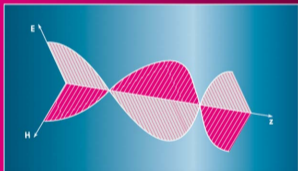


Ε. Παπαδημητράκη - Χλίχλια
Ι. Α. Τσουκαλάς

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ



ΤΡΙΤΗ ΕΚΔΟΣΗ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ο «Ηλεκτρομαγνητισμός» αποτελεί ουσιαστικά την συνέχεια και ολοκλήρωση του συγγράμματος «Ηλεκτρισμός-Μαγνητισμός» και ανταποκρίνεται στις διδακτικές ανάγκες των φοιτητών του έκτου εξαμήνου του τμήματος Φυσικής της Σχολής Θετικών Επιστημών του ΑΠΘ, που παρακολουθούν το αντίστοιχο ομότιτλο μάθημα. Η ύλη του συγγράμματος καθορίστηκε τόσο από την αναλυτική ύλη του μαθήματος που έχει καθορίσει το τμήμα Φυσικής για το μάθημα αυτό, όσο και από την πείρα που αποκτήθηκε κατά την τετραετή διάρκεια της διδασκαλίας του.

Αρχίζει από το φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής και καταλήγει σε στοιχειώδη αντιμετώπιση της σχετικιστικής ηλεκτροδυναμικής. Έχουν και στο σύγγραμμα αυτό αναπτυχθεί οι μαθηματικές μέθοδοι οι απαραίτητες για την αντιμετώπιση των φυσικών προβλημάτων και έχουν προστεθεί –όσο αυτό ήταν δυνατό– λυμένα παραδείγματα για την εμπέδωση της θεωρίας.

Σημαντική στην διάρθρωση του βιβλίου αυτού ήταν η συμβολή των φοιτητικών παρατηρήσεων και αποριών, συμβολή την οποία ευγνωμόνως αναγνωρίζουμε. Ευχαριστίες οφείλονται στον κ. Χρήστο Κολτσάκη για την επιμέλεια των σχημάτων.

Τα αναπόφευκτα λάθη που ασφαλώς παρεισέφρυσαν ελπίζουμε ότι δεν είναι πολλά ή ουσιώδη και βαρύνουν φυσικά αποκλειστικά τους συγγραφείς. Η ανοχή των αναγνωστών και η υπόδειξη τους από αυτούς ελπίζεται ότι θα οδηγήσει σε μια βελτιωμένη στο μέλλον έκδοση.

Θεσσαλονίκη 1987

Ε. Παπαδημητράκη-Χλίχλια
Ι. Α. Τσουκαλάς

ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΤΡΙΤΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

Η δομή του βιβλίου συνεχίζει και στην τρίτη έκδοση να είναι η ίδια. Έγιναν ορισμένες διορθώσεις, πολλές συμπληρώσεις στο κείμενο προστέθηκαν ορισμένες νέες παράγραφοι, καθώς και ασκήσεις στο τέλος κάθε κεφαλαίου.

Θεσσαλονίκη, Μάρτιος 1994

Οι συγγραφείς

Περιεχόμενα

1. Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

1.1. Εισαγωγή.....	15
1.2. Νόμος Faraday - Επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο.....	17
1.3. Διαφορική μορφή του νόμου Faraday	20
1.4. Ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται σε κινούμενο κύκλωμα.....	22
1.5. Παραδείγματα υπολογισμού της ΗΕΔ που επάγεται σε κυκλώματα από ηλεκτρομαγνητική επαγωγή (Νόμοι του Faraday)	25

2. Συντελεστές επαγωγής

2.1. Ορισμός των συντελεστών επαγωγής	36
2.2. Υπολογισμός των συντελεστών αμοιβαίας επαγωγής	37
2.3. Αυτεπαγωγή - Συντελεστές αυτεπαγωγής.....	42
2.4. Αυτεπαγωγές σε σειρά ή παράλληλα. Συντελεστής σύζευξης κυκλωμάτων.....	43
2.5. Αποκατάσταση ρεύματος σε κύκλωμα με αυτεπαγωγή	47
2.6. Διακοπή ρεύματος σε κύκλωμα με αυτεπαγωγή	48

3. Ενέργεια μαγνητικού πεδίου

3.1. Γενικά	54
3.2. Παραδείγματα υπολογισμού της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου.....	56
3.3. Γενίκευση των τύπων της ενέργειας του Μ. Π. για σύστημα Ν ηλεκτρικών κυκλωμάτων.....	57
3.4. Ενέργεια του Μ. Π. όταν υπάρχει γραμμικό μαγνητικό μέσο.....	61
3.5. Παραδείγματα υπολογισμού της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου.....	63
3.6. Υπολογισμός των δυνάμεων που ασκούνται μεταξύ αγωγών	66
3.7. Παραδείγματα υπολογισμού των δυνάμεων μεταξύ κυκλωμάτων	67
3.8. Ενέργεια αλληλεπίδρασης μεταξύ ρευμάτων.....	74
3.9. Μαγνητική πίεση.....	79

4. Εναλλασσόμενα ρεύματα

4.1. Ημιτονοειδές εναλλασσόμενο ρεύμα	84
4.2. Μέθοδοι μελέτης των εναλλασσομένων ρευμάτων	85
4.2.1. Εξίσωση κυκλώματος.....	85
4.2.2. Γραφική λύση της εξίσωσης κυκλώματος εναλλασσομένου ρεύματος.....	87
4.2.3. Μέθοδος ανάλυσης κυκλωμάτων εναλλασσομένου ρεύματος με τον μιγαδικό λογιισμό.....	92

4.3.	Φαινόμενο συντονισμού.....	96
4.3.1.	Κύκλωμα συντονισμού.....	96
4.3.2.	Καμπύλη συντονισμού.....	100
4.3.3.	Κύκλωμα συντονισμού σε παράλληλη σύνδεση ή κύκλωμα αντισυντονισμού.....	103
4.4.	Χαρακτηριστικά μεγέθη του εναλλασσομένου ρεύματος.....	108
4.4.1.	Ενεργός και μέση τιμή της τάσης και της έντασης.....	108
4.4.2.	Ισχύς εναλλασσομένου ρεύματος.....	109
4.4.3.	Μιγαδική ή σύνθετη ισχύς.....	112
4.5.	Προσαρμογή σύνθετης αντίστασης κυκλώματος σε γεννήτρια.....	113

5. Ηλεκτρικά κυκλώματα

5.1.	Μέθοδοι μελέτης των ηλεκτρικών κυκλωμάτων.....	116
5.1.1.	Γενικά.....	116
5.2.	Νόμοι του Kirchhoff.....	116
5.2.1.	Πρώτος νόμος του Kirchhoff.....	116
5.2.2.	Δεύτερος νόμος του Kirchhoff.....	117
5.2.3.	Εφαρμογή των νόμων του Kirchhoff.....	118
5.2.4.	Μέθοδος των βρόχων.....	121
5.2.5.	Μέθοδος των κόμβων ή του πρώτου νόμου του Kirchhoff.....	123
5.3.	Γενικά θεωρήματα.....	124
5.4.	Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων εναλλασσομένου ρεύματος.....	127
5.5.	Χρήση των πινάκων στην επίλυση προβλημάτων που αφορούν ηλεκτρικά κυκλώματα.....	132
5.6.	Τετράπολα.....	134
5.7.	Πειραματικός προσδιορισμός των σταθερών τετραπόλου.....	136
5.8.	Απλοί τύποι τετραπόλων.....	136
5.9.	Μετατροπή κυκλώματος τύπου Π σε κυκλώματα τύπου Τ και αντίστροφα.....	138
5.10.	Σύνδεση τετραπόλων.....	138
5.11.	Χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση τετραπόλου.....	139
5.12.	Συμμετρικά τετράπολα.....	139
5.13.	Ηθμοί.....	141
5.13.1.	Διάταξη ηθμού.....	141
5.13.2.	Ηθμοί τύπου Τ.....	143
5.13.3.	Εφαρμογές των ηθμών.....	146

6. Ελεύθερη διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

6.1.	Εξισώσεις Maxwell.....	150
6.1.1.	Γενικά.....	150
6.1.2.	Ρεύμα μετατόπισης.....	153
6.1.3.	Παράδειγμα υπολογισμού του ρεύματος μετατόπισης σε αγωγίμο υλικό.....	160
6.1.4.	Παράδειγμα υπολογισμού του ρεύματος μετατόπισης σε επίπεδο πυκνωτή με διηλεκτρικό.....	161
6.2.	Διάδοση των πεδίων \mathbf{E} και \mathbf{B}	162

6.2.1.	Εξισώσεις διάδοσης των πεδίων \mathbf{E} και \mathbf{B}	162
6.2.2.	Οι εξισώσεις Maxwell ως συνάρτηση της διεύθυνσης διάδοσης $\hat{\mathbf{k}}_0$	167
6.2.3.	Πόλωση των επιπέδων κυμάτων.....	169
6.2.4.	Παραδείγματα υπολογισμού της πόλωσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.....	170
6.3.	Αρχή της διατήρησης της ενέργειας Poynting	173
6.3.1.	Ηλεκτρομαγνητική ενέργεια και ισχύς. Ισχύς που παρέχεται από το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο σε κινούμενα φορτία.....	173
6.3.2.	Θεώρημα Poynting.....	175
6.3.3.	Το διάνυσμα Poynting.....	176
6.3.4.	Μιγαδική μορφή του διανύσματος Poynting.....	179
6.3.5.	Παραδείγματα υπολογισμού των διανυσμάτων Poynting	182
6.3.6.	Το διάνυσμα Poynting στην περίπτωση στατικών πεδίων \mathbf{E} και \mathbf{H}	185
6.4.	Εξισώσεις διάδοσης των δυναμικών A, φ	190
6.4.1.	Συνθήκη του Lorentz. Μετασχηματισμοί βαθμίδας.....	190
6.4.2.	Παραδείγματα υπολογισμού των μεγεθών, $\mathbf{B}, \mathbf{E}, \varphi$ και \mathbf{A} με τη βοήθεια της συνθήκης Lorentz.....	198
6.4.3.	Κύματα τριων διαστάσεων	201
6.4.4.	Σφαιρικά κύματα.....	201
6.4.5.	Επιβραδυνόμενα δυναμικά, σφαιρικά κύματα που προέρχονται από σημειακή πηγή.....	204
6.4.6.	Παραδείγματα υπολογισμού επιβραδυνόμενων δυναμικών	206
6.4.7.	Γενική λύση των εξισώσεων Maxwell.....	211

7. Ακτινοβολία

7.1.	Εισαγωγικές έννοιες	217
7.2.	Ανάπτυγμα πολύπλοκου τυχαίας κατανομής φορτίων και ρευμάτων. Υπολογισμός των δυναμικών φ και \mathbf{A} . Πεδίο διπόλου.....	219
7.3.	Ανάπτυγμα πολύπολου. Υπολογισμός των πεδίων \mathbf{E} και \mathbf{B}	222
7.4.	Ισχύς που ακτινοβολείται από χρονικά μεταβλητό δίπολο. Διάνυσμα Poynting... ..	226
7.6.	Δυναμικά πεδίων κινούμενου φορτίου. Δυναμικά των Lienard και Wiechert	228
7.7.	Πεδία \mathbf{E} και \mathbf{B} προκαλούμενα από φορτίο με επιταχυνόμενη κίνηση. Εκπεμπόμενη ισχύς.....	232
7.8.	Αντίδραση ακτινοβολίας.....	237

8. Διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων μέσα στην ύλη

8.1.	Οι εξισώσεις του Maxwell μέσα στην ύλη	239
8.1.1.	Λύσεις των εξισώσεων Maxwell στην περίπτωση που ο χώρος περιέχει ύλη	240
8.1.2.	Οι εξισώσεις Maxwell στην περίπτωση που η χρονική μεταβολή των πεδίων είναι ημιτονοειδής	243
8.2.	Διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων μέσα στην ύλη.....	245
8.2.1.	Διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε τέλειο διηλεκτρικό μέσο.....	245
8.2.2.	Διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε μέσο που παρουσιάζει ηλεκτρική αγωγιμότητα.....	246

8.3.	Αγωγοί και διηλεκτρικά.....	247
8.3.1.	Διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε καλούς μονωτές.....	247
8.3.2.	Διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε καλούς αγωγούς.....	248
8.4.	Επιδερμικό φαινόμενο.....	248
8.5.	Ανάκλαση επιπέδων ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.....	253
8.5.1.	Ανάκλαση επιπέδων ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στην επιφάνεια τέλειου αγωγού. Κάθετη πρόσπτωση.....	253
8.5.2.	Ανάκλαση επιπέδων ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στην επιφάνεια τέλειου διηλεκτρικού.....	255

9. Γραμμές μεταφοράς κυματαγωγοί

9.1.	Διάδοση της ηλεκτρικής ενέργειας κατά μήκος των γραμμών μεταφοράς.....	259
9.1.1.	Μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας.....	259
9.1.2.	Ορισμός της γραμμής μεταφοράς.....	260
9.1.3.	Θεωρία των γραμμών μεταφοράς που δεν έχουν απώλειες.....	262
9.1.4.	Εξισώσεις της διάδοσης.....	246
9.2.	Κυματαγωγοί.....	268
9.2.1.	Κυματαγωγοί με ορθογώνια τομή.....	268
9.2.2.	Συχνότητα αποκοπής.....	272
9.2.3.	Ταχύτητα φάσης. Ταχύτητα ομάδας.....	273
9.2.4.	Τύποι κυμάτων που μπορούν να διαδίδονται μέσα από τους κυματαγωγούς.....	275
9.3.	Κοιλότητες δονήσεων ή αντηχεία.....	276
9.3.1.	Μελέτη των κυλινδρικών αντηχείων.....	277
9.3.2.	Τύποι δονήσεων (modes).....	282

10. Ηλεκτρομαγνητική θεωρία της σχετικότητας

10.1.	Ειδική αρχή της Σχετικότητας.....	286
10.1.1.	Τύποι μετασχηματισμού του Γαλιλαίου.....	286
10.1.2.	Τύποι μετασχηματισμού του Lorentz.....	288
10.1.3.	Σχετικότητα του ταυτοχρονισμού των γεγονότων.....	290
10.1.4.	Διαστολή του χρόνου.....	291
10.1.5.	Συστολή μήκους Fitz Gerald - Lorentz.....	292
10.1.6.	Συχνότητα, φάση, κυματικό διάνυσμα ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.....	293
10.1.7.	Το αναλλοίωτο του μήκους και του «ίδιου χρόνου» στους μετασχηματισμούς Lorentz.....	295
10.1.8.	Το αναλλοίωτο της κυματικής εξίσωσης ως προς τους μετασχηματισμούς Lorentz.....	296
10.1.9.	Τύποι μετασχηματισμών Lorentz για την ταχύτητα.....	297
10.1.10.	Τύποι μετασχηματισμών Lorentz για την ποσότητα κίνησης και την ενέργεια.....	299
10.1.11.	Τύποι μετασχηματισμού Lorentz για τη δύναμη.....	303
10.2.	Τα πεδία ηλεκτρικό και μαγνητικό, κινουμένων με σταθερή ταχύτητα φορτίων... ..	305
10.2.1.	Αρχή της ειδικής θεωρίας της Σχετικότητας.....	305
10.2.2.	Δυνάμεις μεταξύ κινουμένων φορτίων.....	306

10.2.3.	Πεδία που δημιουργεί σημειακό φορτίο κινούμενο με ομοιόμορφη ταχύτητα.....	312
10.2.4.	Μετασχηματισμός των πεδίων \mathbf{E} και \mathbf{B}	319
10.2.5.	Τα δυναμικά φ και \mathbf{A} ενός φορτίου που κινείται με σταθερή ταχύτητα.....	324
10.2.6.	Παράδειγμα υπολογισμού των μεγεθών φ , \mathbf{A} και \mathbf{E}	328
10.2.7.	Μετασχηματισμός πυκνότητας φορτίου και ρεύματος μεταφοράς.....	329
10.2.8.	Το αξίωμα της διατήρησης του συνολικού φορτίου.....	332
10.2.9.	Παράδειγμα υπολογισμού του μετασχηματισμού των \mathbf{J} και ρ ρεύματος αγωγιμότητας.....	332
10.2.10.	Παράδειγμα υπολογισμού των τύπων μετασχηματισμού στην περίπτωση πραγματικού αγωγού διαρρεόμενου από ρεύμα \mathbf{I}	334
10.2.11.	Μετασχηματισμός των μεγεθών \mathbf{H} και \mathbf{D}	337
10.3.	Οι εξισώσεις του Maxwell στην ειδική θεωρία της Σχετικότητας.....	339
10.3.1.	Νόμος του Gauss $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	339
10.3.2.	Η απόκλιση της \mathbf{B}	341
10.3.3.	Η στροφή της \mathbf{E}	343
10.3.4.	Η στροφή της \mathbf{B}	346
10.3.5.	Παράδειγματα υπολογισμού των πεδίων \mathbf{E} και \mathbf{B} αγωγού πεπερασμένου μήκους.....	348
10.4.	Ηλεκτροδυναμική των κινουμένων μέσων.....	351
10.4.1.	Μετασχηματισμούς του διανύσματος της μαγνήτισης \mathbf{M}	355
10.4.2.	Μετασχηματισμός των εξισώσεων $\mathbf{D}' = \epsilon \mathbf{E}'$, $\mathbf{B}' = \mu \mathbf{H}'$ και $\mathbf{J}' = \sigma \mathbf{E}'$	357
Παράρτημα I.	Υπολογισμός των πεδίων \mathbf{E} και \mathbf{B} από τους τύπους Lienard - Wiechert.....	359
Παράρτημα II.	Γεωμετρία του χωροχρόνου.....	365
Παράρτημα III.	Σύννοψη των τύπων μετασχηματισμού τετραδιάστατων αναλλοίωτων μεγεθών.....	373
Βιβλιογραφία.....		375
Ευρετήριο όρων.....		377

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μέχρι τις αρχές του 19ου αιώνα ο Ηλεκτρισμός και ο Μαγνητισμός θεωρούνταν ως δύο ανεξάρτητες και μη συσχετιζόμενες περιοχές της Φυσικής. Ο Oersted ήταν αυτός που πρώτος παρατήρησε ότι το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο γύρω του. Αμέσως μετά ο Faraday αναζήτησε το αντίστροφο φαινόμενο με το σκεπτικό, ότι, αφού το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο, θα πρέπει και οι μαγνήτες να δημιουργούν ηλεκτρικό ρεύμα. Σκέψη απλή, η οποία όμως αποδείχθηκε ότι δεν ήταν ορθή. Το πρώτο πείραμα που σχεδίασε είχε δύο πηνία μονωμένα μεταξύ τους. Θα περνούσε ρεύμα από το ένα και ανέμενε ότι το δημιουργούμενο σ' αυτό μαγνητικό πεδίο θα προκαλούσε συνεχή ροή ρεύματος στο γειτονικό του δεύτερο πηνίο, όπως ακριβώς συνεχές ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο. Αυτό δεν συνέβη. Δεν παρουσιάστηκε συνεχές ρεύμα. Αυτό όμως το αποτυχημένο εκ πρώτης όψεως πείραμα οδήγησε σε μια ανυπολόγιστης αξίας ανακάλυψη. Ο Faraday παρατήρησε ότι βραχείας διάρκειας ρεύμα εμφανίζονταν στο δεύτερο πηνίο, τόσο κατά την έναρξη της ροής όσο και κατά τη διακοπή του ρεύματος στο πρώτο, μόνο που η φορά του κατά τη διακοπή ήταν αντίστροφη της φοράς κατά την έναρξη. Κατέληξε έτσι στη διαπίστωση ότι από το μαγνητικό πεδίο δημιουργείται ηλεκτρικό ρεύμα, το οποίο όμως δεν είναι ανάλογο της μαγνητικής ροής, όπως αρχικά ανέμενε, αλλά ανάλογο προς το ρυθμό μεταβολής της ροής με τον χρόνο. Αυτός ο νόμος που ανακάλυψε και είναι γνωστός με το όνομά του, αποτελεί το θεμέλιο της Ηλεκτρομαγνητικής Θεωρίας. Παράλληλα, σ' αυτόν τον νόμο στηρίχθηκε όλη η νέα ηλεκτρική Τεχνολογία που άλλαξε την όψη της ζωής πάνω στον πλανήτη.

Ο Faraday δεν ήταν μαθηματικός και δεν χρησιμοποίησε τη μαθηματική γλώσσα, αλλά δούλεψε με τις δυναμικές γραμμές κι αυτό τον βοήθησε στην ανακάλυψη του νόμου της Ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής. Ο σύγχρονός του Gauss ήταν ο πρώτος που διατύπωσε σε μαθηματική γλώσσα τη θεωρία των πεδίων, χρησιμοποίησε τις δυναμικές γραμμές, όρισε τη ροή και κατέληξε στον ομώνυμο νόμο της ηλεκτρικής ροής.

Η μαθηματική όμως διατύπωση όλων των μεθόδων που χρησιμοποιούσαν τα πεδία και τις δυναμικές γραμμές έγινε από τον Maxwell

τριάντα χρόνια αργότερα. Ο Maxwell θεώρησε τα πεδία ηλεκτρικό και μαγνητικό ως θεμελιώδεις οντότητες και συνέδεσε διάφορους νόμους της Ηλεκτροστατικής και της Μαγνητοστατικής με τον νόμο του Faraday και τους εξέφρασε με διαφορική μορφή. Βέβαια οι δυσκολίες που αντιμετώπισε ήταν πολύ μεγάλες. Το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο είναι πολύ πιο πολύπλοκο από το πεδίο βαρύτητας που μελέτησαν οι προγενέστεροί του (Laplace, Poisson κ.ά.) Το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων που αρχικά κατασκεύασε δεν ήταν συνεπές. Για να πετύχει να το κάνει συνεπές και να αναπτύξει μια συνεπή θεωρία, εισήγαγε ένα νέο φυσικό μέγεθος, που μέχρι τότε δεν είχε παρατηρηθεί και το οποίο ονόμασε «ρεύμα μετατόπισης». Με την εισαγωγή του ρεύματος μετατόπισης πέτυχε να εκφράσει τους νόμους του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου με τέσσερες διαφορετικές εξισώσεις, γνωστές ως εξισώσεις Maxwell. Απ' αυτές τις εξισώσεις κατέληξε, αμέσως μετά τη διατύπωσή τους, στην πρόβλεψη ενός νέου φαινομένου, την ύπαρξη του οποίου δύσκολα θα μπορούσε κανείς να υποθέσει έχοντας υπόψη του τους νόμους του Coulomb και του Faraday. Ο Maxwell έδειξε ότι κάθε ηλεκτρομαγνητική διαταραχή, που προκαλείται από ένα φορτισμένο σώμα, δεν μπορεί να παρατηρηθεί αμέσως από ένα άλλο, αλλά διαδίδεται ως κύμα με μια ταχύτητα που θα μπορούσε να προσδιορισθεί πειραματικά. Η ταχύτητα αυτή μέσα στα όρια σφάλματος της μέτρησής της συμφωνεί με την ταχύτητα του φωτός.

Έτσι η θεωρία του Maxwell όχι μόνον κατάφερε να συνδυάσει τα ηλεκτρικά και τα μαγνητικά φαινόμενα και να τα συμπεριλάβει σε τέσσερες διαφορετικές εξισώσεις, αλλά προέβλεψε και την ύπαρξη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, η φύση των οποίων όπως αποδείχθηκε αργότερα είναι ίδια με τη φύση του φωτός. Η θεωρία λοιπόν του Maxwell όχι μόνον αποτέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη ενός μεγάλου τεχνολογικού τομέα, του τομέα των Τηλεπικοινωνιών, αλλά κατάφερε να δώσει λύση και στο πρόβλημα της φύσης του φωτός για το οποίο υπήρχε σκληρή διαμάχη την εποχή εκείνη.

Επίσης η θεωρία αυτή είχε και άλλες συνέπειες. Οδήγησε τον Einstein στη διατύπωση της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας. Είχε παρατηρηθεί (Mickelson - Morley 1887) ότι η ταχύτητα του φωτός, η τιμή της οποίας στο κενό εξαρτάται από τις σταθερές ϵ_0 και μ_0 . $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$, παραμένει αμετάβλητη σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς, δηλαδή η ταχύτητα του φωτός είναι ανεξάρτητη από τη σχετική ταχύτητα πηγής προς παρατηρητή. Αυτό βρισκόταν σε αντίθεση με τα ισχύοντα στη Μηχανική, όπου εφαρμόζονται οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου. Ο Einstein έδειξε ότι για να παραμένει σταθερή η

ταχύτητα του φωτός, πρέπει ο χρόνος να είναι σχετικός και όχι απόλυτος. Το 1905 παρουσίασε τη νέα του θεωρία η οποία στηρίζεται στα εξής δύο αξιώματα:

- α) Όλοι οι φυσικοί νόμοι είναι ίδιοι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα.
- β) Η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι η ίδια για κάθε παρατηρητή ανεξάρτητα από τη σχετική κίνηση της πηγής προς αυτόν.

Με τη θεωρία του αυτή, που είναι γνωστή ως ειδική Θεωρία της Σχετικότητας, κατάφερε να άρει την ασυμφωνία μεταξύ της δυναμικής των Μηχανικών και των Ηλεκτρομαγνητικών συστημάτων.

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Είναι γνωστό από το Στατικό Ηλεκτρισμό ότι τα στάσιμα φορτία δημιουργούν ηλεκτρικό πεδίο. Εάν τα φορτία κινούνται με σταθερή ταχύτητα, εμφανίζεται ένα δεύτερο φαινόμενο, δημιουργείται γύρω τους μαγνητικό πεδίο. Εάν τα φορτία εκτελούν επιταχυνόμενη κίνηση, τότε εμφανίζεται και ένα πρόσθετο φαινόμενο. Τα επιταχυνόμενα φορτία παράγουν ηλεκτρομαγνητικό πεδίο που ακτινοβολείται στον χώρο και μεταφέρει ενέργεια. Επομένως κάθε σύστημα που ακτινοβολεί, όπως μία κεραία, θα πρέπει να έχει επιταχυνόμενα φορτία για να δημιουργείται τέτοιο πεδίο. Δηλαδή ο Μαγνητισμός και ο Ηλεκτρομαγνητισμός μπορούν να θεωρηθούν ειδικές περιπτώσεις του Ηλεκτρισμού. Επειδή η κίνηση είναι σχετική, ένα φυσικό φαινόμενο, καθαρά ηλεκτροστατικό ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων, μπορεί να εμφανισθεί ως ηλεκτρομαγνητικό ως προς ένα άλλο σύστημα συντεταγμένων που κινείται ως προς το πρώτο. Αποδεικνύεται ότι όλα τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία μπορούν να προκύψουν με εφαρμογή του σχετικιστικού μετασχηματισμού του νόμου του Coulomb. Αυτά που αναφέραμε μπορούν να συνοψισθούν ως εξής:

$$\begin{array}{lll}
 v_q = 0 & \mathbf{E} \neq 0 & \mathbf{B} = 0 \\
 v_q \neq 0 & \mathbf{E} \neq 0 & \mathbf{B} \neq 0 \\
 \frac{dv_q}{dt} \neq 0 & \mathbf{E} \neq 0 & \mathbf{B} \neq 0, \text{ ακτινοβολούμενο πεδίο.}
 \end{array}$$

Δηλαδή το μαγνητικό πεδίο συνδέεται πάντα με κινούμενα φορτία.

Θα προχωρήσουμε στη μελέτη των Ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων ξεκινώντας από τις βασικές εξισώσεις που ισχύουν στα στατικά πεδία, Ηλεκτρικό και Μαγνητικό

$$\begin{aligned} \mathbf{V} \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \mathbf{V} \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \mathbf{V} \times \mathbf{E} &= 0 & \mathbf{V} \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} \end{aligned}$$

Η πρώτη εκφράζει τον νόμο του Gauss ενώ η τελευταία τον νόμο του Ampère.

Στην περίπτωση του ηλεκτρικού πεδίου η πυκνότητα των φορτίων ρ , ελεύθερων και μη (δηλ. ελεύθερων φορτίων και φορτίων πόλωσης), είναι η αιτία, ενώ τα μεγέθη ϕ και \mathbf{E} (δυναμικό και ένταση) είναι το αποτέλεσμα. Στην περίπτωση του μαγνητικού πεδίου η πυκνότητα ρεύματος \mathbf{J} , αγωγιμότητας και μη (δηλαδή ρεύματος αγωγιμότητας και μαγνήτισης), είναι η αιτία, ενώ το διανυσματικό δυναμικό \mathbf{A} και η μαγνητική επαγωγή \mathbf{B} το αποτέλεσμα. Οι δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτά τα πεδία υποτίθεται ότι διαδίδονται ή με άπειρη ταχύτητα ή με πεπερασμένη, τέτοια όμως ώστε ο χρόνος διάδοσής τους να είναι μικρός σε σχέση με τον χρόνο που απαιτείται για ν' αποκατασταθεί μια κατάσταση ισορροπίας.

Όταν τα πεδία δεν είναι στατικά αλλά τα μεγέθη που τα χαρακτηρίζουν (όπως για παράδειγμα η πυκνότητα φορτίων ή ρεύματος) μεταβάλλονται κανονικά, διαπιστώνεται πειραματικά ότι οι εξισώσεις που εκφράζουν τις αποκλίσεις των \mathbf{E} και \mathbf{B} μένουν αμετάβλητες, ενώ οι εξισώσεις που εκφράζουν τη στροφή τους, ($\mathbf{V} \times \mathbf{E}$ και $\mathbf{V} \times \mathbf{B}$), μεταβάλλονται. Ο νόμος του Gauss, όπως προκύπτει πειραματικά, έχει γενική ισχύ. Ισχύει όχι μόνον σε στατικά πεδία αλλά ακόμη και όταν οι κατανομές φορτίων και τα πεδία είναι χρονικώς μεταβλητά. Οι εξισώσεις

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{και} \quad \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q(t)}{\epsilon_0}$$

ισχύουν σε κάθε χρονική στιγμή και τα μεγέθη \mathbf{E} , ρ και Q μπορούν να είναι συναρτήσεις του χρόνου.

Τα ίδια ισχύουν για τις εξισώσεις του μαγνητικού πεδίου

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{και} \quad \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

Οι εξισώσεις αυτές ισχύουν και στην περίπτωση που το \mathbf{B} είναι συνάρτηση του χρόνου.

Αντίθετα οι εξισώσεις που εκφράζουν τη στροφή των πεδίων δεν ισχύουν ως έχουν στα χρονικώς μεταβλητά πεδία. Για να βρούμε τη νέα μορφή τους θα ξεκινήσουμε από τον νόμο του Faraday της επαγωγής.

Στις επομένως παραγράφους θα μελετήσουμε τους νόμους που διέπουν χρονικά μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία.

1.2. ΝΟΜΟΣ FARADAY - ΕΠΑΓΟΜΕΝΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

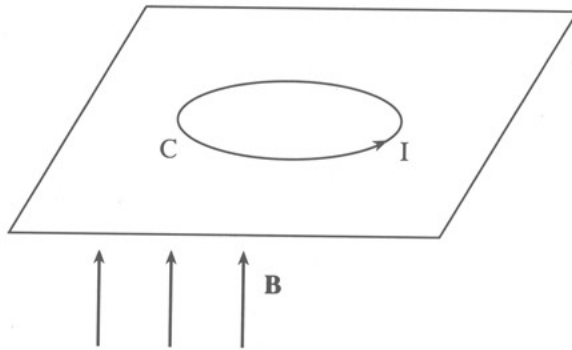
Το ηλεκτρικό πεδίο, όπως είναι γνωστό, είναι ένα συντηρούμενο πεδίο. Σ' αυτό ισχύει η σχέση

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

δηλαδή το έργο των ηλεκτροστατικών δυνάμεων κατά τη μετακίνηση φορτίου σε κλειστή τροχιά είναι πάντα μηδέν. Η εξίσωση όμως αυτή δεν εφαρμόζεται εάν μέσα από μια επιφάνεια, η οποία έχει τα πέρατά της στην καμπύλη της τροχιάς, περνά μαγνητική ροή χρονικά μεταβλητή. Στην περίπτωση αυτή ισχύει ο νόμος του **Faraday**.

Το 1831 ο Michael Faraday στο Λονδίνο και ο Joseph Henry στο Albany των ΗΠΑ -εργαζόμενοι ανεξάρτητα- ανακάλυψαν ότι είναι δυνατόν το μαγνητικό πεδίο να παραγάγει ηλεκτρικό πεδίο σ' ένα κλειστό κύκλωμα, υπό την προϋπόθεση ότι η ροή του μαγνητικού πεδίου, που διέρχεται από το κλειστό κύκλωμα, μεταβάλλεται χρονικά.

Θεωρούμε για παράδειγμα μια επίπεδη επιφάνεια S που περιορίζεται από την καμπύλη C και υποθέτουμε ότι η καμπύλη αυτή βρίσκεται



Σχήμα 1.1. Επίπεδη καμπύλη C μέσα σε μαγνητικό πεδίο επαγωγής \mathbf{B} .

σε μια περιοχή, όπου υπάρχει μαγνητικό πεδίο επαγωγής \mathbf{B} (σχήμα 1.1) της οποίας το μέτρο ελαττώνεται με τον χρόνο. Τότε την κλειστή καμπύλη C διαρέει ρεύμα που έχει τη φορά που φαίνεται στο σχήμα 1.1. Όταν η μαγνητική επαγωγή \mathbf{B} έχει την ίδια φορά όπως και προηγουμένως, αλλά το μέτρο της αυξάνει, τότε το ρεύμα έχει αντίθετη φορά από αυτή που σημειώνεται στο σχήμα 1.1. Δηλαδή όταν η μαγνητική επαγωγή ελαττώνεται κατά μέτρο, το ρεύμα, που επάγεται στο κλειστό κύκλωμα C , έχει τέτοια φορά ώστε να αυξάνει τη μαγνητική επαγωγή \mathbf{B} , ενώ για

αυξανόμενη \mathbf{B} συμβαίνει το αντίθετο. Γενικά ισχύει ο νόμος του Lenz ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

Το επαγόμενο ρεύμα στο κύκλωμα έχει τέτοια φορά πάντοτε, ώστε να παράγεται ροή που ν' αντιτίθεται στη μεταβολή της \mathbf{B} .

Ο νόμος του Faraday, που είναι γνωστός και σαν νόμος της ροής, διατυπώνεται ως εξής: η ηλεκτρεγερτική δύναμη, ή το δυναμικό που επάγεται κατά μήκος της κλειστής καμπύλης C , δίνεται από τη σχέση

$$\mathcal{E} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-1)$$

όπου $\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ είναι η συνολική ροή της μαγνητικής επαγωγής που περνά από την επιφάνεια S σε Wb και \mathcal{E} η συνολική ηλεκτρεγερτική δύναμη σε Volts, η οποία έχει τις ίδιες διαστάσεις με το αριθμητικό δυναμικό και μετρείται επίσης σε Volts, είναι όμως ένα μη συντηρούμενο δυναμικό*. Πράγματι το αριθμητικό δυναμικό ϕ είναι μονοσήμαντα ορισμένο για κάθε θέση. Η τιμή του σε κάποιο σημείο P ορίζεται ως προς κάποιο σημείο αναφοράς P' (π.χ. το άπειρο ή τη γη). Η τιμή αυτή δίνεται από το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$\phi_P = - \int_{P'}^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Η τιμή της ϕ δεν εξαρτάται από τη διαδρομή μεταξύ των σημείων P και P' , κατά την ολοκλήρωση της \mathbf{E} . Αντίθετα η \mathcal{E} δεν είναι μονότιμη συνάρτηση της θέσης. Δηλαδή η \mathcal{E} μεταξύ δύο σημείων A και B , που δίνεται από τη σχέση

$$\mathcal{E} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l},$$

εξαρτάται από τη διαδρομή μεταξύ των σημείων A και B κατά την ολοκλήρωση της \mathbf{E} .

Το αρνητικό πρόσημο που εμφανίζεται στη σχέση (1-1) σημαίνει, όπως και προηγουμένως αναφέρθηκε, ότι η φορά της ηλεκτρεγερτικής δύναμης που οφείλεται σε αύξηση της Φ είναι τέτοια, ώστε να προκαλεί

* Ως ηλεκτρεγερτική δύναμη ορίζεται το έργο που εκτελεί η μονάδα φορτίου όταν κατά τη μετακίνησή της διαγράφει το πλήρες κύκλωμα. Ο όρος διαφορά δυναμικού πρέπει να περιορίζεται στο ηλεκτροστατικό πεδίο ή σε κλάδους του κυκλώματος που δεν περιέχουν πηγή. Στον κλάδο όπου υπάρχει πηγή χρησιμοποιούμε τον όρο ηλεκτρεγερτική δύναμη.