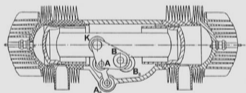


ανάλυση και σύνθεση Μηχανισμών

Κων/νος-Διονύσιος Ε. Μπουζάκης
Καθηγητής ΑΠΘ



ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το παρόν βιβλίο περιέχει βασικές γνώσεις ανάλυσης και σύνθεσης των επίπεδων μηχανισμών. Μηχανισμοί είναι μηχανολογικές διατάξεις για την καθοδήγηση της κίνησης διαφόρων εξαρτημάτων, την υλοποίηση μηχανικών αυτοματισμών, καθώς και την μετάδοση ισχύος. Οι μηχανισμοί συγκαταλέγονται στα βασικά γνωστικά αντικείμενα της επιστήμης του Μηχανολόγου Μηχανικού και ιδιαίτερα της περιοχής των κατασκευών μηχανημάτων.

Γενικά οι μηχανισμοί ταξινομούνται στους επίπεδους και τους χωρικούς. Το παρόν βιβλίο περιέχει βασικές γνώσεις ανάλυσης και σύνθεσης των επιπέδων μηχανισμών. Στα πρώτα του κεφάλαια αναπτύσσονται οι κυριότερες γραφικές, καθώς και αναλυτικές-αριθμητικές μέθοδοι για τον προσδιορισμό των κινηματικών μεγεθών και φορτίσεων των κινουμένων μελών. Οι γνώσεις αυτές αποτελούν την βάση για την κατανόηση των υπολοίπων κεφαλαίων, που αναφέρονται στις μεθόδους σύνθεσης των κυριότερων τύπων των επιπέδων μηχανισμών. Στα παραρτήματα στο τέλος του βιβλίου, παρατίθενται ασκήσεις και θέματα για την εμπέδωση της αναπτυχθείσας ύλης.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την καθηγήτρια κυρία Σεβαστή Μήτση για την μακροχρόνια συμβολή της στην εξέλιξη του βιβλίου αυτού, στην μορφή της σημερινής έκδοσής του. Επίσης ευχαριστώ θερμά και τον επίκουρο καθηγητή κ. Ιωάννη Τσιάφη, για την συμβολή του στην πρώτη έκδοση της "Ανάλυσης και Σύνθεσης Μηχανισμών" (1982), καθώς και τους επιστημονικούς συνεργάτες, της τότε Έδρας της Θεωρητικής Μηχανολογίας, κυρίου Αριστείδη Γωγούση και Χρήστο Νάκο.

Καθηγητής Κ.-Δ. Μπουζάκης

Θεσσαλονίκη, Απρίλιος 2006

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1	Ορισμοί	11
1.2	Είδη μηχανισμών	12
1.3	Συμβολισμοί κινηματικής δομής μηχανισμών	15
1.4	Βαθμός ελευθερίας μηχανισμού.....	18
1.5	Περιγραφή της γεωμετρικής μορφής μελών και προσδιορισμός της θέσεώς τους	19

Κεφάλαιο 2

Γραφικός Προσδιορισμός Κινηματικών Μεγεθών

2.1	Προσδιορισμός ταχυτήτων	23
2.1.2	Προσδιορισμός των ταχυτήτων κατά την κίνηση ενός μέλους.....	25
2.1.2.1	Απλή στρέψη	25
2.1.2.2	Απλή μεταφορά.....	26
2.1.2.3	Γενική κίνηση	26
2.1.3	Προσδιορισμός ταχυτήτων κατά τη σχετική κίνηση τριών μελών	29
2.2	Προσδιορισμός επιταχύνσεων	31
2.2.1	Επιταχύνσεις και συμβολισμοί τους	31
2.2.2	Προσδιορισμός επιταχύνσεων κατά την κίνηση ενός μέλους.....	32
2.2.2.1	Απλή στρέψη	32
2.2.2.2	Απλή μεταφορά.....	33
2.2.2.3	Γενική κίνηση	33
2.2.3	Προσδιορισμός επιταχύνσεων κατά τη σχετική κίνηση τριών μελών	35
2.2.4	Προσδιορισμός επιταχύνσεων με τη βοήθεια ισοδυνάμων μηχανισμών	37

Κεφάλαιο 3

Αναλυτικός Προσδιορισμός Κινηματικών Μεγεθών

3.1	Αριθμητικός υπολογισμός κινηματικών μεγεθών	40
3.1.1	Αναλυτική περιγραφή της κινηματικής δομής μηχανισμού.....	40
3.1.2	Αριθμητικός υπολογισμός κατά Newton - Raphson γωνιών περιστροφής μελών, ή αντίστοιχα μετατοπίσεων ολισθαινόντων μελών.....	42
3.1.3	Υπολογισμός γωνιακών ταχυτήτων και γωνιακών επιταχύνσεων μελών, ή αντίστοιχα γραμμικών ταχυτήτων και επιταχύνσεων ολισθαινόντων μελών.....	44

3.1.4	Υπολογισμός κινηματικών μεγεθών τυχόντων σημείων μηχανισμού	45
3.1.5	Παράδειγμα αριθμητικού υπολογισμού κινηματικών μεγεθών	46
3.2	Αναλυτικός υπολογισμός κινηματικών μεγεθών	50
3.2.1	Υπολογισμός μετατοπίσεων και περιστροφών των μελών	51
3.2.2	Υπολογισμός κινηματικών μεγεθών τυχόντων σημείων	53

Κεφάλαιο 4

Προσδιορισμός Δυνάμεων και Ροπών

4.1	Σκοπός του υπολογισμού δυνάμεων και ροπών	57
4.2	Γραφικοαναλυτικές μέθοδοι προσδιορισμού δυνάμεων και ροπών	58
4.2.1	Διανυσματική άθροιση δυνάμεων και ροπών	58
4.2.2	Γραφικοαναλυτικός προσδιορισμός δυνάμεων με χρησιμοποίηση της αρχής της διατηρήσεως της ισχύος	59
4.3	Αναλυτικός προσδιορισμός δυνάμεων και ροπών	59
4.3.1	Προσδιορισμός των δυνάμεων επί των αρθρώσεων και της ροπής επί του κινητηρίου μέλους	60
4.3.2	Υπολογισμός των καταπονήσεων του πλαισίου μηχανισμού	64
4.3.3	Γωνία επιδράσεως και μεταδόσεως	67

Κεφάλαιο 5

Μηχανισμοί με Τέσσερα Μέλη

5.1	Τύποι μηχανισμών και ταξινόμησή τους κατά Grashof	69
5.2	Σύνθεση μηχανισμών με τέσσερα μέλη, όταν δίδονται προδιαγραφές, σχετικές με θέσεις που πρέπει να καταλάβει το ενδιάμεσο μέλος	73
5.2.1	Προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων, με γνωστές τρεις θέσεις του ενδιάμεσου μέλους και τις θέσεις των κινητών αρθρώσεων	74
5.2.2	Προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων, με γνωστές τρεις θέσεις του ενδιάμεσου μέλους και τις θέσεις των ακινήτων αρθρώσεων	74
5.3	Σύνθεση μηχανισμών με τέσσερα μέλη, όταν δίδονται προδιαγραφές, που αναφέρονται στη γεωμετρική μορφή τροχιακών καμπυλών σημείων, του ενδιάμεσου μέλους του μηχανισμού	75
5.3.1	Τροχιακές καμπύλες σημείων διαφόρων τύπων μηχανισμών με τέσσερα μέλη	76
5.3.2	Υπολογισμός της τροχιάς τυχόντος σημείου του ενδιάμεσου μέλους, μηχανισμού με τέσσερα μέλη	78
5.3.3	Προσδιορισμός κυρτότητας τροχιακής καμπύλης σημείου του ενδιάμεσου μέλους	83
5.3.3.1	Ορισμός κυρτότητας τροχιακής καμπύλης	83
5.3.3.2	Γραφικός και αναλυτικός προσδιορισμός της κυρτότητας καμπύλης	85

5.3.4	Προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων μηχανισμού τεσσάρων μελών, με γνωστά σημεία της τροχιακής καμπύλης σημείου του ενδιαμέσου μέλους.....	90
5.3.4.1	Προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων με γνωστά τρία σημεία της τροχιάς, σημείου του ενδιαμέσου μέλους.....	91
5.3.4.2	Προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων με γνωστά πέντε σημεία της τροχιάς, σημείου του ενδιαμέσου μέλους.....	92
5.3.5	Προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων μηχανισμού τεσσάρων μελών, για πραγματοποίηση ευθυγράμμων τροχιών.....	93
5.3.5.1	Γραφικός προσδιορισμός κινηματικών διαστάσεων μηχανισμού με τέσσερα μέλη, για την πραγματοποίηση ευθυγράμμων τροχιών.....	94
5.3.5.2	Αναλυτικός υπολογισμός κινηματικών διαστάσεων μηχανισμού με τέσσερα μέλη, για την πραγματοποίηση ευθυγράμμου τροχιάς με προδιαγεγραμμένη ανοχή εθυγραμμότητας.....	95
5.3.6	Προσδιορισμός ισοδύναμων μηχανισμών ως προς την περιγραφή τροχιακών καμπυλών, τυχόντων σημείων του μέλους AB.....	98
5.3.6.1	Ισοδύναμοι μηχανισμοί τεσσάρων μελών κατά Roberts-Tschebyschev.....	99
5.3.6.2	Ισοδύναμος μηχανισμός με πέντε μέλη, από τα οποία τα δυο είναι κινητήρια.....	102
5.3.6.3	Μηχανισμοί για παράλληλη καθοδήγηση ενός μέλους.....	103
5.3.6.4	Μηχανισμοί για την περιγραφή συμμετρικών τροχιακών καμπυλών.....	104
5.3.6.5	Μηχανισμοί αντιγραφής περιγραμμάτων υπό κλίμακα (παντογράφος).....	105
5.4	Σύνθεση μηχανισμών με τέσσερα μέλη, όταν δίδονται προδιαγραφές, που αναφέρονται στη σχέση μεταδόσεώς τους.....	107
5.4.1	Υπολογισμός της σχέσεως μεταδόσεως, μηδενικού μέχρι δευτέρου βαθμού.....	107
5.4.2	Διαγράμματα σχέσεων μεταδόσεως, διαφόρων τύπων μηχανισμών με τέσσερα μέλη.....	109
5.4.3	Προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων, μηχανισμών με τέσσερα μέλη με γνωστές τις γωνίες φ_0 και ψ_0 αντιστοίχως το μήκος εμβολισμού s_0	113
5.4.3.1	Αναλυτικός προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων με γνωστές τις γωνίες φ_0 , ψ_0 (ή το μήκος εμβολισμού s_0).....	114
5.4.3.2	Γραφικός προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων με γνωστές τις γωνίες φ_0 , ψ_0 (ή το μήκος εμβολισμού s_0), το μήκος l_3 και ένα από τα μεγέθη l_1 , ή l_4	117
5.4.3.3	Γραφικός προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων όταν δίδονται οι γωνίες φ_0 , ψ_0 το μήκος l_4 και ένα από τα μεγέθη l_1 , ή l_3	119
5.4.3.4	Γραφικός προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων όταν δίδονται οι γωνίες φ_0 , ψ_0 , το μήκος l_4 και απαιτείται η επίτευξη της μέγιστης δυνατής ελαχίστης τιμής μ_{\min} , της γωνίας μεταδόσεως στο κινούμενο μέλος 3.....	121
5.4.3.5	Γραφικός προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων όταν δίδεται η γωνία φ_0 , το μήκος εμβολισμού s_0 μηχανισμού στροφάλου, ευθυγράμμως παλινδρομικού ολισθητήρα και απαιτείται η πραγματοποίηση της μέγιστης δυνατής ελαχίστης τιμής μ_{\min} , της γωνίας μεταδόσεως στο κινούμενο μέλος 3.....	124

5.4.4 Προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων μηχανισμού με τέσσερα μέλη, όταν δίδονται ζεύγη σημείων της σχέσεως μεταδόσεως τους, μηδενικού βαθμού.....	125
5.4.4.1 Αναλυτικός προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων, όταν δίδονται ζεύγη σημείων της σχέσεως μεταδόσεως.....	125
5.4.4.2 Γραφικός προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων, όταν δίδονται τρία σημεία της σχέσεως μεταδόσεως και τα μήκη l_1, l_4	127
5.4.5 Προσδιορισμός των κινηματικών διαστάσεων μηχανισμού με τέσσερα μέλη, για περίπου γραμμική σχέση μεταδόσεως.....	129
5.4.6 Σύνθεση μηχανισμού με μέλη, για πραγματοποίηση σχέσεως μεταδόσεως, με διάστημα ηρεμίας.....	130

Κεφάλαιο 6

Μηχανισμοί με Οδοντωτούς Τροχούς

6.1 Τύποι μηχανισμών και ορισμοί.....	133
6.2 Προσδιορισμός σχέσεως μεταδόσεως, γωνιακών ταχυτήτων και ταχυτήτων.....	135
6.2.1 Γραφικός προσδιορισμός.....	135
6.2.2 Αναλυτικός υπολογισμός σε μηχανισμούς με ακίνητο κιβώτιο.....	137
6.2.3 Αναλυτικός υπολογισμός σε μηχανισμούς με περιστροφικά κινούμενο κιβώτιο.....	138
6.3 Τροχοειδείς καμπύλες.....	139
6.3.1 Μαθηματική περιγραφή τροχοειδών καμπυλών, μηχανισμού βασικής μορφής.....	139
6.3.2 Μαθηματική περιγραφή τροχοειδών καμπυλών, μηχανισμών όχι βασικής μορφής.....	141
6.3.3 Υπολογισμός ακτίνας καμπυλότητας στα εξωτερικά ακραία σημεία τροχοειδών καμπυλών.....	143
6.4 Ισοδύναμοι μηχανισμοί, ως προς τη δημιουργία τροχοειδών καμπυλών.....	144
6.4.1 Ισοδύναμοι μηχανισμοί βασικής μορφής.....	144
6.4.2 Ισοδύναμοι μηχανισμοί όχι βασικής με μηχανισμούς βασικής μορφής.....	145

Κεφάλαιο 7

Μηχανισμοί με Οδηγητικές Καμπύλες

7.1 Δομή και είδη μηχανισμών με οδηγητικές καμπύλες.....	147
7.2 Προσδιορισμός σχέσεων μεταδόσεως κινήσεως.....	151
7.2.1 Κατάστρωση της σχέσεως μεταδόσεως κινήσεως μηδενικού βαθμού, βάσει των προδιαγραφωμένων απαιτήσεων.....	151
7.2.2 Προσδιορισμός σχέσεων μεταδόσεως κινήσεως ανωτέρω βαθμού.....	153
7.3 Προσδιορισμός των μεταβατικών συναρτήσεων μεταδόσεως κινήσεως (ΜΣΜ).....	154

7.3.1	Κινηματικές συνθήκες στα οριακά σημεία των ΜΣΜ.....	154
7.3.2	Εκλογή μαθηματικών σχέσεων για ΜΣΜ.....	155
7.3.3	Τυποποίηση των ΜΣΜ και χαρακτηριστικές κινηματικές τιμές.....	157
7.3.4	Χαρακτηριστικές κινηματικές τιμές.....	159
7.3.5	Συμμετρικές και μη συμμετρικές ΜΣΜ.....	160
7.3.6	Παραδείγματα προσδιορισμού ΜΣΜ για μια από ηρεμία σε ηρεμία μετάδοση κινήσεως.....	162
7.3.6.1	Ημιτονοειδής καμπύλη σαν ΜΣΜ, για μια από ηρεμία σε ηρεμία με- τάδοση κινήσεως.....	163
7.3.6.2	Πολυωνυμική καμπύλη πέμπτου βαθμού σαν ΜΣΜ, για μια από ηρε- μία σε ηρεμία μετάδοση κινήσεως.....	166
7.3.6.3	Σύγκριση μεταξύ διαφόρων ΜΣΜ, για μια από ηρεμία σε ηρεμία με- τάδοση κινήσεως.....	168
7.4	Προσδιορισμός διαστάσεων ενός μηχανισμού με οδηγητικές καμπύλες.....	173
7.4.1	Κύριες καθοριστικές διαστάσεις και τύποι μηχανισμών.....	173
7.4.2	Έλεγχος δυνατότητας λειτουργίας.....	175
7.4.3	Προσδιορισμός των κυρίων διαστάσεων με τη βοήθεια της μεθόδου της οδογράφου.....	178
7.4.4	Προσδιορισμός των κυρίων διαστάσεων με τη βοήθεια της προσεγ- γιστικής μεθόδου κατά Flocke.....	181
7.5	Γραφική κατασκευή της καθοδηγητικής καμπύλης και του περιγράμματος (περιγραμμάτων) ενός κνώδακα.....	183
7.6	Γραφική κατασκευή περιγράμματος (περιγραμμάτων) καθοδηγητικής αυ- λακώσεως ή οδοντώσεως κνώδακος κυλινδρικής μορφής.....	187
7.7	Διαδοχικές διαδικασίες κατά την κατεργασία της πρωτοτύπου οδηγητικής καμπύλης μιας λειαντικής μηχανής που χρησιμοποιείται για την λείανση μορφής μιας οδηγητικής καμπύλης.....	190

Κεφάλαιο 8

Μηχανισμοί Περιοδικής Ασυνεχούς Μεταδόσεως

8.1	Ορισμοί.....	193
8.2	Τύποι μηχανισμών σταυρού Μάλτας.....	194
8.3	Κινηματικός υπολογισμός μηχανισμών σταυρού Μάλτας.....	195
8.3.1	Κινηματικές διαστάσεις.....	197
8.3.2	Συναρτήσεις κινήσεως.....	198
8.3.3	Λόγος βήματος-περιόδου.....	201
8.3.4	Σχέση μεταδόσεως, ομοιόμορφα περιστρεφόμενων μηχανισμών που προτάσσονται ή έπονται ενός μηχανισμού σταυρού Μάλτας.....	203
8.4	Δυναμικός υπολογισμός μηχανισμών σταυρού Μάλτας.....	204
8.4.1	Απαιτούμενη κινητήρια ροπή στρέψεως.....	205
8.4.2	Δυνάμεις εξασκούμενες στα μέλη μηχανισμών σταυρού Μάλτας.....	206

Παράρτημα 1: Ασκήσεις

Άσκηση 1	Διάφοροι μηχανισμοί.....	210
Άσκηση 2	Πρέσα βαθείας κοιλάνσεως.....	211
Άσκηση 3	Καθοδηγητικός μηχανισμός βαλβίδων μηχανής εσωτερικής καύσε- ως.....	212
Άσκηση 4	Εκσκαφέας.....	214
Άσκηση 5	Μηχανισμός κρούσεως σαΐτας κλωστούφαντουργικής μηχανής.....	215
Άσκηση 6	Μηχανισμός καταγραφής οργάνου μετρήσεων.....	217
Άσκηση 7	Κοπτικό εργαλείο για τορνάρισμα διαφόρων κατατομών.....	218
Άσκηση 8	Ίδιοσυσκευή χυτεύσεως υπό πίεση.....	219
Άσκηση 9	Ανάρτηση τροχών αυτοκινήτου.....	221
Άσκηση 10	Πρέσα διατρήσεως.....	222
Άσκηση 11	Πένσα με παράλληλες σιαγόνες συσφίξεως.....	223
Άσκηση 12	Μηχανισμός με οδοντωτούς τροχούς για ασυνεχή περιοδική μετά- δοση.....	225
Άσκηση 13	Μηχανισμός κινητήρα Wankel.....	226
Άσκηση 14	Μηχανισμός τόννου κατεργασίας τεμαχίων και μη κυκλικών διατο- μών.....	227
Άσκηση 15	Μηχανισμός οδηγτικής καμπύλης - ακολούθου περιστροφής.....	228
Άσκηση 16	Μηχανισμοί ασυνεχής περιοδικής περιστροφικής προώσεως μιας μηχανής κατεργασίας.....	229
Άσκηση 17	Μηχανισμός ασυνεχής περιοδικής περιστροφικής προώσεως μιας μη- χανής συσκευασίας.....	229







Παράρτημα 1: Θέματα

Θέμα 1.....	231
Θέμα 2.....	238
Θέμα 3.....	242
Θέμα 4.....	249
Βιβλιογραφία.....	253

Εισαγωγή

1.1 Ορισμοί

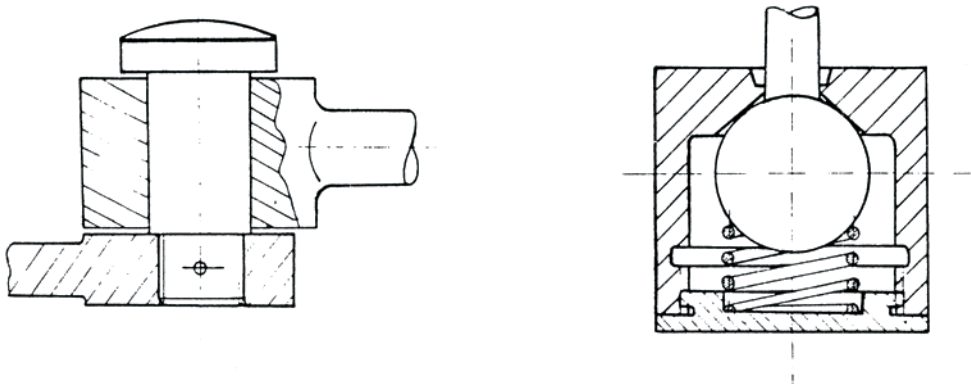
Μηχανισμός είναι μια μηχανική διάταξη, της οποίας τα μέλη, βάσει της γεωμετρικής μορφής τους και των αλληλοσυνδέσεών τους, εκτελούν καθορισμένες κινήσεις μεταδί-

Είδος άρθρωσης	Σχηματική παράσταση	Βαθμός ελευθερίας
περιστροφής		1
ολισθήσεως		1
περιστροφής-ολισθήσεως		2
με οδηγητικές καμπύλες		2
με οδοντώσεις		1
σφαιρική		3

Σχήμα 1: Αρθρώσεις διαφορετικού βαθμού ελευθερίας.

δοντας τοιουτοτρόπως μια κίνηση, ή και συγχρόνως μια ισχύ, από ένα κινητήριο μέλος σ' ένα κινούμενο.

Η μετάδοση μπορεί να εκπληρώνει οποιοσδήποτε προδιαγραφές. Τα μέλη που παρεμβάλλονται μεταξύ του κινουμένου και του κινητηρίου μέλους, καλούνται οδηγητικά. Η σύνδεση μεταξύ δυο μελών ονομάζεται κινηματικό ζεύγος, ή άρθρωση. Στο σχήμα 1 συμβολίζονται διάφορες αρθρώσεις μεταξύ μελών, με ποικίλες γεωμετρικές μορφές. Μια άρθρωση μπορεί ανάλογα με την κατασκευαστική της διαμόρφωση, να επιτρέπει σχετικές κινήσεις μεταξύ των μελών της, διαφορετικού βαθμού ελευθερίας (βλ. και σχήμα 2).



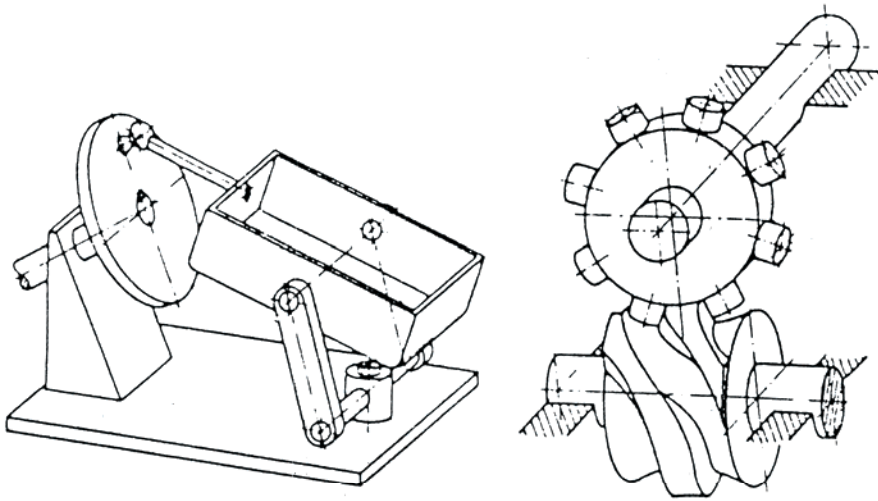
Σχήμα 2: Κατασκευαστική διαμόρφωση άρθρωσης περιστροφής και σφαιρικής άρθρωσης.

1.2 Είδη μηχανισμών

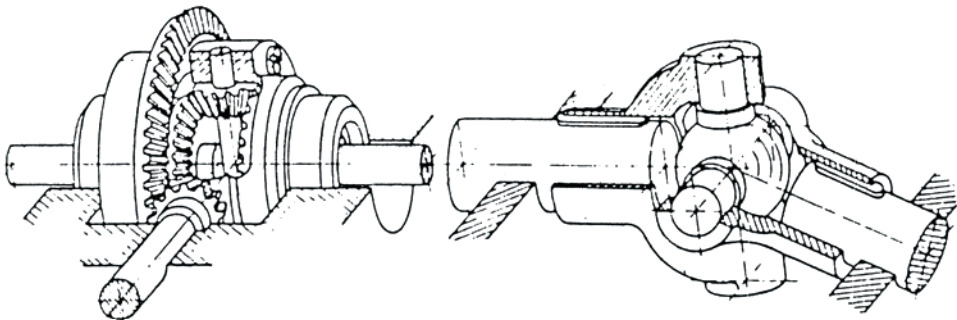
Η σχετική θέση των αξόνων των αρθρώσεων των μελών ενός μηχανισμού, αποτελεί ένα κριτήριο ταξινόμησής τους. Με βάση αυτό το κριτήριο, διακρίνονται οι μηχανισμοί σε χωρικούς, σφαιρικούς και επίπεδους.

Στο σχήμα 3 φαίνονται μερικά παραδείγματα χωρικών μηχανισμών. Οι άξονες των αρθρώσεων είναι ασύμπτωτες ευθείες. Αριστερά στο σχήμα παρίσταται μηχανισμός ενός εργαστηριακού αναμικτήρα και δεξιά ένας μηχανισμός για περιοδικά ασυνεχή μετάδοση κινήσεως, που χρησιμοποιείται συχνά σε διάφορες μηχανικές διατάξεις (εργαλειομηχανές, συσκευασίας κ.ά.) για τη βηματική κίνηση ορισμένων μελών τους.

Ειδική περίπτωση των χωρικών μηχανισμών, αποτελούν οι σφαιρικοί μηχανισμοί. Στους σφαιρικούς μηχανισμούς, οι άξονες των αρθρώσεων διέρχονται όλοι, από ένα σημείο. Παραδείγματα σφαιρικών μηχανισμών παρίστανται στο σχήμα 4. Πρόκειται για διαφορικό οχημάτων, (αριστερά στο σχήμα) και για άρθρωση μεταξύ αξόνων με μεταβαλλόμενη γωνία. Η γωνιακή ταχύτητα του κινούμενου άξονα, σε ενός τέτοιου είδους άρθρωση, δεν είναι σταθερή, για γωνίες μεταξύ των αξόνων διαφορετικές από 180° .



Σχήμα 3: Παραδείγματα χωρικών μηχανισμών.

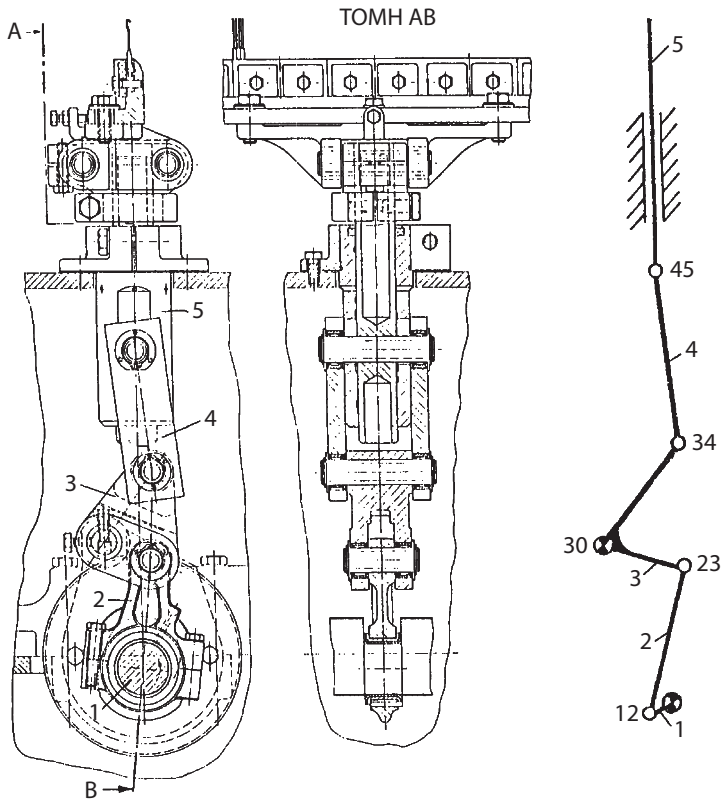


Σχήμα 4: Παραδείγματα σφαιρικών μηχανισμών.

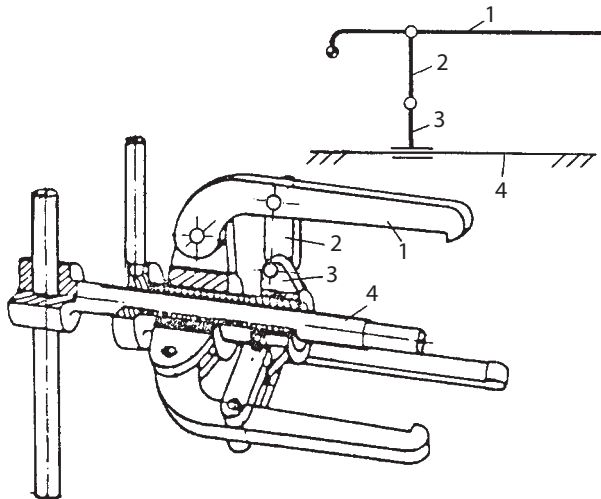
Εάν οι άξονες των αρθρώσεων είναι παράλληλοι μεταξύ τους, τότε ο μηχανισμός χαρακτηρίζεται σαν επίπεδος. Στο σχήμα 5 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα επιπέδου μηχανισμού. Πρόκειται για τον καθοδηγητικό μηχανισμό βελονών κλωστούφαντουργικής μηχανής.

Στα πλαίσια του παρόντος τεύχους για την κινηματική ανάλυση και σύνθεση μηχανισμών εξετάζονται μόνο επίπεδοι μηχανισμοί.

Τέλος στην περίπτωση συνθέτων μηχανισμών (συνδυασμός μεταξύ χωρικών και επιπέδων), μπορεί να θεωρηθεί, ότι ο μηχανισμός αποτελείται από πολλούς ανεξάρτητους μεταξύ τους επίπεδους μηχανισμούς, κάθε ένας από τους οποίους μπορεί να μελετηθεί ξεχωριστά.



Σχήμα 5: Σχηματικός συμβολισμός καθοδηγητικού μηχανισμού βελονών κλωστοϋφαντουργικής μηχανής.



Σχήμα 6: Παράδειγμα συνθέτου μηχανισμού (Εξολκέας).

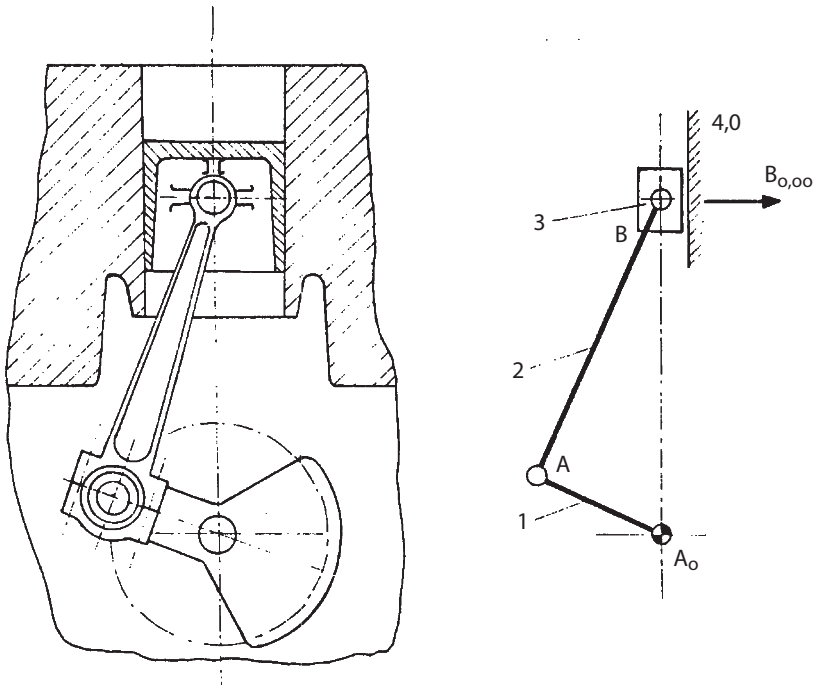
Ένα παράδειγμα χωρικού μηχανισμού έχει παρασταθεί στο *σχήμα 6*. Πρόκειται για έναν εξολκέα, με τρεις επί μέρους επίπεδους μηχανικούς, διατεταγμένους σε επίπεδα, σχηματίζοντας γωνία 120° μεταξύ τους. Ένας από τους επίπεδους αυτούς μηχανισμούς φαίνεται άνω δεξιά στο σχήμα.

1.3 Συμβολισμοί κινηματικής δομής μηχανισμών

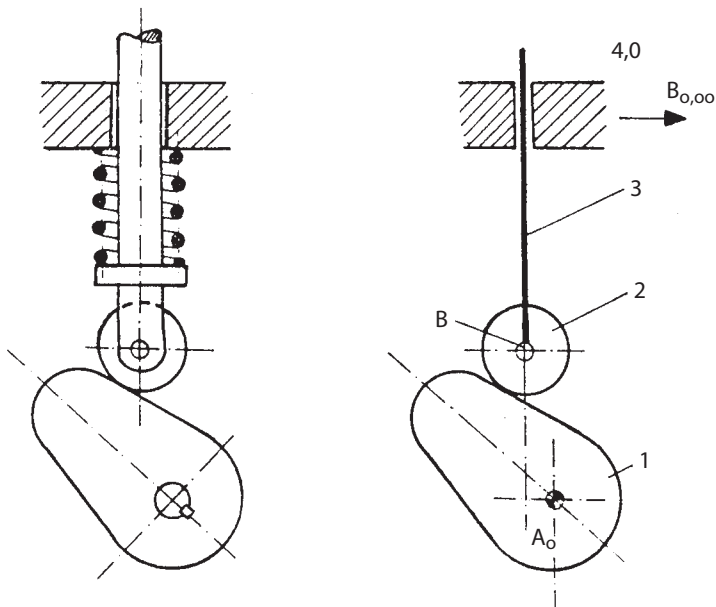
Στα *σχήματα 7, 8, 9 και 10* φαίνεται ο τρόπος συμβολικής παράστασης χαρακτηριστικών μηχανισμών.

Οι αρθρώσεις συμβολίζονται γενικά με μικρούς κύκλους. Οι κύκλοι είναι ημίμαυροι, ή και πλήρως μαύροι, εάν οι αρθρώσεις είναι συνδεδεμένες με το ακίνητο μέλος του μηχανισμού (πλαίσιο).

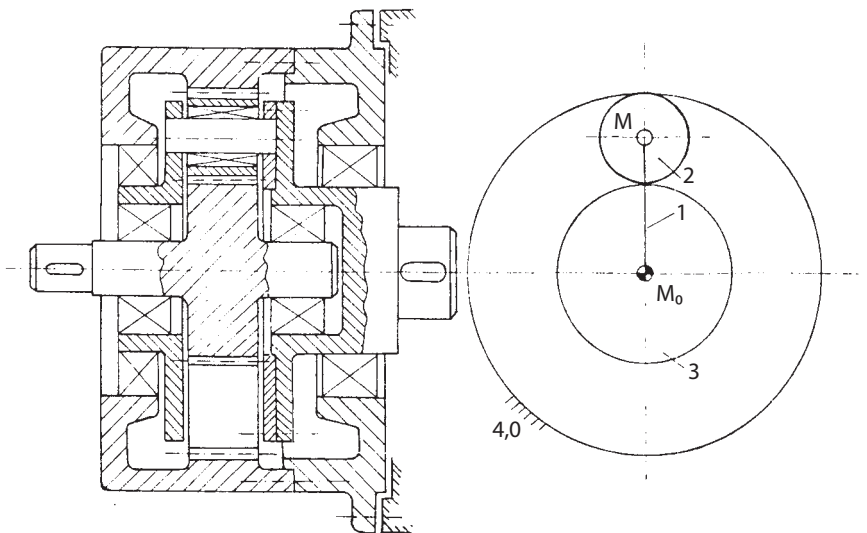
Οι αρθρώσεις και γενικά σημεία επί των μελών, ονομάζονται με κεφαλαία γράμματα (A, B κ.τ.λ.) ενώ με μικρά γράμματα χαρακτηρίζονται τα μήκη των μελών του μηχανισμού. Με αριθμούς χαρακτηρίζονται τα μέλη. Το πλαίσιο συμβολίζεται συνήθως με τον αριθμό 0 (μηδέν).



Σχήμα 7: Συμβολική παράσταση μηχανισμού με τέσσερα μέλη, στροφάλου-διωστήρα-εμβόλου (ευθύγραμμο παλινδρομικού ολισθητήρα).

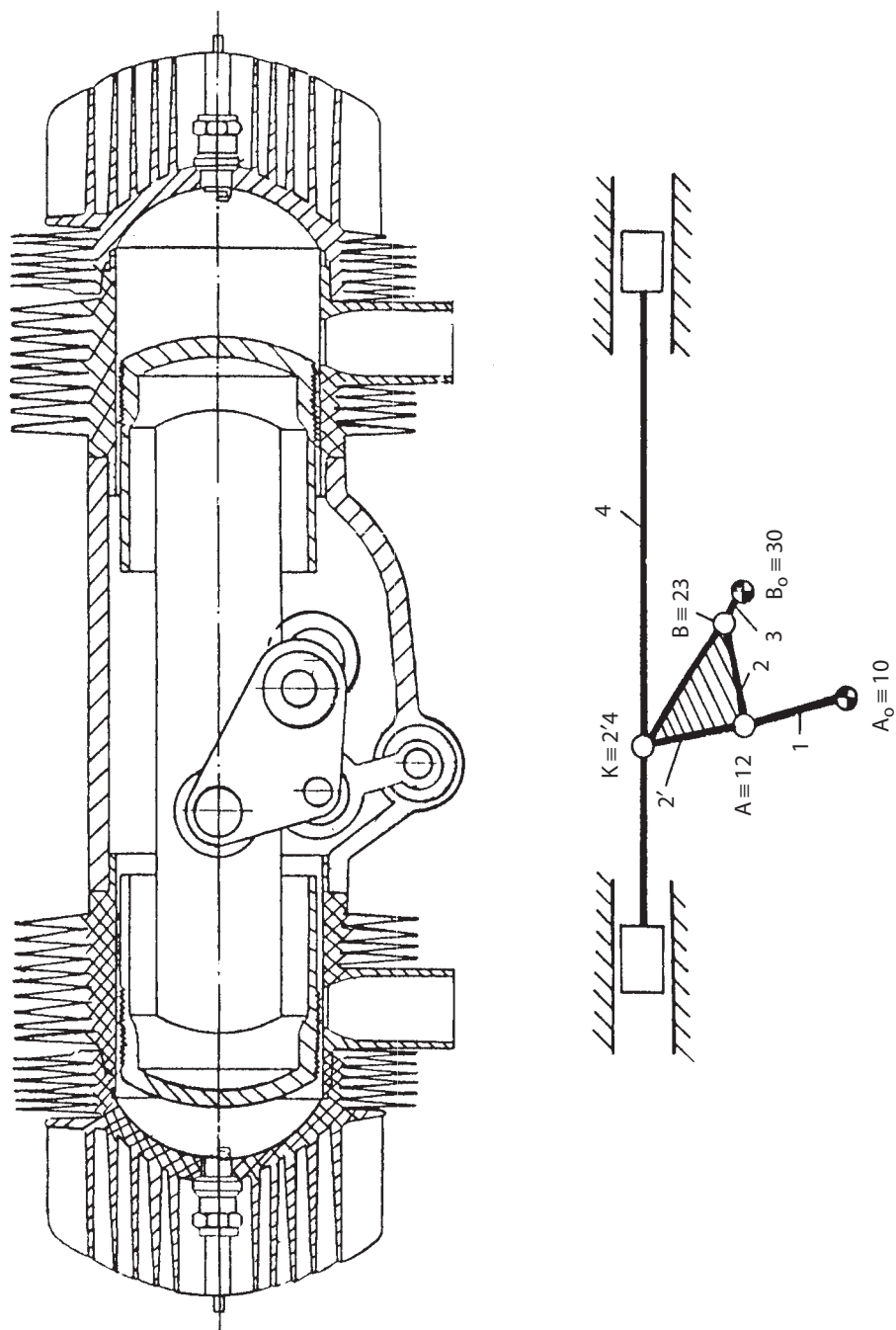


Σχήμα 8: Συμβολική παράσταση μηχανισμού με οδηγητική καμπύλη (κνώδακα -ακολουθούθου).



Σχήμα 9: Συμβολική παράσταση μηχανισμού με οδοντωτούς τροχούς.

Οι αρθρώσεις επίσης μπορούν να ονομάζονται και με τους αριθμούς των μελών που συνδέουν (βλέπε σχήμα 10). Ο τρόπος αυτός συμβολισμού χρησιμοποιείται κυρίως κατά την διεξαγωγή υπολογισμών σε μηχανισμούς, με μεθόδους της αριθμητικής ανάλυσης.



Σχήμα 10: Συμβολική παράσταση μηχανισμού με μέλη.

Οι ονομασίες των αρθρώσεων, ή και άλλων σημείων, μπορούν να έχουν ένα αριθμητικό δείκτη βάσεως π.χ. A_1, A_2, B_4 κ.λπ., που συμβολίζει μια θέση, που κατά την κίνησή του μπορεί να καταλάβει το σημείο, ή η άρθρωση. Η άρθρωση ενός ολισθητήρα με το πλαίσιο, συμβολίζεται, όπως δείχνουν τα σχήματα 7 και 8, με το εκάστοτε κεφαλαίο γράμμα π.χ. B και τους δείκτες B_0, ∞ . Τέλος οι δείκτες εκθέτου, συγχρόνως με ένα δείκτη βάσεως, π.χ. B_2^1 , συμβολίζουν την σχετική θέση του σημείου B , όταν καταλαμβάνει τη θέση 2 σε σύστημα αναφοράς του μέλους 1.

1.4 Βαθμός ελευθερίας μηχανισμού

Ο βαθμός ελευθερίας ενός μηχανισμού υποδηλώνει τον αριθμό των ανεξαρτήτων μεταξύ τους μεταβλητών, που πέρα από τις γνωστές γεωμετρικές διαστάσεις της κινηματικής δομής, είναι αναγκαίος για την μονοσήμαντη περιγραφή της θέσεως των μελών, σχετικά με το μέλος αναφοράς. Οι μεταβλητές αυτές ονομάζονται και συντεταγμένες αναφοράς.

Στην περίπτωση μηχανισμών με βαθμό ελευθερίας ίσο με την μονάδα, συντεταγμένη κινήσεως είναι συνήθως η γωνία περιστροφής του κινητηρίου μέλους, σε σχέση με το πλαίσιο.

Ο βαθμός ελευθερίας επιπέδου μηχανισμού προσδιορίζεται από την εξίσωση:

$$F = 3(n - 1) - 3g + \sum_{i=1}^g f_i \quad (1)$$

Στην παραπάνω σχέση, τα διάφορα σύμβολα υποδηλώνουν:

n : τον αριθμό των μελών

g : τον αριθμό των αρθρώσεων

f_i : το βαθμό ελευθερίας της άρθρωσης i .

Η δομή της σχέσεως (1) εύκολα γίνεται κατανοητή, εάν ληφθεί υπόψη ότι γενικά κάθε μέλος κινούμενο σε ένα επίπεδο, έχει 3 δυνατότητες κινήσεως, δηλ. είναι απαραίτητη η εισαγωγή τριών συντεταγμένων αναφοράς, π.χ. των δύο μετατοπίσεων στις κατευθύνσεις x, y ενός καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων αναφοράς, και της περιστροφής γύρω από τον άξονα z του συστήματος αυτού. Επειδή η μελέτη των μηχανισμών γίνεται πάντα σε σχέση με ένα μέλος αναφοράς, ο βαθμός ελευθερίας ενός επιπέδου μηχανισμού είναι επομένως γενικά ίσος με $3(n - 1)$.

Από τον αριθμό αυτό πρέπει να αφαιρεθεί ο αριθμός των δυνατοτήτων κινήσεως κατά τον οποίο, κάθε άρθρωση μεταξύ μελών περιορίζει τον συνολικό βαθμό ελευθερίας του μηχανισμού. Ο αριθμός αυτός προσδιορίζεται, εάν ληφθεί υπόψη, ότι μία στερεά σύνδεση μεταξύ μελών περιορίζει το βαθμό ελευθερίας σε επίπεδους μηχανισμούς κατά 3. Εάν λοιπόν από τον αριθμό $3(n - 1)$ αφαιρεθεί ο συνολικός αριθμός των αρ-

θρώσεων $3g$ και προστεθεί ο βαθμός ελευθερίας της κάθε αρθρώσεως εξάγεται η σχέση (1).

Σε επίπεδους μηχανισμούς που περιέχουν και οδοντωτούς τροχούς ο βαθμός ελευθερίας υπολογίζεται από τη σχέση:

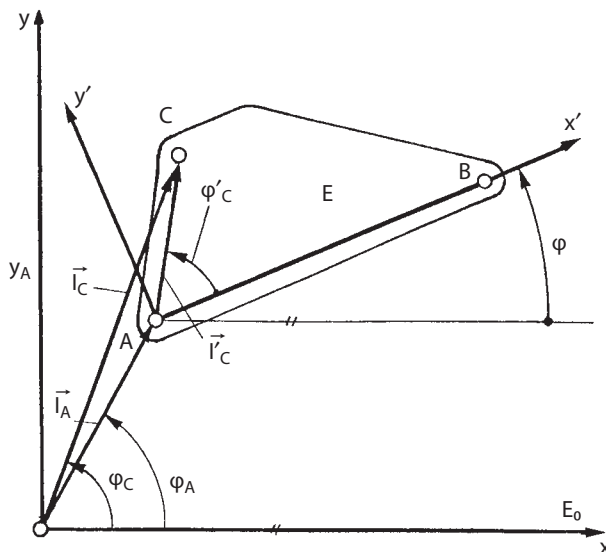
$$F = 3(n - 1) - 2g + p \quad (2)$$

όπου p είναι ο αριθμός των ζευγών των οδοντωτών τροχών, που παρεμβάλλονται μέσα σ' ένα επίπεδο μηχανισμό.

Εφαρμόζοντας τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει, ότι ο βαθμός ελευθερίας των μηχανισμών των σχημάτων 7, 8, και 9 είναι ίσος με 1, ενώ του μηχανισμού του σχήματος 10 ίσος με 0. Στον τελευταίο μηχανισμό αυτό συμβαίνει, καθόσον η τροχιακή καμπύλη του σημείου K , λόγω της κινηματικής δομής του μηχανισμού, είναι στην περιοχή λειτουργίας του σχεδόν ευθύγραμμη και το έμβολο του μηχανισμού, που συνδέεται με το σημείο B , μέσω καταλλήλου κατασκευαστικής διαμορφώσεως αναγκάζεται να ολισθαίνει πάνω στην ευθεία, τροχιακή καμπύλη του σημείου K .

1.5 Περιγραφή της γεωμετρικής μορφής μελών και προσδιορισμός της θέσεώς τους

Η περιγραφή της γεωμετρικής μορφής ενός μέλους, γίνεται σ' ένα σύστημα αναφοράς (x', y') του μέλους, το οποίο κινείται σε σχέση με το σύστημα αναφοράς (x, y) του πλαισίου (βλέπε σχήμα 11).



Σχήμα 11: Περιγραφή της γεωμετρίας ενός μέλους στο σύστημα αναφοράς.

Η θέση του μέλους είναι γνωστή, εάν δίδεται η θέση της αρχής των συντεταγμένων του συστήματος (x', y') , ή το άνωσμα \vec{I}_A και η γωνία κλίσεως ενός άξονα, π.χ. η γωνία φ .

Στην προκειμένη περίπτωση ισχύει ότι:

$$\vec{I}_C = \vec{I}_A + \vec{I}'_C \quad (3)$$

Η παραπάνω σχέση, υπό μιγαδική μορφή, μπορεί να γραφεί όπως παρακάτω:

$$I_C e^{j\varphi_C} = I_A e^{j\varphi_A} + I'_C e^{j(\varphi'_C + \varphi)} \quad (4)$$

Διατυπώνοντας την εξίσωση αυτή κατά Euler, προκύπτουν για τα πραγματικά και μιγαδικά μέρη, οι παρακάτω σχέσεις:

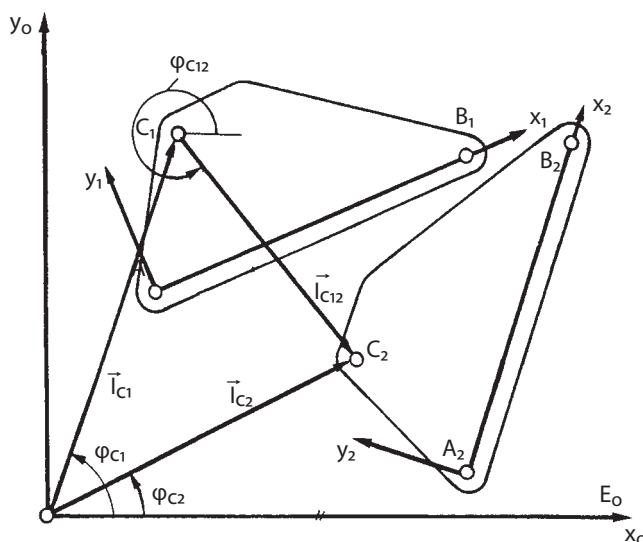
$$I_C \cos \varphi_C = I_A \cos \varphi_A + I'_C \cos(\varphi'_C + \varphi) \quad (5\alpha)$$

$$I_C \sin \varphi_C = I_A \sin \varphi_A + I'_C \sin(\varphi'_C + \varphi) \quad (5\beta)$$

Από το σύστημα των εξισώσεων αυτών, μπορούν να προσδιορισθούν οι μεταβλητές I_C και φ_C , που περιγράφουν την θέση του τυχόντος σημείου C στο σύστημα αναφοράς (x, y) .

Κατά την κίνηση του μέλους από μια θέση 1 στη θέση 2 ισχύει προφανώς για το τυχόν σημείο C (βλέπε σχήμα 12) η σχέση:

$$\vec{I}_{C_2} = \vec{I}_{C_1} + \vec{I}_{C_{12}} \quad (6)$$



Σχήμα 12: Προσδιορισμός της θέσεως ενός μέλους στο σύστημα αναφοράς.

Η διανυσματική αυτή εξίσωση, υπό μιγαδική μορφή, γράφεται όπως παρακάτω:

$$I_{C_2} e^{j\varphi_{C_2}} = I_{C_1} e^{j\varphi_{C_1}} + I_{C_{12}} e^{j\varphi_{C_{12}}} . \quad (7)$$

Από τη σχέση αυτή, χρησιμοποιώντας τον τύπο του Euler, για τα πραγματικά και τα μιγαδικά μέρη προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$I_{C_2} \cos \varphi_{C_2} = I_{C_1} \cos \varphi_{C_1} + I_{C_{12}} \cos \varphi_{C_{12}} \quad (8\alpha)$$

$$I_{C_2} \sin \varphi_{C_2} = I_{C_1} \sin \varphi_{C_1} + I_{C_{12}} \sin \varphi_{C_{12}} . \quad (8\beta)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις μπορούν να προσδιορισθούν οι μεταβλητές I_{C_2} και φ_{C_2} , που χαρακτηρίζουν τη νέα θέση 2 του σημείου C, σαν συναρτήσεις των μεταβλητών της παλαιάς θέσεως και της μετατοπίσεως.

Γραφικός Προσδιορισμός Κινηματικών Μεγεθών

Για τον προσδιορισμό των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων μπορούν να εφαρμοσθούν τόσο γραφικές όσο και αναλυτικές μέθοδοι.

Η σημερινή εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, που καθιστούν δυνατή την εφαρμογή διαφόρων μεθόδων της αριθμητικής αναλύσεως, επιτρέπει τον προσδιορισμό, με την εκάστοτε επιθυμητή ακρίβεια, οποιονδήποτε μεγεθών, που είναι απαραίτητα, τόσο κατά την ανάλυση, όσο και κατά τη σύνθεση των μηχανισμών.

Στα πλαίσια της κινηματικής ανάλυσης και σύνθεσης μηχανισμών, δίδεται ιδιαίτερη έμφαση και σε γραφικές μεθόδους. Ο λόγος γι' αυτό είναι, ότι οι γραφικές μέθοδοι επιτρέπουν τον άμεσο και με απλά μέσα προσδιορισμό κινηματικών και άλλων μεγεθών, σε διακεκριμένες θέσεις ενός μηχανισμού, που συνήθως μόνο σ' αυτές είναι αναγκαίο να γίνει κάποιος υπολογισμός.

2.1 Προσδιορισμός ταχυτήτων

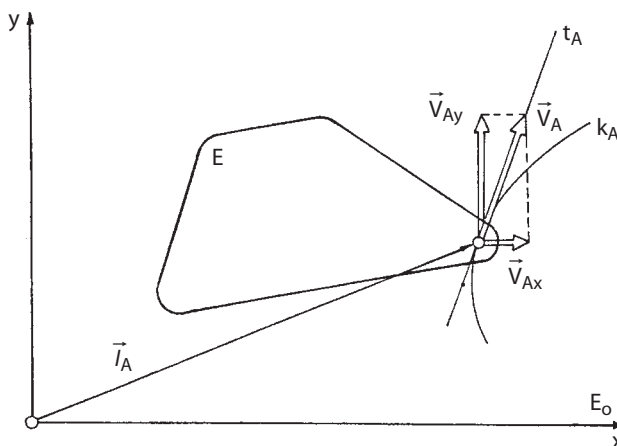
Η στιγμιαία ταχύτητα ενός σημείου, περιγράφει τη χρονική μεταβολή της θέσης του. Για ένα σημείο A (βλέπε *σχήμα 1*), που κινείται πάνω στην τροχιά A_k στο σύστημα αναφοράς xy ισχύει:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt} = \dot{l}(t) \quad (1)$$

Το άνωσμα \vec{v} της ταχύτητας, είναι εφαπτόμενο της τροχιάς, στο σημείο A και έχει τις συνισταμένες:

$$v_x = \frac{dl_x}{dt} = \dot{l}_x(t) \quad (2a)$$

$$v_y = \frac{dl_y}{dt} = \dot{l}_y(t) \quad (2\beta)$$

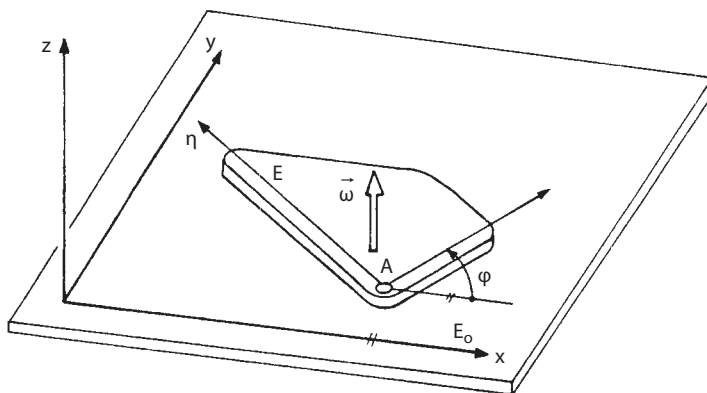


Σχήμα 1: Ταχύτητα ενός σημείου του μέλους E στο σύστημα αναφοράς xy.

Η γωνιακή ταχύτητα $\bar{\omega}$, περιγράφει τη χρονική μεταβολή της γωνίας περιστροφής φ , ενός μέλους (βλέπε σχήμα 2).

$$\omega = \pm \frac{d\varphi}{dt} = \pm \dot{\varphi}(t) \quad (3)$$

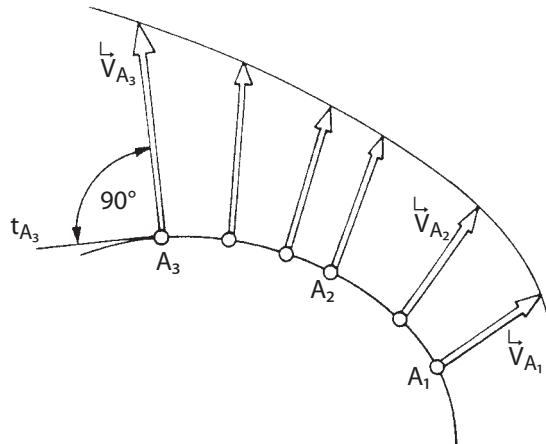
Η γωνιακή ταχύτητα είναι ένα άνυσμα, κάθετο στο επίπεδο του μηχανισμού (στην προκειμένη περίπτωση παράλληλο με τον άξονα z) και θεωρείται ότι έχει θετικό πρόσημο, για την περίπτωση φοράς περιστροφής, που συμβολίζεται στο σχήμα 2.



Σχήμα 2: Στρέψη του μέλους E στο σύστημα αναφοράς xy.

Μια εποπτική εικόνα της μεταβολής της ταχύτητας κατά την κίνηση ενός τυχαίου σημείου A αποκτάται, εάν οι ταχύτητες, σχεδιασθούν στραμμένες κατά 90° (συμβολισμός \vec{v}). Οι στραμμένες ταχύτητες, είναι κάθετες πάνω στην τροχιά του σημείου. Εάν

ενωθούν οι κορυφές των στράμμένων ανυσμάτων με μια γραμμή, όπως φαίνεται στο σχήμα 3, προκύπτει μια καμπύλη, που ονομάζεται οδογράφος της κινήσεως του σημείου A. Με τη βοήθεια της οδογράφου, μπορεί να προσδιορισθεί η ταχύτητα του σημείου A, για κάθε τυχαία θέση του, πάνω στην τροχιά του.



Σχήμα 3: Οδογράφος της κινήσεως ενός σημείου.

2.1.2 Προσδιορισμός των ταχυτήτων κατά την κίνηση ενός μέλους

2.1.2.1 Απλή στρέψη

Η ταχύτητα του τυχόντος σημείου κατά την απλή στρέψη ενός μέλους (βλ. σχήμα 4), υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (4)$$

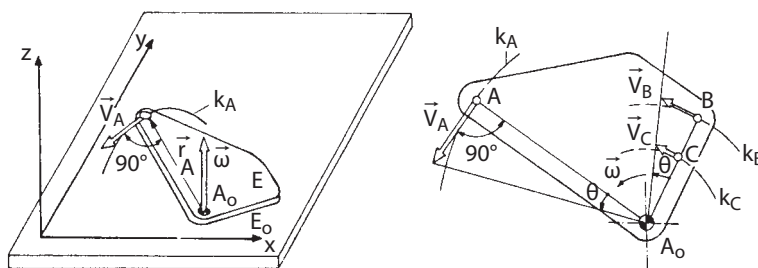
Η γωνία θ είναι σταθερή για όλα τα σημεία του μέλους και υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\tan \theta = \frac{\omega M_v}{M} \quad (5)$$

όπου M, M_v είναι οι κλίμακες αντιστοίχως για μήκη και ταχύτητες, για τις οποίες ισχύει ότι:

$$M = \frac{\text{μήκος σχεδίου}}{\text{μήκος μέλους}} \quad (6\alpha)$$

$$M_v = \frac{\text{μήκος ανύσματος ταχύτητας}}{\text{τιμή ταχύτητας}} \quad (6\beta)$$



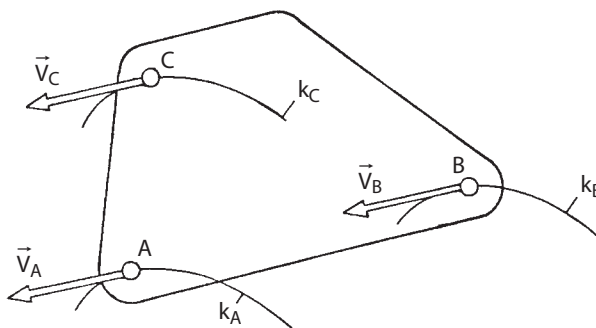
Σχήμα 4: Ταχύτητες σημείων ενός μέλους σε απλή περιστροφή.

Σε περίπτωση σταθερής γωνιακής ταχύτητας ω του μέλους, που να αντιστοιχεί σε n αριθμό στροφών, η εφαπτόμενη της γωνίας θ υπολογίζεται προφανώς από τη σχέση:

$$\tan\theta = \frac{2\pi n M_v}{M} \quad (7)$$

2.1.2.2 Απλή μεταφορά

Κατά την παράλληλο μεταφορά ενός μέλους, όλες οι ταχύτητες των σημείων του είναι ίσες (βλέπε σχήμα 5).



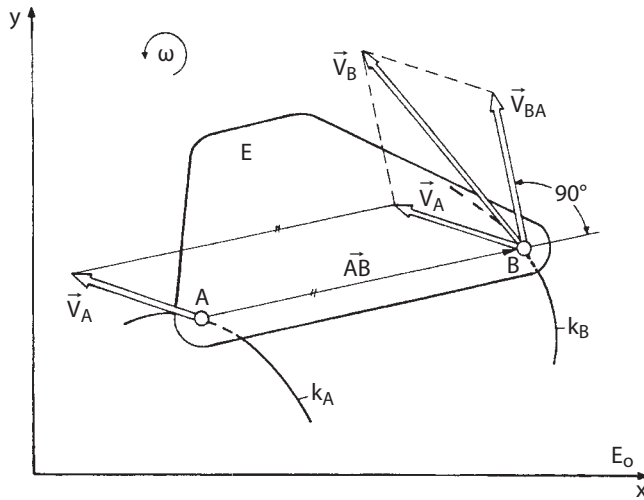
Σχήμα 5: Ταχύτητες σημείων ενός μέλους κατά απλή μεταφορά.

2.1.2.3 Γενική κίνηση

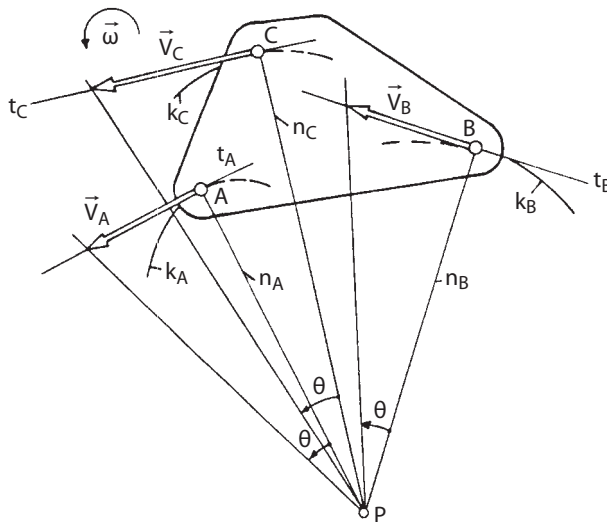
Η γενική κίνηση ενός μέλους μπορεί να αναλυθεί σε μια περιστροφική και μια μεταφορική κίνηση (βλέπε σχήμα 6). Κατά Euler ισχύει:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA} \quad (8)$$

Όλες οι κάθετες στα ανύσματα των ταχυτήτων και στα αντίστοιχα σημεία, τέμνονται σε ένα κοινό σημείο, που ονομάζεται πόλος της ταχύτητας (σημείο P στο σχήμα 7).



Σχήμα 6: Ανάλυση της γενική κινήσεως ενός μέλους E, σε μεταφορική και περιστροφική κίνηση.



Σχήμα 7: Πόλος ταχυτήτων (P) κατά τη γενική κίνηση ενός μέλους.

Εφαρμόζοντας τη σχέση (4) προκύπτει για τις διάφορες συνιστώσες της διανυσματικής εξίσωσης (8) ότι:

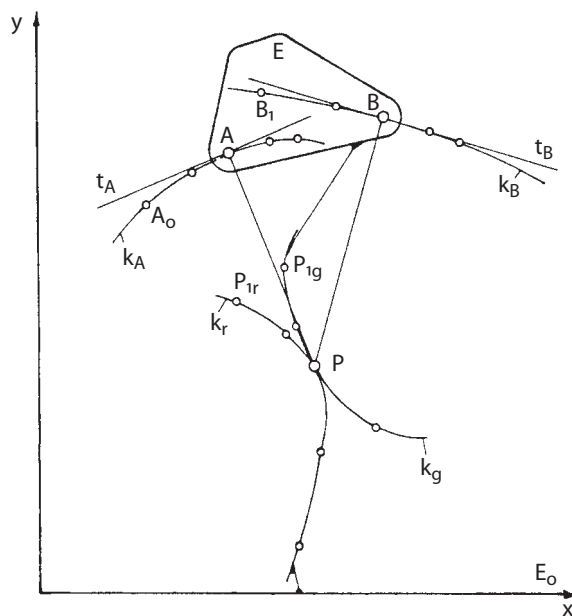
$$\vec{v}_A = \vec{\omega} \times \vec{PA} \tag{9a}$$

$$\vec{v}_B = \vec{\omega} \times \overline{PB} \quad (9\beta)$$

$$\vec{v}_{BA} = \vec{\omega} \times \overline{AB} \quad (9\gamma)$$

Ο γεωμετρικός τόπος των διαδοχικών θέσεων του πόλου ταχυτήτων, ονομάζεται τροχιά πόλων.

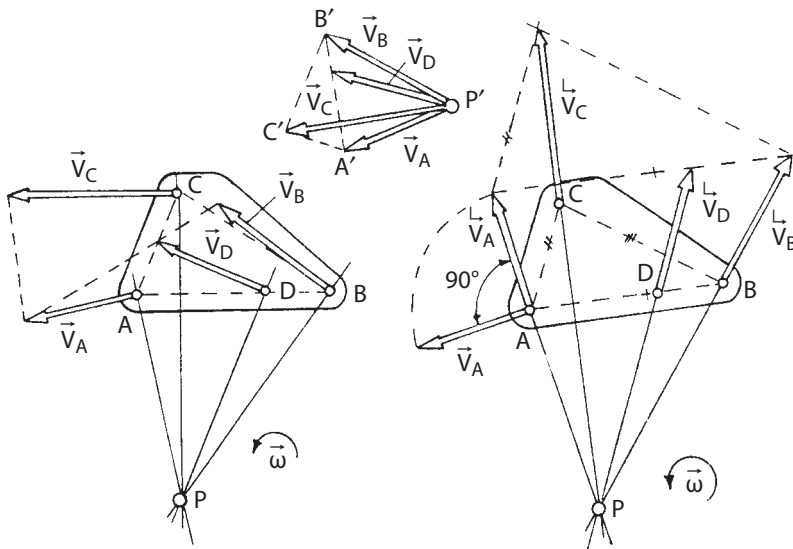
Διακρίνονται γενικά δύο τροχιές πόλων ταχυτήτων. Η ηρεμούσα τροχιά k_r (βλέπε σχήμα 8) και η κινούμενη τροχιά k_g . Η k_g , ευρίσκεται στο σύστημα αναφοράς του μέλους E, ενώ η k_r , στο ακίνητο σύστημα αναφοράς xy. Η κίνηση του μέλους E στο σύστημα αναφοράς xy, μπορεί να θεωρηθεί ισοδύναμη με μια κύληση χωρίς ολίσθηση, της τροχιάς k_g επί της τροχιάς k_r .



Σχήμα 8: Τροχιές πόλων ταχυτήτων κατά τη γενική κίνηση ενός μέλους.

Οι ταχύτητες των σημείων ενός μέλους, μπορούν να προσδιορισθούν με τη βοήθεια μιας από τις γραφικές παραστάσεις του σχήματος 9. Και στις τρεις περιπτώσεις, τα τρίγωνα που σχηματίζουν οι αιχμές τριών ανυσμάτων ταχυτήτων ενός μέλους, είναι όμοια με το τρίγωνο που σχηματίζουν τα αντίστοιχα σημεία του μέλους του μηχανισμού.

Κατά την πρώτη και την τρίτη γραφική δυνατότητα προσδιορισμού ταχυτήτων, χρησιμοποιείται το υπό κλίμακα σχέδιο της κινηματικής δομής του μηχανισμού, ενώ κατά τη μεσαία (διάγραμμα ταχυτήτων), η αρχή P' , εκλέγεται παράπλευρα του σχεδίου.



Σχήμα 9: Δυνατότητες προσδιορισμού των ταχυτήτων κατά την κίνηση ενός μέλους.

2.1.3 Προσδιορισμός ταχυτήτων κατά τη σχετική κίνηση τριών μελών

Κατά την κίνηση δύο μελών E_1, E_2 (βλέπε σχήμα 10), ως προς ένα μέλος αναφοράς, η **απόλυτη** κίνηση του E_2 ως προς το μέλος αναφοράς, προκύπτει από την επαλληλία της **σχετικής** κινήσεως του E_2 ως προς το E_1 και της **καθοδηγητικής** κινήσεως του E_1 , ως προς το μέλος αναφοράς. Εν προκειμένω ισχύει ότι:

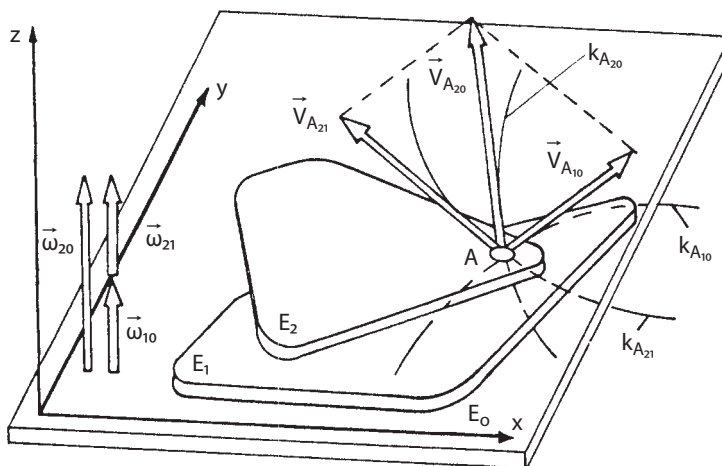
$$\vec{v}_{A_{20}} = \vec{v}_{A_{10}} + \vec{v}_{A_{21}} \quad (10)$$

$$\vec{\omega}_{20} = \vec{\omega}_{10} + \vec{\omega}_{21} \quad (11)$$

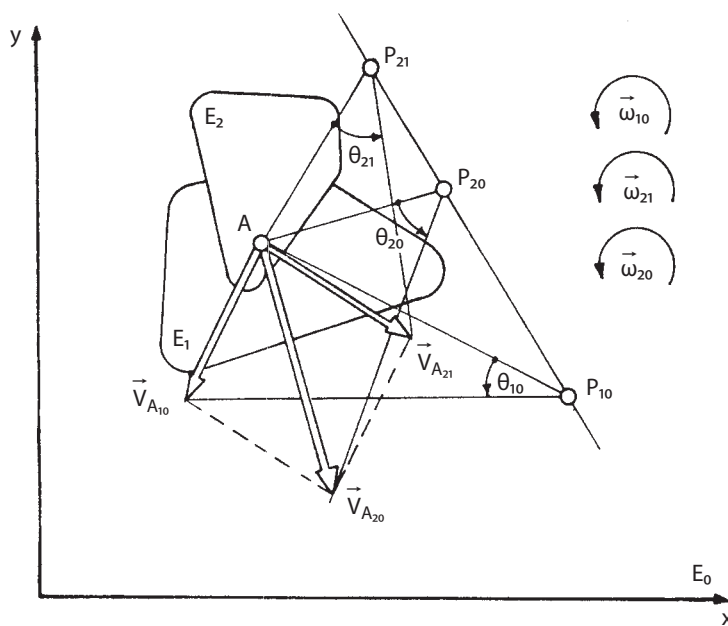
Κατά τη σχετική κίνηση τριών μελών οι πόλοι P_{10} (καθοδηγητικός), P_{20} (απόλυτος), και P_{21} (σχετικός), κείνται πάνω σε μια ευθεία (βλέπε σχήμα 11). Για τις αποστάσεις $\overline{P_{20}P_{21}}$ και $\overline{P_{10}P_{21}}$ ισχύει:

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = \pm \frac{\overline{P_{10}P_{21}}}{\overline{P_{20}P_{21}}} \quad (12)$$

Για τις θέσεις των πόλων, όπως φαίνεται στο σχήμα 11, ισχύει το πρόσημο $+$. Εάν ο σχετικός πόλος P_{21} κείται μέσα στο διάστημα $\overline{P_{20}P_{10}}$ τότε ισχύει το πρόσημο $-$.



Σχήμα 10: Προσδιορισμός ταχυτήτων κατά τη σχετική κίνηση τριών μελών.



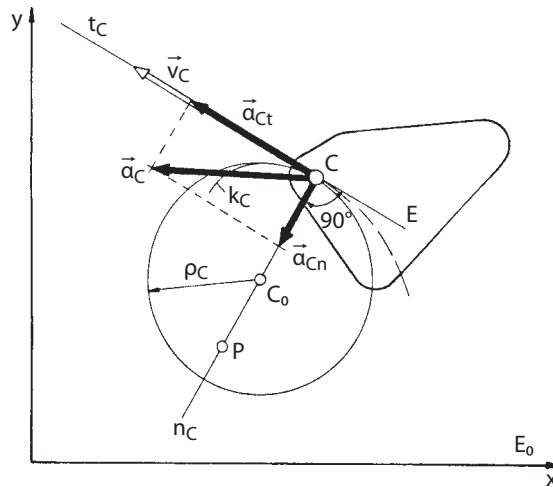
Σχήμα 11: Σχετικοί πόλοι ταχυτήτων κατά τη σχετική κίνηση τριών μελών.

2.2 Προσδιορισμός επιταχύνσεων

2.2.1 Επιταχύνσεις και συμβολισμοί τους

Σαν επιτάχυνση \vec{a} του σημείου C ενός μέλους E (βλέπε σχήμα 12), ορίζεται η χρονική μεταβολή της ταχύτητάς του:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} . \quad (13)$$



Σχήμα 12: Επιτάχυνση σημείου και ανάλυση αυτής σε επιτρόχιο και κεντρομόλο.

Η επιτάχυνση μεταβάλλεται κατά την κίνηση του σημείου C, πάνω στην τροχιά του k_C . Ένα μέτρο για τη μεταβολή της διεύθυνσής της, είναι η προβολή του διανύσματος της επιταχύνσεως, πάνω στην κάθετο επί της τροχιάς, στο σημείο C (κεντρομόλος επιτάχυνση). Η προβολή της επιταχύνσεως πάνω στην εφαπτομένη της τροχιάς στο σημείο C, είναι ένα μέτρο για τη μεταβολή του μεγέθους της (επιτρόχιος επιτάχυνση). Για την κεντρομόλο a_n και την επιτρόχιο a_t επιτάχυνση, ισχύουν οι σχέσεις:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}, \quad a_t = \frac{dv}{dt} \quad (14\alpha, \beta)$$

$$\text{και} \quad \vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \quad (14\gamma)$$

Με ρ συμβολίζεται η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς k_C στο σημείο C. Μέθοδοι για τον γραφικό, ή αναλυτικό προσδιορισμό της ακτίνας καμπυλότητας αναφέρονται στο κεφάλαιο 5.3.3 του παρόντος τεύχους.

Επειδή η κεντρομόλος είναι κάθετος στην επιτρόχιο, η τιμή της επιταχύνσεως δίδεται προφανώς από τη σχέση:

$$\alpha = \sqrt{\alpha_n^2 + \alpha_t^2} \quad (15)$$

2.2.2 Προσδιορισμός επιταχύνσεων κατά την κίνηση ενός μέλους

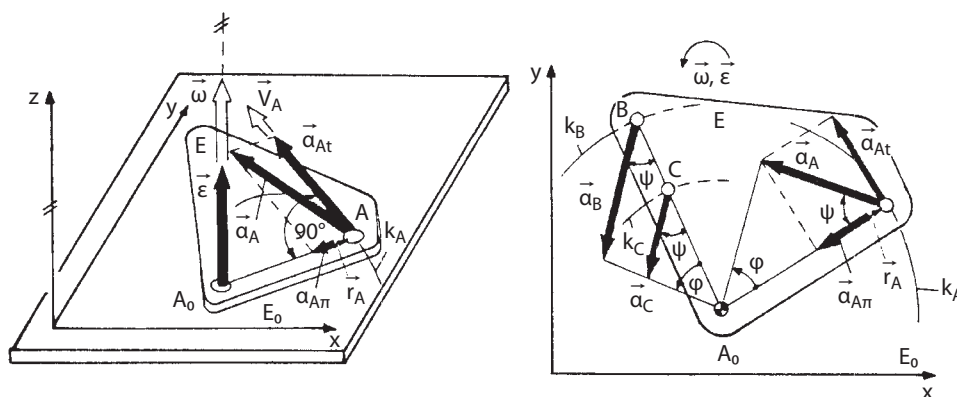
2.2.2.1 Απλή στρέψη

Κατά την απλή στρέψη ενός μέλους, γύρω από ένα άξονα περιστροφής (βλέπε σχήμα 13), για τις επιταχύνσεις τυχόντων σημείων, ισχύουν οι σχέσεις:

$$\vec{\alpha}_n = -\frac{v^2}{r^2} \cdot \vec{r} = -\omega^2 \cdot \vec{r} \quad (16\alpha)$$

$$\vec{\alpha}_t = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} \quad (16\beta)$$

όπου ε είναι η γωνιακή επιτάχυνση του μέλους, ως προς τον άξονα περιστροφής.



Σχήμα 13: Προσδιορισμός επιταχύνσεως κατά την απλή περιστροφή ενός μέλους.

Για την τιμή επιταχύνσεως, λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις (16α) και (16β) ισχύει επομένως ότι:

$$\alpha = r\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} \quad (17)$$

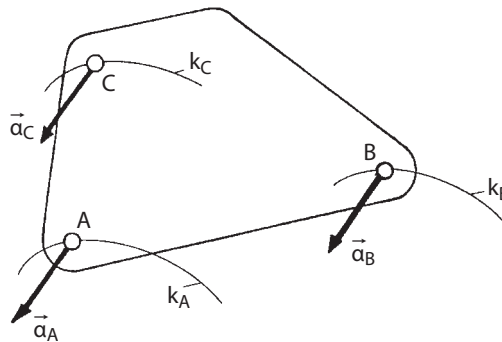
Η γωνία ψ μεταξύ της επιταχύνσεως και της διανυσματικής ακτίνας του τυχόντος σημείου, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\tan\psi = \frac{\alpha_t}{\alpha_n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2} \quad (18)$$

και άρα είναι ανεξάρτητη από την απόσταση \bar{r} από το κέντρο περιστροφής. Η επιτάχυνση του τυχόντος σημείου, σχηματίζει επομένως με την εκάστοτε ακτίνα, μια σταθερή γωνία ψ , ως προς τον άξονα περιστροφής

2.2.2.2 Απλή μεταφορά

Κατά την απλή μεταφορά ενός μέλους, όλες οι επιταχύνσεις των σημείων του, είναι διανυσματικά ίσες (βλέπε σχήμα 14).



Σχήμα 14: Επιταχύνσεις σημείων ενός μέλους κατά απλή μεταφορά.

2.2.2.3 Γενική κίνηση

Κατά τη γενική κίνηση ενός μέλους, οι επιταχύνσεις τυχόντων σημείων του, όπως π.χ. του σημείου B, (βλέπε σχήμα 15) προσδιορίζονται με τη βοήθεια της γνωστής επιταχύνσεως ενός άλλου σημείου π.χ. του σημείου A, βάσει των σχέσεων:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} \quad (19)$$

Για τα επιμέρους ανύσματα της παραπάνω σχέσεως ισχύει ότι:

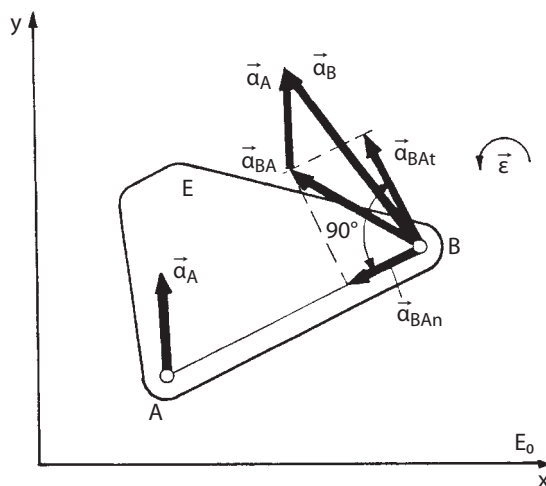
$$\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA_n} + \vec{a}_{BA_t} \quad (20\alpha)$$

$$\vec{a}_{BA_n} = -\omega^2 \cdot \overline{AB} \quad (20\beta)$$

$$\vec{a}_{BA_t} = \vec{\varepsilon} \times \overline{AB} \quad (20\gamma)$$

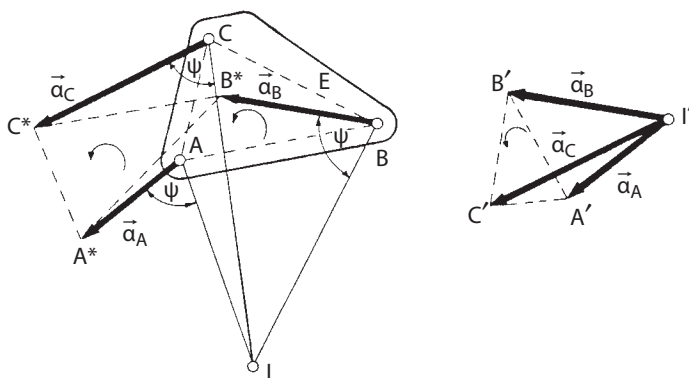
Η κεντρομόλος επιτάχυνση δίδεται από την εξίσωση:

$$\alpha_{BA_n} = \omega^2 \cdot \overline{AB} = \frac{v_{AB}^2}{\overline{AB}} \quad (21)$$



Σχήμα 15: Προσδιορισμός επιταχύνσεως σημείου, με τη βοήθεια της επιταχύνσεως άλλου σημείου, του ίδιου μέλους (κατά Euler).

Ο προσδιορισμός των επιταχύνσεων τυχόντων σημείων, κατά τη γενική κίνηση ενός μέλους, μπορεί να γίνει γραφικά εάν είναι γνωστές οι επιταχύνσεις δύο σημείων του μέλους, με τη βοήθεια του σχεδίου του μέλους, ή βάσει του διαγράμματος επιταχύνσεων (βλέπε σχήμα 16).



Σχήμα 16: Προσδιορισμός επιταχύνσεων σημείων επί του σχεδίου του μέλους ή με τη βοήθεια του διαγράμματος επιταχύνσεων.

Για τον πρώτο τρόπο ισχύει η πρόταση του Burmester, κατά την οποία το τρίγωνο $A^*B^*C^*$ είναι όμοιο με το τρίγωνο ABC .

Για το διάγραμμα επιταχύνσεων ισχύει η πρόταση του Mehmke, ότι το τρίγωνο $A'B'C'$ είναι όμοιο με το τρίγωνο ABC .

Το σημείο Ι' στο διάγραμμα των επιταχύνσεων, αντιστοιχεί στο σημείο Ι και καλείται πόλος επιταχύνσεων. Για το εκάστοτε σημείο Ι αποδεικνύεται, ότι η επιτάχυνσή του, στη στιγμιαία θέση του μηχανισμού, είναι ίση με το μηδέν. Γενικά ο πόλος επιταχύνσεων, δεν συμπίπτει με τον αντίστοιχο πόλο ταχυτήτων.

2.2.3 Προσδιορισμός επιταχύνσεων κατά τη σχετική κίνηση τριών μελών

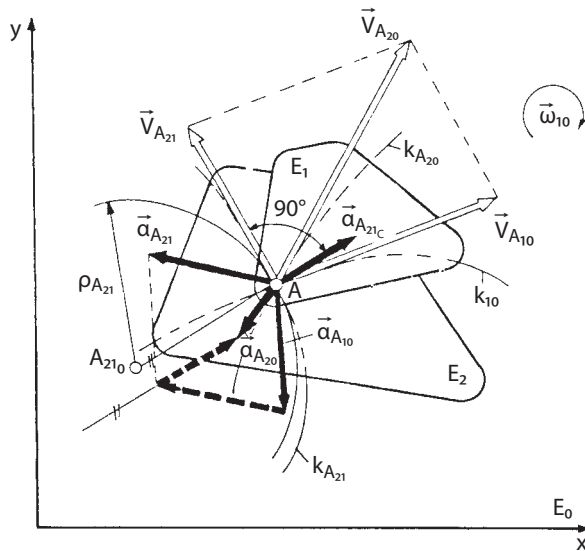
Κατά τη σχετική κίνηση ενός μέλους E_2 (βλέπε σχήμα 17), ως προς το καθοδηγητικό μέλος E_1 , που κινείται στο σύστημα xy , του μέλους αναφοράς, η απόλυτος επιτάχυνση $a_{A_{20}}$ υπολογίζεται με τη βοήθεια της σχετικής επιταχύνσεως $a_{A_{21}}$, της οδηγητικής $a_{A_{10}}$ και της επιταχύνσεως Coriolis $a_{A_{21C}}$ από την ακόλουθη σχέση:

$$\vec{a}_{A_{20}} = \vec{a}_{A_{10}} + \vec{a}_{A_{21}} + \vec{a}_{A_{21C}} \quad (22)$$

όπου:

$$\vec{a}_{A_{21C}} = 2\vec{\omega}_{10} \times \vec{v}_{A_{21}} \quad (23\alpha)$$

$$a_{A_{21C}} = 2\omega_{10} \cdot v_{A_{21}} \quad (23\beta)$$



Σχήμα 17: Προσδιορισμός επιταχύνσεων κατά τη σχετική κίνηση τριών μελών.

Η Coriolis-επιτάχυνση είναι ένα άνυσμα, κάθετο στη σχετική ταχύτητα και στραμμένο ως προς αυτή, κατά τη φορά περιστροφής της οδηγητικής γωνιακής ταχύτητας κατά 90° .

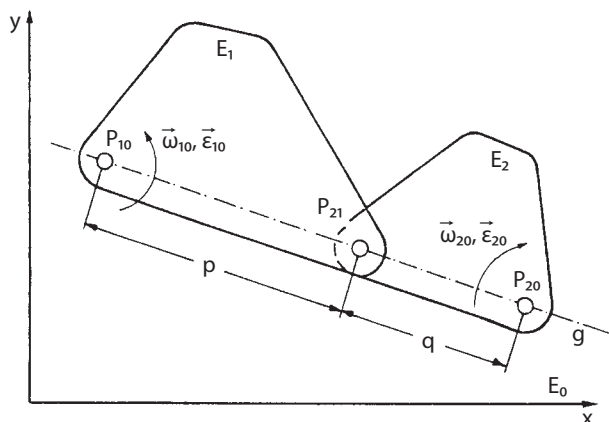
Η επιτάχυνση Coriolis δημιουργείται, επειδή μεταβάλλεται η σχετική ταχύτητα μέσω της οδηγητικής κινήσεως. Η σχετική επιτάχυνση αναλύεται σε επιτρόχιο και κεντρομό-

λο συνιστώσα. Για την κεντρομόλο ισχύει:

$$\alpha_{A_{21n}} = \frac{v_{A_{21}}^2}{\rho_{A_{21}}}. \quad (24)$$

Εάν η σχετική κίνηση του μέλους E_2 ως προς το E_1 είναι ευθύγραμμη, τότε μηδενίζεται η επιτάχυνση $\alpha_{A_{21n}}$ ($\rho_{A_{21}} = \infty$).

Κατά την κίνηση τριών μελών, η απόλυτη γωνιακή επιτάχυνση μπορεί να υπολογισθεί με τη βοήθεια της μεθόδου L.R. König (βλέπε σχήμα 18).



Σχήμα 18: Προσδιορισμός γωνιακής επιταχύνσεως κατά τη σχετική κίνηση τριών μελών κατά τη μέθοδο L.R. König.

Οι πόλοι P_{10}, P_{20}, P_{21} κείνται όπως είναι γνωστό, πάνω σε μια ευθεία (στο σχήμα 18, στην ευθεία g). Εάν είναι γνωστές η γωνιακή ταχύτητα ω_{10} και η γωνιακή επιτάχυνση ϵ_{10} , τότε μπορεί να υπολογισθεί το μέτρο της γωνιακής επιταχύνσεως $\dot{\omega}_{20}$, ($= \epsilon_{20}$) από τη σχέση:

$$\dot{\omega}_{20} = \frac{1}{q} \left(\omega_{10} \cdot \dot{p} - \omega_{10} \frac{p}{q} \dot{q} + \dot{\omega}_{10} \cdot p \right). \quad (25)$$

Εν προκειμένω ισχύουν οι σχέσεις:

$$p = \overline{P_{10}P_{21}} \quad (26\alpha)$$

$$q = \overline{P_{20}P_{21}} \quad (26\beta)$$

$$\dot{p} = \frac{dp}{dt} \quad (26\gamma)$$

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt} \quad (26\delta)$$

ή και \dot{p} είναι θετικά όταν οι αποστάσεις q και p μεγαλώνουν.

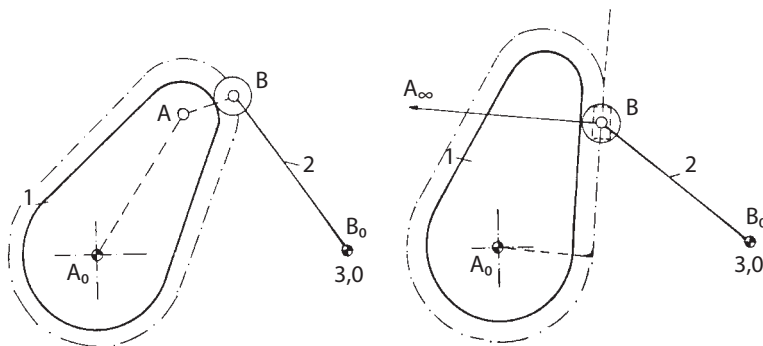
Η τιμή της γωνιακής επιταχύνσεως ω_{20} είναι θετική, εάν η γωνιακή επιτάχυνση ε_{20} και η γωνιακή ταχύτητα ω_{20} , είναι ομόρροπες.

2.2.4 Προσδιορισμός επιταχύνσεων με τη βοήθεια ισοδυνάμων μηχανισμών

Ισοδύναμοι μηχανισμοί θεωρούνται εκείνοι, που σε μια, ή και περισσότερες πεπερασμένες, ή απείρως γειτονικές θέσεις τους, ορισμένα κινηματικά μεγέθη τους ταυτίζονται.

Δύο μηχανισμοί, είναι ως προς τις επιταχύνσεις ισοδύναμοι, εάν σε τρεις απείρως γειτονικά θέσεις περιστροφής των μηχανισμών, στην περιοχή του εκάστοτε εξεταζόμενου σημείου, υπάρχουν οι ίδιες γεωμετρικές συνθήκες καμπυλότητας.

Ειδικά για μηχανισμούς με οδηγητικές καμπύλες, σε κάθε θέση περιστροφής τους, αντιστοιχεί ένας γεωμετρικά διαφορετικός, ισοδύναμος όμως, ως προς τις επιταχύνσεις μηχανισμός (βλέπε σχήμα 19).



Σχήμα 19: Ισοδύναμοι μηχανισμοί για δύο διαφορετικές θέσεις περιστροφής ενός μηχανισμού με οδηγητική καμπύλη.

Αριστερά στο σχήμα 19, ο μηχανισμός στην παριστάμενη θέση περιστροφής, έχει αντικατασταθεί με ένα μηχανισμό με τέσσερα μέλη. Το μέλος AB, έχει μήκος ίσο με την απόσταση των κέντρων καμπυλότητας των οδηγητικών καμπυλών, στο σημείο επαφής τους.

Δεξιά στο σχήμα 19, το μέλος AB, έχει αντικατασταθεί με μια άρθρωση ολισθήσεως, γιατί η οδηγητική καμπύλη 1, στη θέση αυτή της περιστροφής, έχει άπειρη ακτίνα καμπυλότητας.

Με τη βοήθεια ισοδυνάμων μηχανισμών, μπορούν πολύ εύκολα, με τις διάφορες μεθόδους που αναπτύχθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, να προσδιορισθούν οι επιταχύνσεις διαφόρων σημείων ενός μηχανισμού.