει να γίνει στο επίπεδο του χάρτη σε συμφωνία με το είδος της χαρτογραφικής προβολής που χρησιμοποιείται για την απόδοση της ευρύτερης αποτύπωσης-χαρτογράφησης. Επειδή οι παρατηρήσεις αναφέρονται στο οριζόντιο επίπεδο αναφοράς, ενώ η



Σχήμα 2.

αποτύπωση στο προβολικό επίπεδο, είναι απαραίτητο να λάβουμε υπόψη τη διαφορά ανάμεσα στα δύο αυτά επίπεδα. Τη διαφορά αυτή αντιμετωπίζουμε με τη βοήθεια κατάλληλων αναγωγών των παρατηρήσεων που μετατρέπουν τις πραγματικές παρατηρήσεις σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο, σε "ψευδοπαρατηρήσεις" σε σχέση με το προβολικό επίπεδο. Τέτοιες δηλαδή σαν εκείνες που θα προέκυπταν στην φανταστική περίπτωση που τα όργανα οριζοντιονόταν όχι παράλληλα με το οριζόντιο επίπεδο αναφοράς, αλλά παράλληλα με το προβολικό επίπεδο. Τις αναγωγές των παρατηρήσεων θα μελετήσουμε πιά διεξοδικά στο κεφάλαιο 3, όπου θα δοθούν και οι αναλυτικές σχέσεις υπολογισμού τους.

Επιπλέον πρέπει να αναζητήσουμε πληροφορία σχετικά με το που βρίσκεται το προβολικό επίπεδο σε σχέση με την περιοχή της αποτύπωσης, ή, αντίστροφα και ισοδύναμα, σχετικά με το που βρίσκεται η περιοχή σε σχέση με το προβολικό επίπεδο. Την πληροφορία αυτή μας την παρέχουν οι ήδη γνωστές συντεταγμένες των τριγωνομετρικών σημείων της περιοχής, όταν αυτές αναφέρονται στο επιθυμητό προβολικό επίπεδο. Όταν οι διαθέσιμες συντεταγμένες αναφέρονται στο επίπεδο κάποιας άλλης χαρτογραφικής προβολής είναι απαραίτητη η μετατροπή των συντεταγμένων από τη μια προβολή στην άλλη (όπως πχ. η μετατροπή από ένα

φύλλο Hatt σε άλλο, ή από ένα φύλλο Hatt στην Εγκάρσια Μερατορική, κλπ.). Στη χειρότερη περίπτωση οι διαφορετικές προβολές μπορεί να αναφέρονται και σε διαφορετικά datums (δηλαδή σε διαφορετικής θέσης, μεγέθους ή και σχήματος ελλειψοειδή), οπότε είναι απαραίτητη και η μετατροπή των συντεταγμένων από datum σε datum.

Η διαφορά ανάμεσα στο οριζόντιο επίπεδο και το προβολικό επίπεδο δεν είναι, όπως θα δούμε, σημαντική, προκειμένου για μικρής έκτασης περιοχές. Όμως η μεταφορά στο προβολικό επίπεδο, με τη βοήθεια των γνωστών συντεταγμένων τριγωνομετρικών σημείων και των εξισώσεων απεικόνισης, καθορίζει και τη θέση των σημείων "μέσα" στο προβολικό επίπεδο σε σχέση με ένα ήδη καθορισμένο καρτεσιανό σύστημα αναφοράς. Αντίθετα, όταν η αποτύπωση γίνεται ανεξάρτητα, το σύστημα των καρτεσιανών συντεταγμένων πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ορίζεται αυθαίρετα και μόνο για τους σκοπούς της συγκεκριμένης αποτύπωσης.

Για να κατανοήσουμε τη διαφορά του οριζόντιου επιπέδου αναφοράς με το προβολικό επίπεδο σε μια μικρής έκτασης περιοχή, πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι για την περιοχή αυτή το οριζόντιο επίπεδο ταυτίζεται ουσιαστικά με το γεωειδές ενώ το προβολικό επίπεδο αποτελεί μια μικρή σχετικά παραμόρφωση του ελλειψοειδούς (παραμόρφωση εξαιτίας της χαρτογραφικής προβολής).

Επειδή ένα μικρό τμήμα τόσο του γεωειδούς όσο και του ελλειψοειδούς είναι επίπεδο σε πρώτη προσέγγιση, θα μελετήσουμε τη μετατροπή από το τοπικό οριζόντιο επίπεδο στο προβολικό επίπεδο σε δύο βήματα: Το πρώτο βήμα είναι η μετατροπή του ουσιαστικά επιπέδου τμήματος του γεωειδούς (του οριζοντίου επιπέδου της περιοχής) στο αντίστοιχο τμήμα του ελλειψοειδούς, που είναι επίσης ουσιαστικά επίπεδο.

Το δεύτερο βήμα είναι η μετατροπή του ουσιαστικά επιπέδου τμήματος του ελλειψοειδούς στο αντίστοιχο τμήμα του προβολικού επιπέδου, μετατροπή που υλοποιείται από την κατά περίπτωση συγκεκριμένη χαρτογραφική προβολή. Έχουμε δηλαδή σχηματικά:

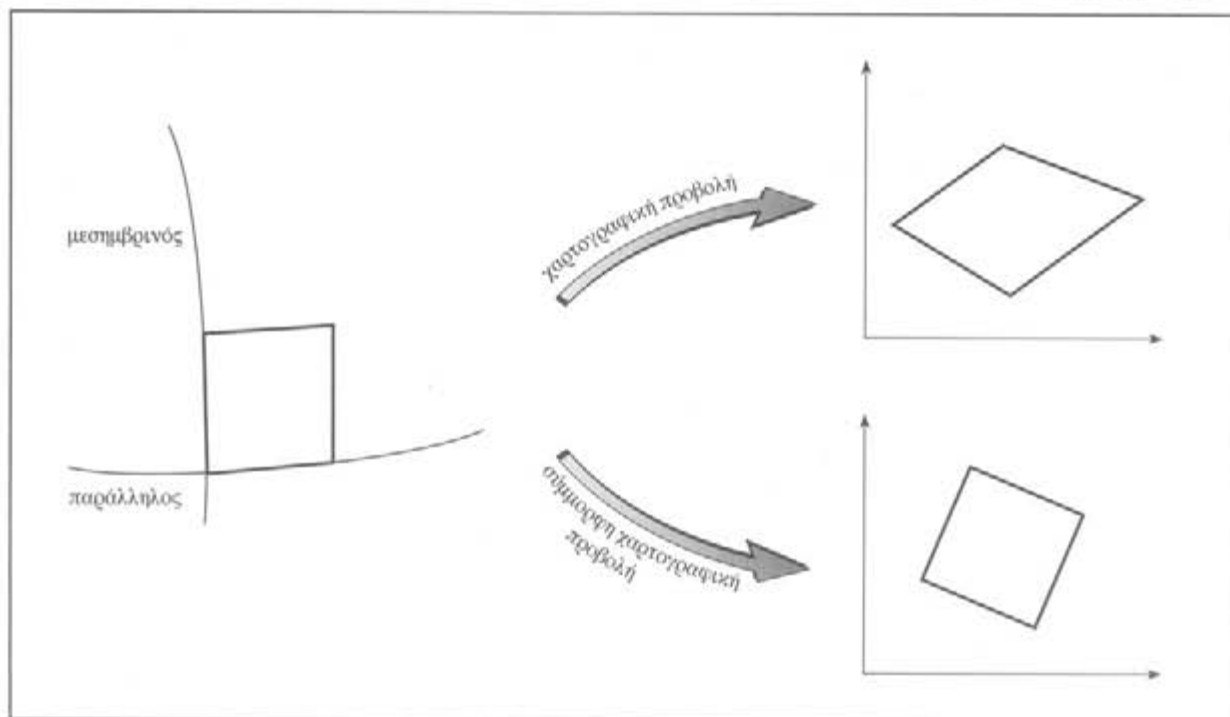
- 1) γεωειδές → ελλειψοειδές
- 2) ελλειψοειδές → προβολικό επίπεδο.

Για τη μελέτη των παραμορφώσεων στις παραπάνω μετατροπές θα εξετάσουμε ένα τετράγωνο τμήμα του γεωειδούς (σχήμα 2), που θα επιλέξουμε μάλιστα έτσι ώστε οι δύο πλευρές του να είναι παράλληλες προς τη διεύθυνση της κλίσης του γεωειδούς (κάθετη στις ισούψεις καμπύλες σε ένα χάρτη του γεωειδούς).

Η μετατροπή από το γεωειδές στο ελλειψοειδές μπορεί να αναλυθεί, όπως φαίνεται στο σχήμα 2,

σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος το γεωειδές μετατρέπεται σε ένα επίπεδο "παράλληλο" προς το ελλειψοειδές, με μια παραμόρφωση-σμίκρυνση κατά τη διεύθυνση της κλίσης του γεωειδούς. Στο δεύτερο μέρος, επειδή οι ευθείες προβολής (κάθετες στο ελλειψοειδές) δεν είναι παράλληλες αλλά συγκλίνουν προς το κέντρο του περίπου σφαιρικού ελλειψοειδούς, έχουμε μια ομοιόμορφη παραμόρφωση (σμίκρυνση όταν το γεωειδές βρίσκεται πάνω από το ελλειψοειδές, μεγέθυνση στην αντίθετη περίπτωση) για όλες τις διευθύνσεις (σχήμα 2).

Η χαρτογραφική προβολή είναι γενικά μια μετατροπή της καμπύλης επιφάνειας του ελλειψοειδούς στο προβολικό επίπεδο. Ένα μικρό τμήμα του ελλειψοειδούς είναι ουσιαστικά επίπεδο και μπορούμε να εξετάσουμε τι συμβαίνει σε ένα τετράγωνο που οι δύο πλευρές του έχουν τη διεύθυνση του βορρά, δηλαδή των μεσημβρινών του ελλειψοειδούς. Το τετράγωνο αυτό θα υποστεί εξαιτίας της χαρτογραφικής προβολής μία στροφή σε σχέση με τον "βορρά" του προβολικού επιπέδου (άξονας των τεταγμένων y), και μία αλλοίωση του σχήματός του. Έτσι θα έχουμε δύο διαφορετικές παραμορφώσεις (σμικρύνσεις ή μεγεθύνσεις) κατά μήκος των δύο πλευρών και μία στρέβλωση (αλλοίωση των γωνιών), ώστε τελικά το τετράγωνο να μετατραπεί σε πλάγιο παραλληλόγραμμο (σχή-



Σχήμα 3.

μα 3). Υπάρχει όμως μία κατηγορία χαρτογραφικών προβολών, οι **σύμμορφες** προβολές (παραδείγμα η Μερκατορική), στις οποίες δεν αλλοιώνονται οι γωνίες και το μικρής έκτασης τετράγωνο μετατρέπεται σε επίσης τετράγωνο.

Για μικρές περιοχές, και προκειμένου για σύμμορφες προβολές, οι μόνες παραμορφώσεις που πρέπει να ληφθούν υπόψη είναι η αναγωγή των αποστάσεων λόγω της χαρτογραφικής προβολής, καθώς και η αναγωγή τους στη στάθμη της θά-

λασσας (δηλαδή στο γεωειδές). Για μεγαλύτερες όμως περιοχές ούτε το γεωειδές ούτε το ελλειψοειδές μπορούν να θεωρηθούν επίπεδα όπως υποθέσαμε παραπάνω. Στο κεφάλαιο 3, όπου εξετάζονται οι αναγωγές των παρατηρήσεων, δίνονται συγκεκριμένες πληροφορίες για το πότε μπορούν να αγνοηθούν οι διαφορές ανάμεσα στις πραγματικές παρατηρήσεις στον φυσικό γήινο χώρο και τις αντίστοιχες ψευδοπαρατηρήσεις στο προβολικό επίπεδο.

1.2 Βασικές σχέσεις υπολογισμού στο επίπεδο

Αντικείμενο της Τοπογραφίας είναι η αποτύπωση σχετικά περιορισμένης έκτασης περιοχών, που πραγματοποιείται με τον καθορισμό της θέσης ενός συνόλου χαρακτηριστικών σημείων. Η θέση των σημείων αυτών εκφράζεται αναλυτικά από τις τιμές των συντεταγμένων τους σε σχέση με ένα επιλεγμένο σύστημα αναφοράς. Ο τρόπος με τον οποίο προσδιορίζονται οι συντεταγμένες, και επομένως και οι θέσεις, των σημείων, ακολουθεί τη στρατηγική της μετάβασης από γνωστά σημεία σε νέα άγνωστα σημεία. Για τον καθορισμό της νέας γεωμετρικής πληροφορίας (θέση σημείου) χρησιμοποιείται, πέρα από τις ήδη γνωστές θέσεις ορισμένων σημείων, και η γεωμετρική πληροφορία που περιέχουν οι παρατηρήσεις αποστάσεων και γωνιών.

Κάθε μέτρηση απόστασης από ένα γνωστό σημείο προς ένα νέο σημείο καθορίζει και έναν γεωμετρικό τόπο πάνω στον οποίο πρέπει να βρίσκεται το νέο σημείο: τον κύκλο με κέντρο το γνωστό σημείο και ακτίνα τη μετρούμενη απόσταση. Κάθε μέτρηση γωνίας, από ένα γνωστό σημείο και μια γνωστή διεύθυνση προς ένα νέο σημείο, καθορίζει τη διεύθυνση προς το νέο σημείο και επομένως και έναν γεωμετρικό τόπο πάνω στον οποίο πρέπει να βρίσκεται το νέο σημείο: την ημιευθεία που διέρχεται από το γνωστό σημείο και έχει τη διεύθυνση που προκύπτει από τη μέτρηση.

Η διεύθυνση εκφράζεται στην τοπογραφία με το αξιμούθιο, δηλαδή τη γωνία με τον άξονα των y (βορράς ή βορράς τετραγωνισμού) μετρούμενη κατά την έννοια της φοράς των δεικτών του ρολογιού με αρχή τον άξονα y . Με την ίδια φορά μετριοούνται στην τοπογραφία και οι γωνίες. Ένα

νέο αξιμούθιο μπορεί να προκύψει προσθέτοντας μία γωνία σε ένα ήδη γνωστό αξιμούθιο. Και μία γωνία μπορεί να προκύψει από τη διαφορά δύο γνωστών αξιμουθίων. Έτσι αρκεί να περιοριστούμε μόνο σε αξιμούθια προκειμένου για γωνιακά μεγέθη.

Η θέση ενός νέου σημείου μπορεί να προσδιοριστεί από δύο ήδη γνωστά σημεία και από την τομή δύο γεωμετρικών τόπων που προκύπτουν από δύο παρατηρήσεις γωνιών ή αποστάσεων, καθόλου τους δυνατούς συνδυασμούς. Η πιο απλή περίπτωση είναι η μέτρηση γωνίας και απόστασης από τό ίδιο σημείο. Από την γωνία προσδιορίζεται το αξιμούθιο και έτσι διατυπώνεται το λεγόμενο **ευθύ γεωδαιτικό πρόβλημα**:

Από τις γνωστές συντεταγμένες x_i, y_i ενός γνωστού σημείου P_i να προσδιοριστούν οι άγνωστες συντεταγμένες x_j, y_j ενός νέου σημείου P_j , όταν είναι γνωστά το αξιμούθιο α_{ij} από το P_i προς το P_j και η μεταξύ τους απόσταση S_{ij} .

Για τον προσδιορισμό ενός νέου αξιμουθίου από τη μέτρηση γωνίας από γνωστό σημείο προς ένα γνωστό σημείο και ένα νέο, πρέπει να προσδιοριστεί πρώτα το αξιμούθιο προς το γνωστό σημείο. Αν προσθέσουμε και τον προσδιορισμό της απόστασης ανάμεσα στα δύο γνωστά σημεία προκύπτει το λεγόμενο **αντίστροφο γεωδαιτικό πρόβλημα**:

Από τις γνωστές συντεταγμένες x_i, y_i και x_j, y_j δύο γνωστών σημείων P_i και P_j , αντίστοιχα, να προσδιοριστούν το αξιμούθιο α_{ij} από το P_i προς το P_j και η μεταξύ τους απόσταση S_{ij} .

Το ευθύ και το αντίστροφο πρόβλημα (γνωστά και ως θεμελιώδη προβλήματα) λύνονται με τη βοήθεια απλών τριγωνομετρικών σχέσεων στο ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται από τα δύο σημεία και έχει τις δύο πλευρές παράλληλες προς τους άξονες (σχήμα 4).

Από τις γνωστές σχέσεις

$$(1) \quad \sin \alpha_{ij} = \frac{x_j - x_i}{S_{ij}}$$

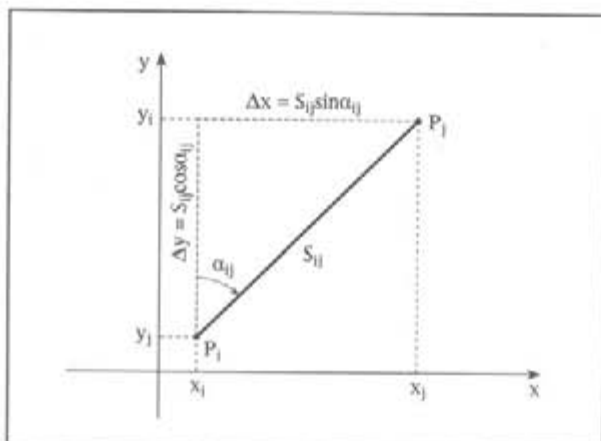
$$(2) \quad \cos \alpha_{ij} = \frac{y_j - y_i}{S_{ij}}$$

$$(3) \quad \tan \alpha_{ij} = \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}$$

και το πυθαγόρειο θεώρημα

$$(4) \quad S_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

προκύπτουν άμεσα οι λύσεις των δύο προβλημάτων.



Σχήμα 4.

Ευθύ γεωδαιτικό πρόβλημα

$$(5) \quad x_j = x_i + S_{ij} \sin \alpha_{ij}$$

$$(6) \quad y_j = y_i + S_{ij} \cos \alpha_{ij}$$

Αντίστροφο γεωδαιτικό πρόβλημα

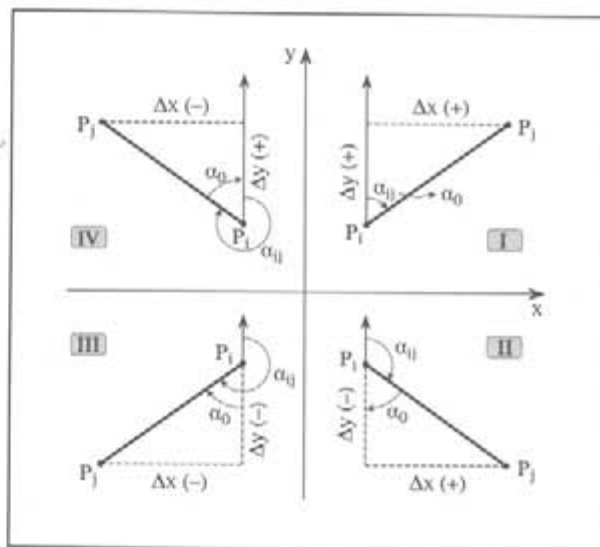
$$(7) \quad \alpha_{ij} = \arctan \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}$$

$$(8) \quad S_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

με αναγωγή του αζιμουθίου στο σωστό τεταρτημόριο. Υπολογίζεται πρώτα το αζιμουθίο στο πρώτο τεταρτημόριο

$$\alpha_0 = \arctan \left| \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i} \right|$$

και στη συνέχεια, σύμφωνα με το σχήμα (5), ανάγεται στο σωστό τεταρτημόριο.



Σχήμα 5. Η αναγωγή του αζιμουθίου στο σωστό τεταρτημώριο.

Ο προσδιορισμός των δύο συντεταγμένων x_j, y_j ενός νέου σημείου P_j από δύο γνωστά σημεία P_i, P_k απαιτεί να είναι γνωστές δύο από τις τέσσερις δυνατές παρατηρήσεις (γωνίες $\omega_{ijk}, \omega_{kij}$ και πλευρές S_{ij}, S_{ki} (σχήμα 6). Στην περίπτωση όπου γίνονται παρατηρήσεις μιας απόστασης και μιας πλευράς από το ίδιο σημείο (ω_{ijk}, S_{ij} ή ω_{kij}, S_{ki}) οι συντεταγμένες x_j, y_j προσδιορίζονται με το ευθύ πρόβλημα, αφού πρώτα προσδιοριστεί το σχετικό αζιμουθίο α_{ij} ή α_{ki} . Για το σκοπό αυτό προσδιορίζεται πρώτα το αζιμουθίο α_{ik} ή $\alpha_{ki} = \alpha_{ik} - 200^\circ$ από το αντίστροφο πρόβλημα, και στη συνέχεια το αζιμουθίο $\alpha_{ij} = \alpha_{ik} - \omega_{ijk}$ ή $\alpha_{ki} = \alpha_{ki} + \omega_{kij}$.

Στις υπόλοιπες περιπτώσεις χρησιμοποιείται και πάλι το ευθύ πρόβλημα αφού πρώτα προσδιοριστεί γωνία και απόσταση από το ίδιο σημείο. Για το σκοπό αυτό γίνεται επίλυση του σχετικού τριγώνου $P_i P_j P_k$ χρησιμοποιώντας τις σχέσεις των συνημιτόνων