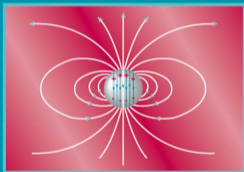


Ε. Παπαδημητράκη - Χλίχλια  
Ι. Α. Τσουκαλάς

# ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ



ΤΡΙΤΗ ΕΚΔΟΣΗ

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ο «Ηλεκτρισμός» αποτελεί νέα και συμπληρωμένη έκδοση των συγγραμμάτων «Ηλεκτρισμός» και «Ηλεκτρομαγνητισμός» της πρώτης των συγγραφέων Ε. Παπαδημητράκη-Χλίχλια, που για δεκαπέντε περίπου χρόνια ήταν σε χρήση των φοιτητών του τμήματος Φυσικής της Σχολής Θετικών Επιστημών του Α.Π.Θ. Η έκδοση αυτή περιορίζεται στο πρώτο μόνον τμήμα του «Ηλεκτρομαγνητισμού», δηλαδή τα χρονικά αμετάβλητα πεδία ηλεκτρικό και μαγνητικό, με σύντομη μόνον αναφορά στο φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής το οποίο αναπτύσσεται στο τελευταίο κεφάλαιο. Στο βιβλίο «Ηλεκτρομαγνητισμός», του οποίου η έκδοση ακολουθεί, θα περιληφθούν τα φαινόμενα που έχουν σχέση με τα αντίστοιχα χρονικά μεταβαλλόμενα πεδία.

Ο χωρισμός αυτός της ύλης κρίθηκε απαραίτητος όχι μόνο από την ανάγκη αντιστοίχισης των διδακτικών συγγραμμάτων στο «εν λειτουργία» πρόγραμμα του τμήματος Φυσικής, αλλά και από την ανάγκη μεγαλύτερης ανάπτυξης του γνωστικού αντικειμένου σύμφωνα και προς την άνοδο του μαθηματικού κυρίως υπόβαθρου των φοιτητών. Έτσι ενώ ακολουθείται πρακτικά η ίδια ανάπτυξη των φυσικών ιδεών του Ηλεκτρισμού, όπως αυτή του συγγράμματος «Ηλεκτρομαγνητισμός» της έκδοσης 1980, ουσιώδεις τροποποιήσεις έγιναν στη μαθηματική θεμελίωση των ιδεών αυτών.

Θεωρήθηκε χρήσιμο να προστεθούν λυμένα παραδείγματα υπολογισμών των μελετουμένων φυσικών μεγεθών για την καλύτερη κατανόηση της θεωρίας, όπως επίσης να προστεθούν παραρτήματα στο τέλος του βιβλίου που αναφέρονται στις μετατροπές μονάδων και πίνακες παγκόσμιων σταθερών.

Περιτό να τονισθεί ότι πρωτεύοντα ρόλο σχετικά με τη διάρθρωση του μαθήματος και το επίπεδο και τη διαμόρφωση του βιβλίου έπαιξε η εμπειρία πολλών ετών διδασκαλίας και η συνεργασία διδασκόντων και φοιτητών.

Θεωρούμε υποχρέωσή μας να ευχαριστήσουμε τον Λέκτορα κ. Στέλιο Χατζηθασιλείου για την ανιδιοτελή και πρόθυμη βοήθειά του για

την καλύτερη παρουσίαση του βιβλίου και τον Παρασκευαστή του Γ' Εργαστηρίου Φυσικής κ. Χρήστο Κολτσάκη για προσεκτική δακτυλογράφηση μέρους του κειμένου του βιβλίου.

Οι συγγραφείς ελπίζουν ότι το βιβλίο αυτό θα αποτελέσει ένα χρήσιμο βοήθημα για τους φοιτητές και την επιστημονική κοινότητα γενικά.

Θεσσαλονίκη 1987

Ε. Παπαδημητράκη-Χλίχλια  
Ι. Τσουκαλάς

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

Στη δεύτερη αυτή έκδοση του βιβλίου «Ηλεκτρισμός» η δομή του δεν έχει αλλάξει. Έγιναν όμως βελτιώσεις στην ανάπτυξη ορισμένων θεμάτων, διορθώθηκαν ή αντικαταστάθηκαν σχήματα, προστέθηκαν νέα και το σημαντικότερο συμπληρώθηκαν πολλές παράγραφοι με παραδείγματα για την καλύτερη κατανόηση του κειμένου.

Θεσσαλονίκη, 1990

Ε. Παπαδημητράκη-Χλίχλια  
Ι. Τσουκαλάς

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΤΡΙΤΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

Η δομή του βιβλίου συνεχίζει και στην τρίτη έκδοση να είναι η ίδια. Έγιναν ορισμένες διορθώσεις, πολλές συμπληρώσεις στο κείμενο, προστέθηκαν ορισμένες νέες παράγραφοι.

Θεσσαλονίκη, Ιανουάριος 1994

Οι συγγραφείς

# Περιεχόμενα

Εισαγωγή .....	13
----------------	----

## 1. Μαθηματική Εισαγωγή

1.1. Η έννοια του χώρου .....	17
1.2. Αριθμητικά και διανυσματικά μεγέθη στον τριδιάστατο χώρο .....	18
1.2.1. Αριθμητικά μεγέθη.....	18
1.2.2. Διανυσματικά μεγέθη.....	18
1.3. Πράξεις μεταξύ των διανυσμάτων.....	19
1.3.1. Αριθμητικό ή εσωτερικό γινόμενο .....	19
1.3.2. Διανυσματικό ή εξωτερικό γινόμενο .....	19
1.3.3. Μικτό γινόμενο .....	19
1.3.4. Δις εξωτερικό γινόμενο .....	20
1.4. Αριθμητικά και διανυσματικά πεδία .....	20
1.4.1. Ορισμός πεδίου.....	20
1.4.2. Δυναμικές γραμμές και σταθμικές επιφάνειες.....	21
1.5. Διαφορικοί τελεστές και διανυσματικά ολοκληρώματα.....	21
1.5.1. Κλίση αριθμητικού πεδίου .....	21
1.5.2. Ροή διανυσματικού πεδίου.....	26
1.5.3. Απόκλιση διανυσματικού πεδίου.....	27
1.5.4. Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα. Κυκλοφορία διανύσματος.....	30
1.5.5. Στροφή μιας διανυσματικής συνάρτησης.....	33
1.5.6. Τελεστής Nabla ή ανάδελτα .....	39
1.5.7. Τελεστής του Laplace .....	40
1.6. Έκφραση των διαφορικών τελεστών σε κυλινδρικές συντεταγμένες.....	43
1.7. Έκφραση των διαφορικών τελεστών σε σφαιρικές συντεταγμένες .....	44
1.8. Μετασχηματισμοί ολοκληρωμάτων .....	46
1.9. Διανυσματικές ταυτότητες .....	47
1.10. Η συνάρτηση $f(r) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ .....	48

## 2. Ηλεκτροστατικό πεδίο

2.1. Ο νόμος του Coulomb .....	49
2.2. Ορισμός της μονάδας του ηλεκτροστατικού φορτίου .....	51
2.3. Διανυσματική έκφραση του νόμου του Coulomb .....	53
2.4. Ηλεκτρικό πεδίο.....	56
2.5. Ένταση ηλεκτροστατικού πεδίου .....	56
2.6. Νόμος του Gauss.....	62

2.7.	Εφαρμογές του νόμου του Gauss .....	66
2.7.1.	Πεδίο ηλεκτρικών φορτίων με σφαιρική κατανομή.....	66
2.7.2.	Ηλεκτρικό πεδίο φορτίων που έχουν ομοιόμορφη γραμμική κατανομή.....	69
2.7.3.	Πεδίο ηλεκτρικών φορτίων με κυλινδρική κατανομή.....	70
2.7.4.	Πεδίο ηλεκτρικών φορτίων που είναι κατανεμημένα ομοιόμορφα σε επίπεδο με απεριόριστες διαστάσεις.....	72
2.7.5.	Σχέση μεταξύ του νόμου του Gauss και του νόμου του Coulomb.....	73
2.8.	Πεδίο μιας φορτισμένης σφαιρικής επιφάνειας. Επιβεβαίωση του νόμου του Coulomb .....	73
2.9.	Δυναμικό ηλεκτροστατικού πεδίου.....	75
2.9.1.	Στροφή της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου. Ορισμός της συνάρτησης του δυναμικού .....	75
2.9.2.	Έργο των ηλεκτρικών δυνάμεων .....	76
2.10.	Ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές και σωλήνες ροής.....	83
2.11.	Ισοδυναμικές επιφάνειες .....	91
2.12.	Εξίσωση του Poisson. Εξίσωση του Laplace .....	94
2.13.	Ιδιότητες του ηλεκτροστατικού πεδίου.....	96
2.14.	Ηλεκτρικό δίπολο.....	98
2.15.	Πεδίο τυχαίας κατανομής φορτίου.....	102
2.16.	Συμπεριφορά διπόλου μέσα σε ηλεκτροστατικό πεδίο .....	107

### 3. Αγωγοί του ηλεκτρισμού

3.1.	Αγωγοί του ηλεκτρισμού .....	114
3.2.	Η αγωγιμότητα των μετάλλων κατά την κβαντική θεωρία.....	115
3.3.	Πεδίο στο εσωτερικό αγωγού που βρίσκεται σε ηλεκτροστατική ισορροπία .....	120
3.4.	Ηλεκτρικό πεδίο μέσα σε κοιλότητα αγωγού.....	121
3.5.	Πεδίο κοντά στην επιφάνεια φορτισμένου αγωγού.....	123
3.6.	Οριακές συνθήκες της $E$ σε φορτισμένη επιφάνεια.....	124
3.7.	Ηλεκτροστατική πίεση.....	127
3.8.	Χωρητικότητα αγωγού.....	128
3.9.	Παραδείγματα υπολογισμού της χωρητικότητας αγωγών .....	130
3.9.1.	Υπολογισμός χωρητικότητας σφαιρικού αγωγού.....	130
3.9.2.	Υπολογισμός χωρητικότητας κυλινδρικού αγωγού .....	131
3.10.	Ηλεκτροστατική επίδραση .....	132
3.10.1.	Θεώρημα των αντίστοιχων στοιχείων επιφάνειας αγωγών .....	132
3.10.2.	Ηλεκτροστατική επίδραση.....	133
3.10.3.	Ολική και μερική ηλεκτροστατική επίδραση .....	135
3.10.4.	Ηλεκτροστατικό διάφραγμα.....	136
3.11.	Προβλήματα ηλεκτροστατικής ισορροπίας αγωγών.....	137
3.12.	Θεώρημα της Επαλληλίας. Θεώρημα της ύπαρξης μιας μοναδικής λύσης.....	139
3.12.1.	Το θεώρημα της επαλληλίας.....	139
3.12.2.	Το θεώρημα της ύπαρξης μιας μοναδικής λύσης .....	139
3.13.	Ειδικές περιπτώσεις ηλεκτροστατικής ισορροπίας αγωγών. Μέθοδος των εικόνων.....	141
3.13.1.	Σημειακό φορτίο κοντά σε προσγειωμένο αγώγιμο επίπεδο .....	142

3.13.2.	Σημειακό φορτίο κοντά σε προσγειωμένο σφαιρικό αγωγό.....	146
3.13.3.	Σημειακό φορτίο κοντά σε μονωμένη αγώγιμη σφαίρα.....	149
3.13.4.	Αγώγιμη μονωμένη σφαίρα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.....	151
3.14.	Δυνάμεις που ασκούνται από φορτία πάνω σε αγωγούς.....	152
3.15.	Τρόποι ολοκλήρωσης της εξίσωσης Laplace.....	153
3.15.1.	Λύσεις της εξίσωσης Laplace σε ορθογώνιες συντεταγμένες. Τετρά- νες λύσεις.....	154
3.15.2.	Λύσεις της εξίσωσης Laplace σε ορθογώνιες συντεταγμένες. Γενικές λύσεις.....	157
3.15.3.	Λύσεις της εξίσωσης Laplace σε κυλινδρικές συντεταγμένες.....	159
3.15.4.	Λύσεις της εξίσωσης Laplace σε σφαιρικές συντεταγμένες. Τετράμενες και γενικές λύσεις.....	164
3.16.	Πυκνωτές.....	177
3.16.1.	Επίπεδος πυκνωτής.....	177
3.16.2.	Σφαιρικός πυκνωτής.....	179
3.16.3.	Κυλινδρικός πυκνωτής.....	180
3.16.4.	Μονάδες χωρητικότητας.....	180
3.17.	Σύστημα αγωγών. Χωρητικότητα και συντελεστές επίδρασης.....	181
3.17.1.	Ορισμοί.....	181
3.17.2.	Θεώρημα της αμοιβαιότητας.....	183
3.17.3.	Εφαρμογή του Θεωρήματος της αμοιβαιότητας.....	185

#### 4. Ηλεκτροστατική ενέργεια

4.1.	Ενέργεια του συστήματος σημειακών φορτίων στον κενό χώρο.....	188
4.2.	Ενέργεια ηλεκτροστατικού πεδίου.....	194
4.3.	Ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή.....	197
4.4.	Ενέργεια απομονωμένου σημειακού φορτίου.....	202
4.5.	Δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή.....	203
4.6.	Δυνάμεις που ασκεί το ηλεκτρικό πεδίο σε φορτισμένα σώματα.....	208

#### 5. Διηλεκτρικά

5.1.	Χαρακτηριστικά μεγέθη των διηλεκτρικών.....	210
5.1.1.	Διηλεκτρική σταθερά.....	210
5.1.2.	Πόλωση διηλεκτρικού. Διάνυσμα πόλωσης.....	210
5.1.3.	Σχέση ανάμεσα στο διάνυσμα πόλωσης και την πυκνότητα των φορ- τίων της πόλωσης.....	212
5.1.4.	Επίπεδος πυκνωτής με διηλεκτρικό υλικό ανάμεσα στους οπλισμούς του.....	215
5.2.	Γενίκευση των νόμων του ηλεκτροστατικού πεδίου.....	220
5.2.1.	Το ηλεκτρικό πεδίο σε χώρο όπου υπάρχει διηλεκτρικό.....	220
5.2.2.	Ηλεκτρική μετατόπιση.....	222
5.3.	Πεδίο που δημιουργείται από πολωμένο διηλεκτρικό.....	227
5.4.	Συνθήκες στην επιφάνεια διαχωρισμού δύο διηλεκτρικών.....	238

## 6. Μικροσκοπική θεωρία πόλωσης των διηλεκτρικών

6.1.	Μικροσκοπική ερμηνεία του φαινομένου της πόλωσης των διηλεκτρικών .....	241
6.1.1.	Πόλωση από μετατόπιση ή ηλεκτρονική πόλωση.....	241
6.1.2.	Πόλωση από προσανατολισμό.....	245
6.2.	Ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μέσα σε κοιλότητα διηλεκτρικού.....	251
6.2.1.	Ένταση του πεδίου μέσα σε πρισματική κοιλότητα.....	251
6.2.2.	Ένταση του πεδίου μέσα σε σφαιρική κοιλότητα.....	253
6.3.	Στερεά διηλεκτρικά.....	257
6.3.1.	Διηλεκτρική υστέρηση.....	257
6.3.2.	Σιδηροηλεκτρισμός.....	258
6.3.3.	Πιεζοηλεκτρισμός .....	260
6.4.	Μονωτική ικανότητα ή διηλεκτρική αντοχή .....	261
6.5.	Διηλεκτρικές απώλειες. Γωνία απωλειών.....	262

## 7. Συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα

7.1.	Ηλεκτρικό ρεύμα. Ορισμοί.....	263
7.2.	Ένταση και πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος.....	265
7.3.	Ιδιότητες της πυκνότητας του ρεύματος.....	268
7.4.	Ηλεκτρική αντίσταση και ηλεκτρική αγωγιμότητα.....	271
7.4.1.	Ηλεκτρική αγωγιμότητα των μεταλικών αγωγών .....	271
7.4.2.	Ο νόμος του Ohm.....	274
7.5.	Σύνδεση αντιστάσεων .....	275
7.6.	Θερμότητα Joule .....	278
7.7.	Η δράση των πηγών του ηλεκτρικού ρεύματος.....	279
7.7.1.	Ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής.....	279
7.7.2.	Ηλεκτρική πηγή σε κλειστό ηλεκτρικό κύκλωμα.....	280
7.8.	Εξισώσεις του J σε συνεχή ρεύματα.....	282
7.8.1.	Οριακές συνθήκες του J.....	284
7.8.2.	Αναλογία μεταξύ ηλεκτρικής αντίστασης και χωρητικότητας.....	285
7.8.3.	Οριακές συνθήκες στην επιφάνεια διαχωρισμού, αγωγού και διηλεκτρικού όταν ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα .....	287
7.8.4.	Αποκατάσταση συνεχούς ρεύματος.....	288

## 8. Μαγνητικό πεδίο

8.1.	Ηλεκτρικό ρεύμα και μαγνητικό πεδίο.....	290
8.2.	Μαγνητική επαγωγή.....	291
8.3.	Μαγνητικές δυνάμεις που ασκούνται σε ρεύμα .....	292
8.4.	Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων με την επίδραση εξωτερικών πεδίων.....	293
8.4.1.	Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε στατικό ηλεκτρικό πεδίο .....	294
8.4.2.	Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μόνο με την επίδραση μαγνητοστατικού πεδίου.....	295
8.4.3.	Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε πεδία ηλεκτρικό και μαγνητικό τα οποία δρουν ταυτόχρονα .....	297

8.5.	Δυνάμεις μεταξύ ρευμάτων .....	297
8.5.1.	Δυνάμεις μεταξύ ευθυγράμμων παραλλήλων ρευμάτων.....	299
8.6.	Νόμος των Biot-Savart .....	301
8.7.	Εφαρμογές του νόμου των Biot - Savart.....	303
8.7.1.	Υπολογισμός της μαγνητικής επαγωγής του πεδίου ευθύγραμμου ρεύματος .....	303
8.7.2.	Υπολογισμός της μαγνητικής επαγωγής πεδίου κυκλικού ρεύματος.....	304
8.7.3.	Υπολογισμός της μαγνητικής επαγωγής του πεδίου σωληνοειδούς .....	306
8.8.	Νόμος του Ampère.....	309
8.9.	Εφαρμογές του νόμου του Ampère .....	315
8.9.1.	Υπολογισμός της μαγνητικής επαγωγής αγωγού που διαρρέεται από ρεύμα.....	315
8.9.2.	Υπολογισμός της μαγνητικής επαγωγής κυκλικού σωληνοειδούς.....	317
8.9.3.	Υπολογισμός της μαγνητικής επαγωγής μακρού σωληνοειδούς.....	319
8.10.	Διανυσματικό δυναμικό.....	320
8.10.1.	Ορισμός του διανυσματικού δυναμικού.....	320
8.10.2.	Σχέση μεταξύ του διανυσματικού δυναμικού και της πυκνότητας του ρεύματος .....	324
8.10.3.	Σχέση διανυσματικού δυναμικού και έντασης ρεύματος.....	326
8.10.4.	Οριακές συνθήκες του διανυσματικού δυναμικού.....	328
8.11.	Μαγνητικό δίπολο.....	333
8.12.	Έργο των μαγνητικών δυνάμεων κατά τη μετατόπιση ρεύματος σε μαγνητικό πέδιο .....	338
8.12.1.	Κανόνας της μέγιστης ροής.....	340
8.12.2.	Ορισμός της μονάδας της μαγνητικής ροής .....	340
8.13.	Δυνάμεις που ενεργούν πάνω σ' ένα μαγνητικό δίπολο .....	341
8.14.	Ενέργεια συνεχών ρευμάτων.....	343

## 9. Η ύλη μέσα σε μαγνητικό πεδίο

9.1.	Η συμπεριφορά της ύλης μέσα στο μαγνητικό πεδίο .....	346
9.2.	Υπόθεση εσωτερικών κλειστών ρευμάτων. Μοριακά μαγνητικά δίπολα .....	347
9.3.	Μαγνήτιση και μαγνητικό πεδίο μαγνητισμένου υλικού.....	348
9.4.	Μαγνητικό πεδίο μέσα στην ύλη. Εσωτερικά ρεύματα.....	349
9.5.	Υπολογισμός των ισοδυνάμων ρευμάτων μαγνητισμένης ράβδου .....	355
9.6.	Ένταση μαγνητικού πεδίου .....	355
9.7.	Αριθμητικό μαγνητικό δυναμικό μαγνητισμένου υλικού. Πρότυπο μαγνητι- κών φαινομένων.....	358
9.8.	Γραμμικά ομοιογενή και ισότροπα μαγνητικά υλικά.....	362
9.9.	Επίλυση των εξισώσεων Laplace και Poisson στην περίπτωση των μαγνητι- κών υλικών. Οριακές συνθήκες .....	364
9.10.	Υπολογισμός της μαγνητικής επαγωγής και της έντασης του μαγνητικού πε- δίου μαγνητισμένης σφαίρας.....	369
9.11.	Σύγκριση των δύο προτύπων: Ρευμάτων Ampère και μαγνητικών πόλων.....	371
9.12.	Διαμαγνητισμός και Παραμαγνητισμός.....	379
9.12.1.	Διαμαγνητικά υλικά .....	379



9.12.2. Παραμαγνητικά υλικά .....	380
9.12.3. Επίδρασης θερμοκρασίας.....	380

## 10. Ηλεκτρονική θεωρία της μαγνήτισης

10.1. Στοιχειώδεις μαγνητικές ροπές.....	381
10.1.1. Μαγνητική ροπή ηλεκτρονικής τροχιάς .....	381
10.1.2. Επίδραση του μαγνητικού πεδίου στην ηλεκτρονική τροχιά. Μεταπτωτική κίνηση Larmor .....	382
10.1.3. Μαγνητική ροπή της περιστροφής των ηλεκτρονίων (Spin).....	383
10.2. Θεωρία του διαμαγνητισμού.....	384
10.3. Θεωρία του Langevin για τον παραμαγνητισμό .....	386
10.3.1. Μαγνητικές ροπές ατόμων και μορίων .....	386
10.3.2. Προσανατολισμός των μοριακών μαγνητικών ροπών.....	387
10.3.3. Παραμαγνητική επιδεικτικότητα.....	388
10.4. Κβαντική θεωρία του παραμαγνητισμού.....	390
10.5. Επίτευξη χαμηλών θερμοκρασιών με αδιαβατική απομαγνήτιση.....	393

## 11. Σιδηρομαγνητισμός

11.1. Σιδηρομαγνητικά υλικά .....	396
11.1.1. Γενικές ιδιότητες .....	396
11.1.2. Καμπύλες μαγνήτισης των σιδηρομαγνητικών υλικών.....	397
11.1.3. Υστέρηση.....	398
11.1.4. Έκλυση θερμότητας κατά το φαινόμενο της υστέρησης .....	400
11.2. Θεωρία του Weiss για τον σιδηρομαγνητισμό.....	401
11.2.1. Εσωτερικό πεδίο .....	401
11.2.2. Περιοχές Weiss .....	402
11.2.3. Εξήγηση της αυτόματης μαγνήτισης με το εσωτερικό πεδίο.....	404
11.3. Εφαρμογές σιδηρομαγνητικών υλικών .....	407
11.4. Αντισιδηρομαγνητισμός - Σιδηρομαγνητισμός.....	408

## 12. Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

12.1. Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή.....	413
12.1.1. Ιστορικό.....	413
12.1.2. Ορισμός του φαινομένου.....	414
12.2. Νόμοι της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής.....	415
12.2.1. Νόμος του Faraday .....	415
12.2.2. Σχέση των Maxwell - Faraday .....	415
12.2.3. Ηλεκτρικό πεδίο επαγόμενο ηλεκτρομαγνητικά.....	416
12.3. Αμοιβαία επαγωγή.....	417
12.3.1. Συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής.....	417
12.3.2. Ηλεκτρεγερτική δύναμη αμοιβαίας επαγωγής.....	420

12.4. Αυτεπαγωγή.....	420
12.4.1. Συντελεστής αυτεπαγωγής.....	420
12.4.2. Σχέση μεταξύ του συντελεστή αυτεπαγωγής και της μηχανικής αδρά- νειας.....	422
12.4.3. Αποκατάσταση ρεύματος σε κύκλωμα με αυτεπαγωγή.....	423
12.4.4. Διακοπή ρεύματος σε κύκλωμα με αυτεπαγωγή.....	424
12.5. Αμοιβαία επίδραση δύο κυκλωμάτων με κοινή αυτεπαγωγή.....	426
12.6. Σχέση μεταξύ των συντελεστών αυτεπαγωγής και αμοιβαίας επαγωγής δύο κυκλωμάτων.....	427
12.7. Μαγνητική ενέργεια συστήματος ρευμάτων.....	429
12.8. Υπολογισμός της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου.....	430
12.9. Φόρτιση και εκφόρτιση πυκνωτή σε σειρά με αντίσταση.....	432
12.9.1. Φόρτιση πυκνωτή.....	432
12.9.2. Εκφόρτιση πυκνωτή.....	434

## Παράρτημα I

A. Ανάπτυξη σειράς $f(x)$ σε σειρά Taylor και σε σειρά Mac-Laurin.....	437
B. Εύρεση των εξισώσεων της τροχιάς φορτισμένου σωματιδίου που κινείται μέσα σε πεδία.....	438

## Παράρτημα II

A. Θεμελιώδεις σταθερές.....	443
B. Μονάδες: καθορισμός των τιμών τους.....	444
Γ. Φυσικές διαστάσεις μεγεθών στο διάστημα MSKA.....	445
Δ. Μετατροπή εξισώσεων από το σύστημα MSKA στο CGS.....	447
E. Μονάδες μέτρησης των φυσικών μεγεθών στα διάφορα συστήματα μονάδων .....	448
ΣΤ. Μονάδες στο σύστημα SI και τα σύμβολά τους.....	450
Z. Αντιστοιχία των τύπων της ηλεκτροστατικής και της μαγνητοστατικής.....	451
Βιβλιογραφία.....	453
Ευρετήριο όρων.....	455

# ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο ηλεκτρισμός και ο μαγνητισμός αποτελούν σήμερα ένα βασικό κλάδο της Φυσικής και πολύ σημαντικό για την τεχνολογία. Η εξέλιξη της γνώσης μας στον κλάδο αυτό ακολούθησε στα πρώτα στάδια πολύ βραδύ ρυθμό, αφού από τον έκτο π.Χ. αιώνα, που αναφέρονται οι πρώτες παρατηρήσεις για τις ιδιότητες του ήλεκτρου και του μαγνητίτη, πέρασαν πολλοί αιώνες χωρίς να σημειωθεί καμιά σχεδόν πρόοδος. Λόγος γίνεται και πάλι πολύ μεταγενέστερα, το 1600 μ.Χ., από τον Gilbert, ο οποίος αναφέρει ότι και άλλα υλικά έχουν την ίδια ιδιότητα με το ήλεκτρο, να έλκουν ελαφρά σώματα όταν τρίβονται. Ο ίδιος επίσης θεμελιώνει σε πειραματική βάση το μαγνητισμό και κάνει διάκριση μεταξύ ηλεκτρικών και μαγνητικών φαινομένων. Οι παρατηρήσεις του Du Fay (1733), ότι η ηλεκτρίση της ύλης εκδηλώνεται με την έλξη και την άπωση, και ειδικότερα οι εργασίες του Franklin (1747), ο οποίος διέκρινε τα δύο είδη ηλεκτρισμού, που αυθαίρετα ονόμασε θετικό και αρνητικό, οδήγησαν στη διαπίστωση της ύπαρξης ενός νέου φυσικού μεγέθους, του ηλεκτρικού φορτίου.

Η αναγνώριση όμως της μεγάλης σημασίας των ηλεκτρικών δυνάμεων στο ρόλο τους να καθορίζουν πάνω απ' όλα τις χημικές και φυσικές ιδιότητες της ύλης, από την πιο απλή μορφή της μέχρι την πιο σύνθετη, το ζωντανό κύτταρο, είναι αποτέλεσμα των μεγάλων ανακαλύψεων που έγιναν κατά την περίοδο από το 1750 μέχρι και τις αρχές του 20ου αιώνα. Οι εργασίες των Ampère, Faraday, Maxwell, που οδήγησαν στην αναγνώριση της φύσης του ηλεκτρομαγνητισμού, καθώς και των ερευνητών, φυσικών και χημικών, του 20ου αιώνα, που τα ονοματά τους συνδέονται με την ανακάλυψη της ατομικής δομής της ύλης, συνέβαλαν στη διαμόρφωση των σημερινών μας αντιλήψεων για τη σύνδεση των ηλεκτρικών φορτίων με τη μάζα και τη συσχέτιση των ηλεκτρικών και των μαγνητικών φαινομένων.

Το σύνολο των φαινομένων που έχουν σχέση με τα ηλεκτρικά φορτία, είτε αυτά είναι ακίνητα είτε βρίσκονται σε κίνηση, αποτελεί το αντικείμενο μελέτης του κλασσικού ηλεκτρισμού.

Σύμφωνα με τις σημερινές μας γνώσεις, τα άτομα της ύλης αποτελούνται από πυρήνα θετικά φορτισμένο και ηλεκτρόνια αρνητικά φορτισμένα. Τα πρωτόνια, τα φορτισμένα σωματίδια του πυρήνα, και τα ηλεκτρόνια, παρ' όλο ότι είναι τόσο ανόμοια σωματίδια, έχουν ίσο κατ' απόλυτη τιμή φορτίο. Όταν το άτομο βρίσκεται σε κανονική κατάσταση είναι ηλεκτρικά ουδέτερο, δηλαδή περιέχει ίσα θετικά και αρνητικά φορτία. Υπάρχει η γνώμη ότι και ολόκληρο το σύμπαν περιέχει ίση ποσότητα θετικών και αρνητικών φορτίων.

Όλα τα ηλεκτρικά φαινόμενα που παρατηρούνται μακροσκοπικά στη φύση οφείλονται στο γεγονός ότι τα ηλεκτρόνια των ατόμων μπορούν, κάτω από όρισμένες συνθήκες, να απομακρύνονται από τα άτομα και να εμφανίζονται έτσι χωριστά θετικά και αρνητικά φορτία.

Το ηλεκτρικό φορτίο χαρακτηρίζεται και από δυο άλλες βασικές ιδιότητες, τη διατήρηση και τη κβάντωση. Σύμφωνα με την αρχή της διατήρησης, το ολικό φορτίο, το άθροισμα δηλαδή θετικών και αρνητικών φορτίων, ενός κλειστού συστήματος παραμένει σταθερό. Πάνω στην αρχή αυτή στηρίχθηκε η ηλεκτρομαγνητική θεωρία. Σύμφωνα με τη δεύτερη ιδιότητα, τη κβάντωση, το ηλεκτρικό φορτίο εμφανίζεται πάντα σαν ακέραιο πολλαπλάσιο μιας στοιχειώδους ποσότητας, η οποία είναι ίση με το φορτίο του ηλεκτρονίου.

Τα δύο μεγάλα επιτεύγματα του 20ου αιώνα, η θεωρία της σχετικότητας και η θεωρία των κβάντα, που έφεραν επανάσταση στη Φυσική, δεν επηρέασαν σχεδόν καθόλου τον κλασσικό ηλεκτρισμό και δεν χρειάστηκε να γίνει καμιά αναθεώρηση ή τροποποίηση των μέχρι τότε γνώσεών μας. Ο ρόλος της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας περιορίζεται στο ότι, γιαυτήν, η ύπαρξη του μαγνητικού πεδίου δεν είναι τίποτε άλλο παρά ένας όρος μετασχηματισμού του ηλεκτρικού πεδίου για κινούμενο παρατηρητή. Η κβαντομηχανική, από την άλλη μεριά, δεν επηρεάζει καθόλου το μεγάλο πλήθος των ηλεκτρικών φαινομένων, γιατί η κβάντωση γίνεται αισθητή στις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις που δρουν σε αποστάσεις της τάξης των  $10^{-12}$  m, δηλαδή σε αποστάσεις 100 περίπου φορές μικρότερες από τις διαστάσεις του ατόμου, με αποτέλεσμα ο νόμος του Coulomb, που ισχύει για τις ηλεκτρικές έλξεις και απώσεις μεταξύ φορτισμένων σωμάτων, να ισχύει και για τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ του πυρήνα και των ηλεκτρονίων μέσα στο άτομο.

Μπορούμε να πούμε ότι οι γνώσεις μας πάνω στα ηλεκτρικά φαινόμενα, όπως αυτές δημιουργήθηκαν μέχρι τις αρχές του 20ου αιώνα,

παραμένουν αμετάβλητες. Εξακολουθούν όμως να υπάρχουν πολλά και μάλιστα πρωταρχικής σημασίας προβλήματα, στα οποία δεν μπορεί να δώσει απάντηση ο κλασσικός ηλεκτρισμός. Τα παραθέτουμε όπως τα αναφέρει ο Shadowitz στο βιβλίο του «The electromagnetic field»:

i) Γιατί υπάρχουν δύο είδη ηλεκτρισμού, ενώ υπάρχει μόνον ένα είδος μάζας;

ii) Γιατί το φορτίο πρέπει να είναι πάντα συνδεδεμένο με μάζα, ενώ η μάζα δεν είναι πάντα συνδεδεμένη με φορτίο;

iii) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι κβαντισμένο. Γιατί το κβάντο του φορτίου έχει αυτή την τιμή; Αν η τιμή του ήταν μικρότερη ή μεγαλύτερη, θα εμφανίζονταν μεγάλες μεταβολές σε πλήθος φαινομένων. Παρ' όλο ότι εμφανίστηκαν θεωρίες, που στηρίζονται στην ύπαρξη φορτίου μικροτέρου από το φορτίο του ηλεκτρονίου (Gell-Mann, Schwinger), η ύπαρξή του δεν επιβεβαιώθηκε από το πείραμα.

iv) Γιατί οι ηλεκτρικές δυνάμεις είναι τόσο πολύ ισχυρότερες από τις δυνάμεις βαρύτητας; Ο λόγος τους είναι της τάξης μεγέθους  $10^{43}$ . Η ύπαρξη θέβαια θετικών και αρνητικών φορτίων, με συνέπεια την εμφάνιση ελκτικών και απωστικών δυνάμεων, έχει σαν αποτέλεσμα την αλληλοεξουδετέρωση αυτών των ισχυρών δυνάμεων, ακόμα και σε αστρονομική κλίμακα, όπου η κίνηση των ουρανίων σωμάτων καθορίζεται τελικά μόνο από τις ασθενέστερες δυνάμεις της βαρύτητας.

Ίσως η κβαντική ηλεκτροδυναμική κατορθώσει να δώσει απάντηση στα ερωτήματα αυτά.

---

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1. Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ

Τα γεωμετρικά προβλήματα μετατρέπονται σε αλγεβρικά με τη βοήθεια της αναλυτικής γεωμετρίας η οποία σε κάθε σημείο του διδιάστατου ή του τριδιάστατου χώρου αντιστοιχίζει μια διατεταγμένη διάδα ή τριάδα πραγματικών αριθμών.

Έτσι το επίπεδο θεωρείται διδιάστατο, επειδή για τον προσδιορισμό κάθε σημείου του χρειάζεται η γνώση μιας διάδας πραγματικών αριθμών. Αντίστοιχα στον συνήθη χώρο κάθε σημείο ορίζεται από μια τριάδα πραγματικών αριθμών και έτσι αυτός ο χώρος χαρακτηρίζεται σαν τριδιάστατος. Οι διάδες ή τριάδες των αριθμών ονομάζονται **συντεταγμένες των σημείων**.

Η έννοια του χώρου μπορεί να γενικευτεί και σε περισσότερες από τρεις διαστάσεις, ακόμη και αν δεν είναι δυνατή η εποπτική απεικόνιση σ' αυτή την περίπτωση.

Χώρος με  $n$ -διαστάσεις ονομάζεται ο χώρος που αποτελείται από σύνολο σημείων (ή αντικειμένων) στο καθένα από τα οποία αντιστοιχεί μια διατεταγμένη  $n$ -άδα αριθμών.

Στον τριδιάστατο χώρο όταν δυο γειτονικά σημεία έχουν ορθογώνιες συντεταγμένες  $x, y, z$  και  $x+dx, y+dy, z+dz$  αντίστοιχα, η μεταξύ τους απόσταση,  $ds$ , σ' αυτόν τον χώρο ορίζεται από τη σχέση

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Το μέγεθος  $ds^2$  ονομάζεται **μετρική του τριδιάστατου χώρου και παραμένει αλλοίωτο ως προς κάθε ορθογώνιο μετασχηματισμό**.

## 1.2. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΚΑΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΣΤΟΝ ΤΡΙΔΙΑΣΤΑΤΟ ΧΩΡΟ

Τα φυσικά μεγέθη χωρίζονται σε αριθμητικά και διανυσματικά.\*

### 1.2.1. Αριθμητικά μεγέθη

**Αριθμητικά** ονομάζονται εκείνα τα φυσικά μεγέθη που χαρακτηρίζονται από ένα και μόνο αριθμό. Ο αριθμός αυτός είναι ο λόγος κάθε μεγέθους προς την αντίστοιχη μονάδα με την οποία το μετρούμε. Π.χ. αριθμητικά μεγέθη είναι η μάζα, το ηλεκτρικό φορτίο, η ενέργεια κ.ά.

### 1.2.2. Διανυσματικά μεγέθη

**Διανυσματικά μεγέθη** ονομάζονται εκείνα, που για καθοριστούν πλήρως, πρέπει εκτός από τον αριθμό που δίνει το λόγο του μεγέθους τους προς την αντίστοιχη μονάδα, να γνωρίζουμε και τη διεύθυνση και τη φορά τους. Επί πλέον τα διανυσματικά αυτά μεγέθη πρέπει να υπακούουν στον κανόνα πρόσθεσης του παραλληλογράμμου. Τέτοια μεγέθη είναι η μετατόπιση, η ταχύτητα, η δύναμη, η γωνιακή ταχύτητα κλπ.

Κάθε διάνυσμα  $\mathbf{a}$  στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων έχει τρεις προβολές, τις  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ , άρα μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$\mathbf{a} = a_x \hat{\mathbf{x}}_0 + a_y \hat{\mathbf{y}}_0 + a_z \hat{\mathbf{z}}_0$$

όπου  $\hat{\mathbf{x}}_0$ ,  $\hat{\mathbf{y}}_0$ ,  $\hat{\mathbf{z}}_0$  τα αντίστοιχα μοναδιαία διανύσματα κατά τους άξονες  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Η τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των τριών προβολών παριστάνει το μέτρο του διανύσματος.

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

---

\* Στις δυο αυτές κατηγορίες ανήκουν και μεγέθη που χαρακτηρίζονται αντίστοιχα σαν ψευδοαριθμητικά και ψευδοδιανυσματικά.

**Ψευδοαριθμητικά** ονομάζονται εκείνα τα αριθμητικά μεγέθη που το πρόσημο τους εξαρτάται από τη φορά του συστήματος συντεταγμένων. Δηλαδή αλλάζουν πρόσημο, όταν το δεξιόστροφο σύστημα γίνει αριστερόστροφο και αντίστροφα. Ψευδοαριθμητικό μέγεθος π.χ. είναι η προσημασμένη απόσταση σημείου από μια ευθεία.

**Σαν ψευδοδιανυσματικά μεγέθη, ή αξονικά διανύσματα** χαρακτηρίζονται τα διανυσματικά εκείνα μεγέθη που έχουν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της γωνιακής ταχύτητας, δηλ. χαρακτηρίζονται από μέγεθος, διεύθυνση και φορά, η φορά τους όμως δεν ορίζεται από το ίδιο φυσικό μέγεθος, όπως συμβαίνει με το διάνυσμα θέσης, την ταχύτητα, κλπ. που ονομάζονται πολιικά διανύσματα, αλλά ορίζεται συμβατικά. (Π.χ. με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλίου). Αξονικό διάνυσμα π.χ. είναι η ροπή ζεύγους δυνάμεων.

### 1.3. ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

#### 1.3.1. Αριθμητικό ή εσωτερικό γινόμενο

Δύο διανύσματα  $\alpha$ ,  $\beta$  δίνουν **αριθμητικό ή εσωτερικό γινόμενο** που ορίζεται από τη σχέση

$$\alpha \cdot \beta = \alpha \beta \cos(\alpha, \beta)$$

όπου  $0 \leq \angle(\alpha, \beta) \leq \pi$  και  $\alpha$ ,  $\beta$  είναι τα αντίστοιχα μέτρα των διανυσμάτων  $\alpha$  και  $\beta$ . Το αποτέλεσμα είναι αριθμητικό μέγεθος. Αναλυτικά το εσωτερικό γινόμενο σαν συνάρτηση των προβολών σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων δίνεται από τη σχέση

$$\alpha \cdot \beta = \alpha_x \beta_x + \alpha_y \beta_y + \alpha_z \beta_z$$

#### 1.3.2. Διανυσματικό ή εξωτερικό γινόμενο

Το **διανυσματικό ή εξωτερικό γινόμενο** δυο διανυσμάτων  $\alpha$ ,  $\beta$  συμβολίζεται σαν  $[\alpha \cdot \beta]$  ή  $\alpha \times \beta$  ή  $\alpha \wedge \beta$  και παριστάνει ένα διάνυσμα  $c$  που είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν τα  $\alpha$  και  $\beta$ , έχει μέτρο ίσο με  $\alpha \beta \sin(\alpha, \beta)$  και φορά τέτοια, ώστε τα διανύσματα  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $c$  να αποτελούν, με τη σειρά που αναφέρονται, δεξιόστροφο σύστημα\*.

Το διάνυσμα  $c = \alpha \times \beta$  σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων δίνεται από την ορίζουσα

$$c = \begin{vmatrix} \hat{x}_0 & \hat{y}_0 & \hat{z}_0 \\ \alpha_x & \alpha_y & \alpha_z \\ \beta_x & \beta_y & \beta_z \end{vmatrix}$$

και έχει συνιστώσες

$$c_x = \alpha_y \beta_z - \alpha_z \beta_y, \quad c_y = \alpha_z \beta_x - \alpha_x \beta_z, \quad c_z = \alpha_x \beta_y - \alpha_y \beta_x$$

#### 1.3.3. Μικτό γινόμενο

Το **μικτό γινόμενο** τριών διανυσμάτων  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  ορίζεται από τη σχέση

$$\alpha \cdot (\beta \times \gamma) = \alpha \cdot c, \quad \text{όπου } c = \beta \times \gamma$$

Κάθε κυκλική μετατόπιση των διανυσμάτων αφήνει το γινόμενο αμετά-

---

\* Τα διανυσματικά μεγέθη, που προέρχονται από το εξωτερικό γινόμενο δυο πολικών διανυσμάτων είναι ψευδοδιανυσματικά μεγέθη ή αλλιώς αξονικά διανύσματα.



βλητο, δηλαδή

$$\mathbf{a} \cdot (\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\gamma}) = \boldsymbol{\gamma} \cdot (\mathbf{a} \times \boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\beta} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{a}).$$

Η αντιμετάθεση δυο διανυσμάτων αλλάζει το πρόσημο του γινομένου, ενώ αντίθετα η αντιμετάθεση στα σύμβολα του εσωτερικού και του εξωτερικού γινομένου δεν μεταβάλλει το πρόσημο. Π.χ.

$$\mathbf{a} \cdot (\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\gamma}) = (\mathbf{a} \times \boldsymbol{\beta}) \cdot \boldsymbol{\gamma}$$

Το μικτό γινόμενο  $d = \mathbf{a} \cdot (\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\gamma})$  σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων δίνεται από την ορίζουσα

$$d = \begin{vmatrix} \alpha_x & \alpha_y & \alpha_z \\ \beta_x & \beta_y & \beta_z \\ \gamma_x & \gamma_y & \gamma_z \end{vmatrix}$$

Το μικτό γινόμενο, όπως προκύπτει από τον ορισμό του, παριστάνει αριθμητικό μέγεθος\*. Ένα παραλληλεπίπεδο, π.χ. με ακμές τα διανύσματα  $\mathbf{a}$ ,  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $\boldsymbol{\gamma}$ , έχει όγκο που δίνεται από το μικτό γινόμενο αυτών των διανυσμάτων.

### 1.3.4. Δις εξωτερικό γινόμενο

Ως δις εξωτερικό γινόμενο τριών διανυσμάτων  $\mathbf{a}$ ,  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $\boldsymbol{\gamma}$  ορίζεται το γινόμενο

$$\mathbf{a} \times (\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\gamma})$$

το οποίο σύμφωνα με τον ορισμό του παριστάνει διανυσματικό μέγεθος και μπορεί ν' αποδειχθεί ότι

$$\mathbf{a} \times (\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\gamma}) = (\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma}) \boldsymbol{\beta} - (\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\beta}) \boldsymbol{\gamma} \quad (1-1)$$

## 1.4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΚΑΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ

### 1.4.1. Ορισμός πεδίου

Θεωρούμε ένα φυσικό μέγεθος, που η τιμή του σε κάθε σημείο του χώρου είναι συνάρτηση των συντεταγμένων του σημείου. Ο χώρος που

---

\* Ουσιαστικά είναι ψευδοαριθμητικό μέγεθος. Γενικά το μικτό γινόμενο τριών πολικών διανυσμάτων είναι ψευδοαριθμητικό μέγεθος.