

Α. ΦΩΤΙΟΥ – Ε. ΛΙΒΙΕΡΑΤΟΣ

Γεωμετρική ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ και Δίκτυα



γεωειδές - ελλειψοειδές
συστήματα αναφοράς
γεωδαιτικό datum
παρατηρήσεις και αναγωγές
προβολικά συστήματα
μετασχηματισμοί συντεταγμένων
δίκτυα και ποιοτικοί έλεγχοι
δορυφορικό σύστημα GPS



ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ZHTH
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ

Αριστείδης Φωτίου

Καθηγητής Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

Ευάγγελος Λιβιεράτος

Καθηγητής Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

© Copyright 2000, Α. Φωτίου - Ε. Λιβιεράτος

Geometric Geodesy and Networks

A. Fotiou - E. Livieratos, 2000

The Aristotle University of Thessaloniki, Greece

ISBN 960-431-612-5

Η κατά οποιονδήποτε τρόπο αναπαραγωγή, δημοσίευση ή χρησιμοποίηση όλου ή μερών του βιβλίου αυτού απαγορεύεται χωρίς την έγγραφη έγκριση των συγγραφέων, εξαιρουμένης της επιστημονικής αναφοράς.



Φωτοστοιχειοθεσία - Εκτύπωση: Π. ΖΗΤΗ & Σια ΟΕ

18° κλμ Θεσσαλονίκης-Περαίας

Τ.Θ. 171, Νέοι Επιβάτες, Θεσ/νίκη, Τ.Κ. 570 19

☎ (0392) 72 222 (3 γραμμές) • Fax (0392) 72 229

Βιβλιοπωλείο: ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ

Αρμενοπούλου 27

Τ.Κ. 546 35, Θεσσαλονίκη

☎ (031) 203 720 • Fax (031) 211 305

www.ziti.gr

e-mail: info@ziti.gr

Πρόλογος

Το βιβλίο αυτό αποτελεί ουσιαστική αναθεώρηση και βελτίωση της ύλης του βιβλίου “Ελλειψοειδής Γεωδαισία και Γεωδαιτικά δίκτυα”, 2^η έκδοση, των ιδίων συγγραφέων, σε τέτοια έκταση που να μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα νέο σύγγραμμα. Κύριο στοιχείο αποτελεί η προσπάθεια εμπλουτισμού της ύλης με σύγχρονες γεωδαιτικές έννοιες και μεθόδους, μετά και από την επικράτηση την τελευταία δεκαετία των δορυφορικών μεθόδων στα προβλήματα προσδιορισμού θέσης. Παράλληλα, οι κλασικές γεωδαιτικές μέθοδοι και εφαρμογές, μερικές από τις οποίες δεν πρόκειται ποτέ να χάσουν την αξία τους, αναπτύσσονται σε ικανοποιητικό βαθμό και συνδυάζονται κατάλληλα με τις σύγχρονες. Η ύλη καλύπτει το Γεωμετρικό μέρος της Γεωδαισίας με έμφαση στον προσδιορισμό θέσης μέσω της ίδρυσης και επίλυσης Δικτύων καθώς και στα προβολικά συστήματα και datum με έμφαση την ελληνική πραγματικότητα.

Η 15χρονη εμπειρία διδασκαλίας του πρώτου εκ των συγγραφέων (ΑΦ), του ομώνυμου υποχρεωτικού μαθήματος στους φοιτητές του 6ου εξαμήνου του Τμήματος Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του ΑΠΘ, αλλά και η επι σειρά ετών, παλαιότερα, διδασκαλία από τον δεύτερο συγγραφέα (ΕΛ), αποτέλεσαν καθοριστικό οδηγό για τη συγγραφή του παρόντος βιβλίου, πέρα από την απαίτηση που επιβάλλουν οι σύγχρονες γεωδαιτικές εξελίξεις. Το βιβλίο αυτό πιστεύουμε ότι αποτελεί σημαντικό βοήθημα όχι μόνο κατά τη διάρκεια των σπουδών αλλά και στη συνέχεια, εισάγοντας επιπλέον τον αναγνώστη και σε άλλες γεωδαιτικές περιοχές, όπως είναι η Φυσική Γεωδαισία, η Δορυφορική ή Διαστημική Γεωδαισία και η Γεωδυναμική.

Δεν θα ήταν υπερβολή να τονισθεί ότι η κατανόηση των γεωδαιτικών εννοιών και μεθόδων που διατρέχουν την ύλη του βιβλίου, οδηγεί και στην αναβάθμιση του ρόλου του Τοπογράφου Μηχανικού στην καθημερινή πρακτική. Προβλήματα όπως είναι οι μετασχηματισμοί συντεταγμένων και η συσχέτιση γεωμετρικής πληροφορίας μεταξύ διαφορετικών προβολικών συστημάτων και γεωδαιτικών datum, οι αναγωγές των παρατηρήσεων του γήινου χώρου στην επιφάνεια αναφοράς, οι συνορθώσεις και ο προσδιορισμός συντεταγμένων, ο ποιοτικός έλεγχος της ακρίβειας και αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων της συνόρθωσης των δικτύων, η ίδρυση και επίλυση δικτύων μέσω του δορυφορικού συστήματος GPS, κλπ., εμπλέκονται συχνά στην τρέχουσα γεωδαιτική και τοπογραφική πρακτική.

Οι εργασίες για τη δημιουργία του Εθνικού Κτηματολογίου στη χώρα μας και τα μεγάλα έργα υποδομής, σε συνδυασμό με τη χρήση των γεωγραφικών συστημάτων πληροφοριών και των ψηφιακών φωτογραμμετρικών και χαρτογραφικών απεικονίσεων, προϋποθέτουν ένα αξιόπιστο γεωμετρικό γεωδαιτικό υπόβαθρο που μόνο μία σωστή γεωδαιτική κατάρτιση και υποδομή μπορεί να προσφέρει.

Η ύλη του βιβλίου υποδιαιρείται σε 10 κεφάλαια και δύο παραρτήματα. Για την ευκολότερη ανάγνωση, θεωρούνται απαραίτητες βασικές γνώσεις, κυρίως από την Τοπογραφία και τα Τοπογραφικά Δίκτυα, τις Συνορθώσεις Παρατηρήσεων, τη Γραμμική Άλγεβρα και τη Γεωδαιτική Αστρονομία. Στο Παράρτημα Α δίνονται αρκετές από τις αποδείξεις μαθηματικών σχέσεων, μέσω παραπομπών από τα αντίστοιχα κεφάλαια, ενώ στο Παράρτημα Β περιγράφονται τα μοντέλα του μετασχηματισμού ομοιότητας.

Στο Κεφ. 1 αναλύεται το αντικείμενο της Γεωδαισίας και ειδικότερα της Γεωμετρικής Γεωδαισίας και των Δικτύων καθώς και η σχέση του με άλλες συγγενείς επιστήμες και γεωδαιτικές περιοχές. Γίνεται μια ιστορική αναδρομή και αναφέρονται οι σημαντικότεροι σταθμοί εξέλιξης της επιστήμης της Γεωδαισίας, από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα. Εκτεταμένη αναφορά γίνεται επίσης για τις γεωδαιτικές εργασίες στη χώρας μας.

Στο Κεφ. 2 ορίζονται οι επιφάνειες αναφοράς σε σχέση με το σχήμα της γης (γεωειδές, σφαίρα, ελλειψοειδές), τον προσδιορισμό θέσης και την επίδραση του γήινου πεδίου βαρύτητας. Ορίζονται οι γεωδαιτικές και αστρονομικές συντεταγμένες, οι χωροσταθμικές επιφάνειες, η απόκλιση της κατακόρυφου και οι παράμετροι ορισμού του Ελλειψοειδούς Εκ Περιστροφής (ΕΕΠ). Στο Κεφ. 3 αναπτύσσεται η γεωμετρία του ΕΕΠ, τα χαρακτηριστικά και οι ιδιότητες γραμμών και σχημάτων στο ΕΕΠ και τα θεμελιώδη προβλήματα (γεωδαιτική μεταφορά).

Στο Κεφ. 4 ορίζονται τα επίσημα διεθνή επίγεια και ουράνια ή αδρανειακά συστήματα και πλαίσια αναφοράς, αναδεικνύεται ο ρόλος των παραμέτρων περιστροφής της γης καθώς και ο ρόλος Διεθνών Υπηρεσιών. Επίσης, περιγράφονται τα συστήματα χρόνου που εμπλέκονται στα προβλήματα μετασχηματισμών. Στο Κεφ. 5 δίνονται καταρχήν οι απαραίτητες σχέσεις μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων γεωδαιτικών συστημάτων και εξάγονται οι εξισώσεις Laplace, απαραίτητες για τις αναγωγές των γωνιακών παρατηρήσεων και την κλασική διαδικασία προσδιορισμού ενός γεωδαιτικού datum. Ορίζεται η έννοια του γεωδαιτικού συστήματος αναφοράς και περιγράφεται ο τρόπος υλοποίησής του (κλασικός και σύγχρονος). Περιγράφονται τα ελληνικά γεωδαιτικά datum και τα μαθηματικά μοντέλα για τη βέλτιστη προσαρμογή του ΕΕΠ στο γεωειδές.

Το Κεφ. 6 ασχολείται με τις αναγωγές των κλασικών γεωδαιτικών παρατηρήσεων από το γήινο χώρο στο ελλειψοειδές αναφοράς.

Στο Κεφ. 7 αναπτύσσεται η θεωρία των απεικονίσεων του ΕΕΠ στο προβολικό επίπεδο με έμφαση στην ελληνική πραγματικότητα. Δίνονται οι απαραίτητες σχέσεις για την επίλυση όλων των προβλημάτων μετασχηματισμού συντεταγμένων και αναγωγών γεωδαιτικών ποσοτήτων στο προβολικό επίπεδο, τόσο της απεικόνισης Hatt όσο και της Εγκάρσιας Μερκατορικής, σε συνδυασμό και με τις αλλαγές των γεωδαιτικών datum.

Στο Κεφ. 8 εισάγεται η έννοια του γεωδαιτικού δικτύου, μορφώνονται οι εξισώσεις παρατηρήσεων στο ΕΕΠ και στο προβολικό επίπεδο και σχολιάζεται η δομή βασικών πινάκων της συνόρθωσης μεγάλων δικτύων. Το Κεφ. 9 ασχολείται με τον ποιοτικό έλεγχο των δικτύων και τα προβλήματα βελτιστοποίησης. Ορίζονται οι έννοιες της ακρίβειας και αξιοπιστίας, δίνονται διάφορα κριτήρια και μέτρα και διατυπώνονται οι στατιστικοί έλεγχοι υποθέσεων για τον έλεγχο της αξιοπιστίας.

Τέλος, το Κεφ. 10 αφιερώνεται αποκλειστικά στο δορυφορικό σύστημα GPS. Γίνεται μια περιγραφή του συστήματος, αναλύεται η διαδικασία των μετρήσεων GPS και εξάγονται οι αντίστοιχες εξισώσεις παρατηρήσεων. Το πρόβλημα του σχετικού προσδιορισμού θέσης εξετάζεται μέσω της χρήσης κατάλληλων γραμμικών συνδυασμών των πρωτογενών παρατηρήσεων. Διατυπώνονται χρήσιμα σχόλια και τεχνικές για τη συνόρθωση, την αξιολόγηση και το σχεδιασμό των δικτύων GPS.

Θεσσαλονίκη, Απρίλιος 2000

Α Φωτίου - Ε. Λιβιεράτος

Περιεχόμενα

Συμβολισμοί.....	xiii
Συντμήσεις.....	xv
1. Αντικείμενο και εξέλιξη της γεωδαισίας	1
1.1. Το αντικείμενο της Γεωδαισίας.....	1
1.2. Η Γεωμετρική Γεωδαισία.....	3
1.3. Η εξέλιξη της Γεωδαισίας.....	6
1.3.1. Ελληνική περίοδος (6ος π.Χ.-4ος μ.Χ. αιώνας).....	6
1.3.2. Μεσαίωνας, Βυζάντιο και Άραβες (5ος-15ος αιώνας).....	12
1.3.3. Τριγωνισμός και ελλειψοειδές μοντέλο γης (16ος-17ος αιώνας).....	13
1.3.4. Η μεγάλη γεωδαιτική ανάπτυξη (18ος-19ος αιώνας).....	16
1.3.5. Η εποχή της Δορυφορικής Γεωδαισίας (20ος αιώνας).....	20
1.4. Η διεθνής συνεργασία στη γεωδαισία.....	21
1.5. Οι γεωδαιτικές εργασίες στην Ελλάδα	23
1.5.1. Έναρξη εργασιών (τέλη 18ου αιώνα).....	23
1.5.2. Μετά τον Β΄ παγκόσμιο πόλεμο.....	25
1.5.3. Ίδρυση νέου γεωδαιτικού datum (ΕΓΣΑ 87).....	26
2. Επιφάνειες αναφοράς και προσδιορισμός θέσης.....	33
2.1. Σχήμα γης και επιφάνειες αναφοράς.....	33
2.1.1. Η πραγματική γήινη επιφάνεια.....	33
2.1.2. Το οριζόντιο επίπεδο	34
2.1.3. Σφαιρικό και Ελλειψοειδές μοντέλο γης.....	35
2.1.4. Γεωειδές και Μέση Στάθμη Θάλασσας.....	37
2.2. Σχέση ελλειψοειδούς και γεωειδούς.....	39
2.2.1. Βασική σχέση υψόμετρων.....	40
2.3. Ελλειψοειδές και γεωδαιτικές συντεταγμένες	44
2.3.1. Γήινο και Γεωδαιτικό ΕΕΠ.....	49
2.3.2. Σχέση καρτεσιανών και ελλειψοειδών συντεταγμένων.....	50
2.3.3. Προσαρμογή ΕΕΠ στο γεωειδές	52
2.4. Γήινο πεδίο βαρύτητας και προσδιορισμός θέσης.....	54
2.4.1. Χωροσταθμικές ή ισοδυναμικές επιφάνειες	56
2.4.2. Αστρονομικές συντεταγμένες	58
2.4.3. Απόκλιση κατακορύφου	60
2.4.4. Χωροσταθμικές επιφάνειες και υψόμετρα	64
2.5. Παράμετροι ορισμού ΕΕΠ.....	67
3. Γεωμετρία ΕΕΠ και γεωδαιτική μεταφορά	73
3.1. Γεωμετρικές παράμετροι ΕΕΠ	73
3.2. Εξιώσεις ΕΕΠ και μεσημβρινή έλλειψη.....	75

3.2.1. Γεωκεντρική γωνία και ανηγμένο πλάτος	76
3.3. Ακτίνες καμπυλότητας του ΕΕΠ	78
3.3.1. Πρώτη κάθετη τομή. Θεώρημα του Meusnier.....	78
3.3.2. Μεσημβρινή τομή.	80
3.3.3. Τυχούσα κάθετη τομή. Θεώρημα του Euler	81
3.3.4. Μέση ακτίνα καμπυλότητας (ακτίνα Gauss).	82
3.4. Χρήσιμες διαφορικές σχέσεις.....	84
3.5. Μήκος τόξου μεσημβρινού.....	85
3.6. Μήκος τόξου παραλλήλου.....	88
3.7. Εμβαδόν ελλειψοειδούς τραπεζίου	88
3.8. Γραμμές του ΕΕΠ.....	90
3.8.1. Κάθετη τομή (κτ.).....	90
Προσανατολισμός ή αξιμούθιο της κάθετης τομής.....	91
Γωνία μεταξύ δύο αντιστόφων καθέτων επιπέδων.....	94
Γωνία μεταξύ δύο αντιστόφων καθέτων τομών	94
3.8.2. Γεωδαισιακή γραμμή (γγ) και θεώρημα του Clairaut.....	96
Διερεύνηση του θεωρήματος Clairaut.....	97
3.8.3. Αναπτύξεις Puiseux-Weingarten.....	98
3.8.4. Διαφορά αξιμουθίου κτ. και γγ.....	100
3.8.5. Διαφορά μήκους κτ και γγ.....	101
3.9. Γεωδαιτική μεταφορά	103
3.9.1. Το ευθύ πρόβλημα για γγ. μικρού μήκους.....	104
3.9.2. Το αντίστροφο πρόβλημα για γγ. μικρού μήκους.....	105
3.9.3. Γεωδαιτική μεταφορά για μεγάλες πλευρές	107
3.9.4. Γεωδαιτική μεταφορά στη σφαίρα.....	109
3.10. Κλασική επίλυση γεωδαισιακού τριγώνου.....	110
4. Διεθνή Συστήματα Αναφοράς	113
4.1. Βασικές έννοιες και ορισμοί.....	113
4.1.1. Επίγειο γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς.....	114
4.1.2. Αδρανειακό σύστημα αναφοράς.....	115
Ο ρόλος της θεωρίας της Σχετικότητας.....	116
4.2. Είδη αδρανειακών συστημάτων	117
4.2.1. Αστρικό αδρανειακό σύστημα.....	117
4.2.2. Εξωγαλαξιακό αδρανειακό σύστημα	118
4.2.3. Δυναμικό αδρανειακό σύστημα.....	118
4.3. Σύστημα Αναφοράς και Πλαίσιο Αναφοράς.....	119
4.4. Ο ρόλος της περιστροφής της γης	121
4.5. Η IERS και τα Διεθνή Συστήματα και Πλαίσια Αναφοράς	123
4.5.1. Το Διεθνές Ουράνιο Σύστημα Αναφοράς (ICRS).....	124
4.5.2. Το Διεθνές Ουράνιο Πλαίσιο Αναφοράς (ICRF).....	125
4.5.3. Το Διεθνές Επίγειο Σύστημα Αναφοράς (ITRS).....	125
4.5.4. Το Διεθνές Επίγειο Πλαίσιο Αναφοράς (ITRF).....	126
4.5.5. ITRF και Γεωδαιτικό Datum.....	129
4.5.6. Ευρωπαϊκό Σύστημα και Πλαίσιο Αναφοράς (ETRS, ETRF)..	129
4.6. Η Διεθνής Υπηρεσία GPS (IGS).....	131

4.7. Το σύστημα WGS84.....	132
4.8. Συστήματα χρόνου.....	133
Δυναμικός βαρυκεντρικός και επίγειος χρόνος.....	135
Παγκόσμιος και αστρικός χρόνος.....	135
Ατομικός χρόνος.....	137
Παγκόσμιος συντονισμένος χρόνος.....	138
Χρόνος GPS.....	139
4.9. Μετασχηματισμός μεταξύ ICRF και ITRF.....	139
5. Συστήματα αναφοράς και γεωδαιτικό datum.....	143
5.1. Σχέση γεωκεντρικών και γεωδαιτικών καρτεσιανών συντεταγμένων.....	143
5.2. Τοποκεντρικά συστήματα.....	146
5.2.1. Αστρονομικό τοποκεντρικό σύστημα.....	146
5.2.2. Γεωδαιτικό τοποκεντρικό σύστημα.....	149
5.3. Εξισώσεις Laplace.....	151
5.3.1. Γενικευμένες αποκλίσεις της κατακορύφου.....	153
5.4. Μετασχηματισμοί συντεταγμένων.....	155
5.4.1. Μετασχηματισμοί μεταξύ \mathbf{x}^g , \mathbf{x}^* και \mathbf{q}	155
5.4.2. Μετασχηματισμοί μεταξύ \mathbf{x}^* , \mathbf{x} και \mathbf{q}	156
5.4.3. Μετασχηματισμός μεταξύ \mathbf{q}_1 και \mathbf{q}_2	159
Σφαιρική προσέγγιση.....	162
5.5. Γεωδαιτικό Datum.....	163
5.5.1. Έννοια και ορισμός γεωδαιτικού datum.....	163
5.5.2. Υλοποίηση γεωδαιτικού datum.....	164
5.5.3. Αστρογεωδαιτικός προσδιορισμός γ. datum.....	165
5.5.4. Βελτιστοποίηση γεωδαιτικού datum.....	169
5.6. Τα ελληνικά γεωδαιτικά datum.....	170
5.6.1. Το παλιό Ελληνικό datum (Bessel).....	170
5.6.2. Το ΕΓΣΑ87.....	171
5.7. Βέλτιστη προσαρμογή ΕΕΠ στο γεωειδές.....	175
5.8. Κατακόρυφο datum.....	180
6. Αναγωγές παρατηρήσεων στο ΕΕΠ.....	183
6.1. Η έννοια των αναγωγών.....	183
6.2. Αναγωγές γωνιακών μεγεθών στο ΕΕΠ.....	185
6.2.1. Αναγωγή αστρονομικού αζιμουθίου.....	185
6.2.2. Αναγωγή διεύθυνσης.....	189
6.2.3. Αναγωγή γωνίας.....	189
6.3. Αναγωγή απόστασης στο ΕΕΠ.....	191
6.3.1. Τάξη μεγέθους των αναγωγών της απόστασης.....	193
6.4. Αναγωγές και ακρίβειες παρατηρήσεων.....	194
6.4.1. Ακρίβειες ανηγμένων παρατηρήσεων.....	195
Ακρίβεια ανηγμένου αζιμουθίου.....	195

Ακρίβεια ανηγμένης διεύθυνσης και γωνίας.....	196
Ακρίβεια ανηγμένης απόστασης.....	196
6.5. Αναγωγές κατά την αντίστροφη πορεία.....	197
6.6. Αναγωγές πολύ μεγάλων αποστάσεων.....	198
7. Προβολικά Συστήματα και Μετασχηματισμοί	201
7.1. Απεικόνιση και χάρτης.....	201
7.2. Παραμορφώσεις και αναγωγές	207
7.2.1 Γραμμική παραμόρφωση.....	207
7.2.2. Γωνίες χαρτογραφικού καννάβου	209
7.2.3. Αλλοίωση αξιμουθίου.....	209
7.2.4. Μέτρο επιφανειακής παραμόρφωσης.....	210
7.2.5. Συμμορφία	210
7.3. Τα προβολικά συστήματα στην Ελλάδα.....	211
7.4. Η απεικόνιση Hatt	213
7.4.1. Εξισώσεις απεικόνισης Hatt	217
Χρήση πινάκων	220
7.4.2. Αναγωγές από το ΕΕΠ στην απεικόνιση Hatt.....	221
7.4.3. Αλλαγή κέντρου ή φύλλου Hatt.....	225
7.5. Η Εγκάρσια Μερακοτρική απεικόνιση (TM)	226
7.5.1. Οι εξισώσεις απεικόνισης της TM	230
7.5.2. Αλλαγή ζώνης στην απεικόνιση TM	234
7.5.3. Αναγωγές από το ΕΕΠ στην απεικόνιση TM.....	234
Σύγκλιση των μεσημβρινών.....	236
Μέτρο γραμμικής παραμόρφωσης	238
Γωνιακή διόρθωση τόξου - χορδής	239
Συντελεστής αναγωγής απόστασης	240
Αναγωγή αξιμουθίου στο επίπεδο της TM.....	242
Αναγωγή διεύθυνσης στο επίπεδο της TM.....	242
Αναγωγή γωνίας στο επίπεδο της TM.....	242
Αναγωγή απόστασης στο επίπεδο της TM.....	242
7.5.4. Η απεικόνιση UTM στην Ελλάδα.....	243
7.5.5. Η απεικόνιση TM3 στην Ελλάδα.....	244
7.5.6. Η απεικόνιση TM87 στην Ελλάδα.....	245
7.6. Αλλαγή προβολικού συστήματος και datum.....	246
7.6.1. Μεθοδολογία και επιλογές.....	246
Συνιστώσες παράλληλης μετάθεσης	251
8. Γεωδαιτικά δίκτυα και εξισώσεις παρατηρήσεων.....	253
8.1. Η έννοια του δικτύου	253
8.2. Τα γεωδαιτικά δίκτυα	254
8.2.1. Διάσταση δικτύων.....	255
8.2.2. Είδη δικτύων.....	256
8.2.3. Τάξεις δικτύων.....	256

8.2.4. Οι παρατηρήσεις στα κλασικά δίκτυα.....	259
8.3. Εξισώσεις παρατηρήσεων στο ΕΕΠ	263
8.3.1. Εξίσωση απόστασης στο ΕΕΠ.....	267
8.3.2. Εξίσωση διεύθυνσης στο ΕΕΠ	267
8.3.3. Εξίσωση γωνίας στο ΕΕΠ	268
8.3.4. Εξίσωση αζιμουθίου στο ΕΕΠ.....	268
Το μετασχηματισμένο μήκος της γεωδαισιακής γραμμής.....	268
8.4. Εξισώσεις παρατηρήσεων στο επίπεδο	269
8.4.1. Εξίσωση απόστασης στο επίπεδο.....	270
8.4.2. Εξίσωση αζιμουθίου στο επίπεδο	270
8.4.3. Εξίσωση διεύθυνσης στο επίπεδο.....	271
8.4.4. Εξίσωση γωνίας στο επίπεδο.....	271
8.5. Ανασκόπηση από τη θεωρία των συνορθώσεων	272
8.5.1. Η μέθοδος των εξισώσεων παρατηρήσεων.....	275
8.6. Οι πίνακες \mathbf{N} και \mathbf{N}^{-1}	279
9. Ποιοτικός έλεγχος και βελτιστοποίηση δικτύων.....	283
9.1. Η έννοια του ποιοτικού ελέγχου	283
9.2. Ακρίβεια και αξιοπιστία.....	285
9.2.1. Λάθη του τύπου-I και τύπου-II	287
9.3. Κριτήρια και έλεγχος ακρίβειας.....	289
9.3.1. Ελλείψεις σφάλματος και εμπιστοσύνης	290
Απόλυτη έλλειψη σφάλματος.....	290
Σχετική έλλειψη σφάλματος.....	293
Απόλυτος και σχετικός κύκλος εμπιστοσύνης	296
9.3.2. Μέθοδος εξομοίωσης.....	297
9.3.3. Μέτρα ακρίβειας και προδιαγραφές.....	299
9.4. Κριτήρια και έλεγχος αξιοπιστίας.....	301
9.4.1. Έλεγχος της μεταβλητότητας αναφοράς.....	303
9.4.2. Σάρωση δεδομένων (Data Snooping).....	305
9.4.3. Έλεγχος της ποιότητας των γνωστών σημείων.....	307
9.4.4. Μέτρα αξιοπιστίας δικτύου.....	308
Μέτρα εσωτερικής αξιοπιστίας	311
Μέτρα εξωτερικής αξιοπιστίας	313
9.5. Προβλήματα βελτιστοποίησης δικτύων.....	314
9.5.1. Βελτιστοποίηση κριτηρίων	316
10. GPS και προσδιορισμός θέσης.....	321
10.1. Αρχή λειτουργίας και δυνατότητες	321
10.1.1. Τα τμήματα του GPS	326
Το δορυφορικό τμήμα.....	326
Το τμήμα ελέγχου.....	329
10.2. Το δορυφορικό σήμα.....	329
10.2.1. Οι κώδικες PRN.....	332
Η κατάσταση της “αντι-εξαπάτησης” (AS).....	334

Η κατάσταση της επιλεκτικής διαθεσιμότητας (SA).....	334
10.2.2. Το μήνυμα ναυσιπλοΐας ή δεδομένων.....	335
10.3. Δέκτες GPS.....	337
10.3.1. Η κεραία του δέκτη.....	337
10.3.2. Ο κυρίως δέκτης.....	340
10.4. Επεξεργασία σήματος και παρατηρήσεις GPS.....	341
10.4.1. Συσχέτιση κωδίκων και μέτρηση ψευδοαποστάσεων.....	342
10.4.2. Συσχέτιση φορέων και μέτρηση φάσης.....	343
10.4.3. Σχετικιστικές επιδράσεις.....	345
10.5. Χρόνος GPS και σφάλματα ρολογιών.....	345
10.5.1. Συμβολισμοί και ορισμοί χρονικών παραμέτρων.....	346
10.5.2. Η σημασία των σφαλμάτων των ρολογιών.....	348
10.5.3. Η διόρθωση του δορυφορικού χρόνου.....	349
10.6. Εξισώσεις παρατηρήσεων GPS.....	350
10.6.1. Εξίσωση παρατήρησης ψευδοαπόστασης.....	350
Γεωμετρική απόσταση και χρόνος ταξιδιού.....	351
10.6.2. Εξίσωση παρατήρησης φάσης.....	353
10.7. Κατηγορίες σφαλμάτων.....	356
10.7.1. Το σφάλμα πολυανάκλασης.....	357
10.7.2. Το τροποσφαιρικό σφάλμα.....	357
10.7.3. Το ιονοσφαιρικό σφάλμα.....	359
10.7.4. Τα σφάλματα της τροχιάς των δορυφόρων.....	360
10.8. Απόλυτος προσδιορισμός θέσης.....	361
10.8.1. Η λύση ναυσιπλοΐας.....	362
10.8.2. Απόλυτος προσδιορισμός θέσης με ακίνητο δέκτη.....	363
10.9. Σχετικός προσδιορισμός θέσης.....	365
10.9.1. Απλές, διπλές και τριπλές διαφορές.....	366
Απλές διαφορές (single differences).....	367
Διπλές διαφορές (double differences).....	368
Τριπλές διαφορές (triple differences).....	370
10.9.2. Γραμμικοί συνδυασμοί διαφορετικών φορέων.....	372
10.10. Στρατηγική επίλυσης των ασαφειών φάσης.....	375
10.11. Σχετικός στατικός προσδιορισμός θέσης.....	378
10.12. Σχετικός κινηματικός προσδιορισμός θέσης.....	380
10.13. Δίκτυα GPS.....	381
10.13.1. Η πλεονάζουσα πληροφορία στα δίκτυα GPS.....	383
10.13.2. Ακρίβεια και αξιοπιστία δικτύων GPS.....	385
10.13.3. Σχεδιασμός δικτύου GPS.....	386
<i>Παράρτημα Α : Αποδείξεις τύπων.....</i>	<i>389</i>
<i>Παράρτημα Β : Μετασχηματισμός ομοιότητας.....</i>	<i>409</i>
<i>Βιβλιογραφία.....</i>	<i>413</i>
<i>Ενρετήριο.....</i>	<i>431</i>

Αντικείμενο και εξέλιξη της γεωδαισίας

1.1. Το αντικείμενο της Γεωδαισίας

Γεωδαισία είναι η επιστήμη που ασχολείται με:

- α. τη μελέτη και τον προσδιορισμό του σχήματος και του μεγέθους της Γης.*
- β. τον προσδιορισμό συντεταγμένων βασικών σημείων αναφοράς στη γήινη επιφάνεια, κάτω και πάνω από αυτήν.*
- γ. τη μελέτη και τον προσδιορισμό του γήινου πεδίου βαρύτητας.*
- δ. την παρακολούθηση των διαχρονικών μεταβολών όλων των παραπάνω.*
- ε. την απεικόνιση της γήινης επιφάνειας σε χάρτες.*

Το αντικείμενο της Γεωδαισίας, έτσι όπως περιγράφηκε προηγουμένως, διαμορφώθηκε κυρίως κατά τον 18ο αιώνα. Η θεωρητική θεμελίωση της Γεωδαισίας ανάγεται κυρίως στις επιστήμες των Μαθηματικών, της Φυσικής και της Αστρονομίας ενώ παράλληλα οι σύγχρονες τεχνολογικές εξελίξεις και η επιστήμη της πληροφορικής και των ηλεκτρονικών υπολογιστών έχουν συμβάλει τα μέγιστα στην πρακτική αξιοποίηση των πορισμάτων της. Ουσιαστικά, η γεωδαισία ως επιστήμη αναπτύσσεται από τον 17ο αιώνα και μετά. Κατά τον 18ο και 19ο αιώνα συντελείται η μεγάλη γεωδαιτική ανάπτυξη ενώ στα μέσα του 20ου αιώνα αρχίζει η εποχή της ραγδαίας εξέλιξης με την κατασκευή των ηλεκτρονικών οργάνων μέτρησης αποστάσεων, την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, τη χρήση των τεχνητών δορυφόρων και γενικότερα των διαστημικών μεθόδων.

Η Γεωδαισία είναι μία από τις αρχαιότερες επιστήμες και εντάσσεται στον κλάδο των Επιστημών της Γης (Γεωεπιστημών), όπως και η Γεωφυσική, η Γεωλογία και η Γεωδυναμική, με τις οποίες διατηρεί μια αμφίδρομη

σχέση. Επίσης, συνδέεται στενά με την Αστρονομία και τις επιστήμες και εφαρμογές του Μηχανικού, ιδιαίτερα με την Τοπογραφία, Χαρτογραφία, Φωτογραμμετρία και Τηλεπισκόπηση, στις οποίες προσφέρει το απαραίτητο βασικό υπόβαθρο ώστε μαζί με αυτές να αποτελεί το κυρίως επιστημονικό αντικείμενο του Γεωδαίτη- Τοπογράφου Μηχανικού.

Η λέξη γεωδαισία είναι ελληνική και διατηρείται σε όλες σχεδόν τις ξένες γλώσσες, π.χ. Geodesy, Géodesie, Geodäsie, Geodesia. Προέρχεται από τις λέξεις “γή + δαίω” που σημαίνει “μοιράζω τη γη”. Στην αρχαία Ελλάδα, και πιο συγκεκριμένα στον Αριστοτέλη, απαντάται για πρώτη φορά ο όρος γεωδαισία ως τέχνη και επιστήμη των μετρήσεων για τη διανομή της γης, σημασία όμως σημαντικά διαφορετική από τη σημερινή. Μάλιστα, διαχωρίζονταν τότε από τη Θεωρητική Γεωμετρία επειδή χρησιμοποιούσε μετρήσεις και υπολογισμούς. Την ίδια όμως εποχή πραγματοποιήθηκαν οι πρώτες γεωδαιτικές εργασίες και αναπτύχθηκαν απόψεις, άλλες τεκμηριωμένες και άλλες όχι, για το σχήμα και το μέγεθος της γης, τις κινήσεις των ουρανίων σωμάτων και τις μεθόδους προσδιορισμού τους. Ο *Ερατοσθένης* (3ος π.Χ αιώνας) θεωρείται ο θεμελιωτής της γεωδαισίας με τη σημερινή έννοια του όρου, αφού πρώτος υπολόγισε το μέγεθος της σφαιρικής γης από γεωδαιτικές και αστρονομικές παρατηρήσεις και μάλιστα με εκπληκτική ακρίβεια για την εποχή του.

Παλαιότερα, η Γεωδαισία ονομάζονταν “Ανωτέρα Γεωδαισία” ή και “Ελλειψοειδής Γεωδαισία” ενώ “Κατωτέρα Γεωδαισία” λέγονταν η Τοπογραφία. Η Τοπογραφία, της οποίας το αντικείμενο ταιριάζει περισσότερο με τον αρχαιοελληνικό ορισμό της Γεωδαισίας, βρίσκει τη θεωρητική της θεμελίωση στη Γεωδαισία και διατηρεί μαζί της μια αμεσότερη σχέση. Η Τοπογραφία δίνει έμφαση στα πρακτικά προβλήματα, ιδίως σε μεθόδους μετρήσεων και υπολογισμών για τη λεπτομερή αποτύπωση μικρών γήινων εκτάσεων. Η βασική διαφορά μεταξύ Γεωδαισίας και Τοπογραφίας είναι ότι η τελευταία, αγνοεί, σχεδόν τελείως, τις επιδράσεις της γήινης καμπυλότητας και γενικότερα το γήινο πεδίο βαρύτητας.

Ανάλογα με το επιμέρους αντικείμενο στο οποίο δίνεται η έμφαση, η Γεωδαισία χωρίζεται συνήθως στη *Γεωμετρική Γεωδαισία* με έμφαση στις γεωμετρικές διαδικασίες για τον προσδιορισμό θέσεων, στη *Φυσική Γεωδαισία* με έμφαση στο πεδίο βαρύτητας και τον προσδιορισμό του γεωειδούς και στη *Διαστημική ή Δορυφορική Γεωδαισία* με έμφαση στη χρήση δορυφορικών και διαστημικών μεθόδων. Πολλές φορές, αντί του όρου Γεωμετρική Γεωδαισία χρησιμοποιείται απλά ο όρος Γεωδαισία.

Από την περιγραφή του αντικειμένου της Γεωδαισίας φαίνεται η πολυπλοκότητα και η πολυμορφία, που κινείται σε ένα ευρύτατο φάσμα θεμάτων, εκτεινόμενο από καθαρά επιστημονικές και θεωρητικές περιοχές μέχρι και την αντιμετώπιση εφαρμοσμένων προβλημάτων. Κύριο χαρακτηριστικό

των θεμάτων της είναι η στενή διασύνδεσή τους. Θα ήταν σχεδόν αδύνατο να απομονώσει κανείς ένα γεωδαιτικό θέμα και να το επεξεργαστεί χωρίς αναφορές στα υπόλοιπα. Το πρόβλημα, π.χ., του προσδιορισμού θέσης, δηλαδή συντεταγμένων, συνεπάγεται τη γνώση του σχήματος και του μεγέθους της γης καθώς και του πεδίου βαρύτητας, και αντιστρόφως.

Μια κύρια δυσκολία στην αντιμετώπιση γεωδαιτικών εννοιών και μεγεθών, ιδίως σε εκπαιδευτικό επίπεδο, είναι η *τάξη μεγέθους* των ποσοτήτων που εμπλέκονται στα επιμέρους προβλήματα. Αν σκεφθεί κανείς πως οι διαστάσεις της Γης είναι της τάξης των μερικών εκατομμυρίων μέτρων, ότι το σχήμα της είναι πολύπλοκο και όχι ένα απλό επίπεδο και πως η έκταση των εργασιών είναι πολύ μεγάλη, τότε είναι εύλογο να απαιτείται, πέρα από τις απαραίτητες γνώσεις Μαθηματικών και Φυσικής, αρκετή “φαντασία” για την κατανόηση αρχών και υπολογιστικών διαδικασιών. Για μια ενδεικτική αντίληψη των διαστάσεων της γης δίνονται ορισμένα συγκριτικά μεγέθη χρησιμοποιώντας σαν μέτρο “ελληνικές διαστάσεις” προσιτές στη γεωγραφική μας εποπτεία: Για την αντίληψη του μήκους της ακτίνας της γης ($\sim 6.4 \times 10^3$ km), το μήκος του Ελληνικού χώρου από Βορρά προς Νότο ($\sim 0.8 \times 10^3$ km) είναι ~ 8 – 8.5 φορές μικρότερο της ακτίνας. Η επιφάνεια του ελληνικού χώρου μεταξύ των οριακών μεσημβρινών και παραλλήλων ($\sim 0.62 \times 10^6$ km²) είναι περίπου 820 φορές μικρότερη από τη γήινη επιφάνεια ($\sim 510 \times 10^6$ km²). Επίσης, ο όγκος του κώνου με βάση κύκλο εμβαδού όσο εκείνου του ελληνικού χώρου και κορυφή το κέντρο της Γης είναι περίπου 820 φορές μικρότερος από τον όγκο της γης.

1.2. Η Γεωμετρική Γεωδαισία

Η *Γεωμετρική Γεωδαισία* αποσκοπεί κυρίως στο να δώσει τις μεθόδους για τον προσδιορισμό ενός κύριου γεωδαιτικού υποβάθρου για όλη τη γη ή για ένα εκτεταμένο τμήμα της μέσω του προσδιορισμού συντεταγμένων για τον προσδιορισμό θέσεων. Το βασικό γεωδαιτικό υπόβαθρο είναι κυρίως γεωμετρικό και υλοποιείται από τις συντεταγμένες ενός συνόλου θεμελιωδών σημείων ως προς ένα κατάλληλα ορισμένο σύστημα αναφοράς. Ο ορισμός και η υλοποίηση του συστήματος, σε συνδυασμό με την επιλογή μιας επιφάνειας αναφοράς για το σχήμα και μέγεθος της γης, που είναι το ελλειψοειδές εκ περιστροφής, συνιστούν την *έννοια του γεωδαιτικού συστήματος αναφοράς* ή *γεωδαιτικού datum*. Το γεωδαιτικό datum μπορεί να είναι παγκόσμιο, ηπειρωτικό ή εθνικό/κρατικό. Τα θεμελιώδη σημεία αποτελούν τον *γεωδαιτικό σκελετό* που είναι αναγκαίος για την ένταξη των βασικών χαρτογραφικών και τοπογραφικών εργασιών σε ένα ενιαίο σύστημα αναφοράς.

Ο τίτλος Γεωμετρική Γεωδαισία του παρόντος συγγράμματος συμπληρώνεται και από τον τίτλο *Δίκτυα* για να δοθεί έμφαση στον προσδιορισμό θέσεων μέσω της ίδρυσης και επίλυσης γεωδαιτικών δικτύων. Τα θεμελιώδη σημεία ή σημεία αναφοράς που υλοποιούν στην πράξη το γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς προσδιορίζονται μέσω της ίδρυσης βασικών γεωδαιτικών δικτύων υψηλής ακρίβειας, παλαιότερα με κλασικές και τελευταία με δορυφορικές και διαστημικές μεθόδους. Κατά συνέπεια οι βασικές αρχές μέτρησης, συνόρθωσης, βελτιστοποίησης και αξιολόγησης της ποιότητας των γεωδαιτικών δικτύων αποτελούν αναπόσπαστο τμήμα της Γεωμετρικής Γεωδαισίας.

Η συνόρθωση των γεωδαιτικών δικτύων μπορεί να γίνει γενικά, στο ελλειψοειδές αναφοράς (παραδοσιακή αντιμετώπιση), στο χώρο των τριών διαστάσεων (σύγχρονη αντιμετώπιση με δορυφορικές μεθόδους) ή και σε ορισμένες περιπτώσεις στο προβολικό επίπεδο. Ανεξάρτητα από την επιφάνεια ή το σύστημα αναφοράς που επιλέγεται, η απεικόνιση της γήινης επιφάνειας σε χάρτες είναι απαραίτητη για τις πρακτικές εφαρμογές. Συνεπώς απαιτείται και η επιλογή μιας κατάλληλης γεωδαιτικής ή χαρτογραφικής απεικόνισης και η υλοποίηση του αντίστοιχου προβολικού συστήματος. Ένα τμήμα της ύλης, λοιπόν, με μεγάλη πρακτική σημασία, σχετίζεται με την απεικόνιση του ελλειψοειδούς αναφοράς στο προβολικό επίπεδο, την επίλυση των σχετικών προβλημάτων στο προβολικό επίπεδο και τους μετασχηματισμούς συντεταγμένων μεταξύ διαφορετικών προβολικών συστημάτων και γεωδαιτικών datum.

Η έμφαση που δίνεται εδώ για τον ακριβή προσδιορισμό ενός γεωδαιτικού σκελετού αφορά στον οριζόντιο προσδιορισμό θέσης. Ο ακριβής κατακόρυφος ή υψομετρικός προσδιορισμός, γίνεται συνήθως με μια ανεξάρτητη διαδικασία και με διαφορετικά όργανα μετρήσεων (γεωμετρική χωροστάθμηση, ορθομετρικά υψόμετρα) ή και ενιαία με τον οριζόντιο προσδιορισμό μέσω των δορυφορικών μεθόδων. Για τον κατακόρυφο προσδιορισμό, ορίζεται παραδοσιακά και υλοποιείται ένα διαφορετικό datum, το λεγόμενο υψομετρικό ή χωροσταθμικό ή *κατακόρυφο datum*, με επιφάνεια αναφοράς το γεωειδές αντί του ελλειψοειδούς. Επειδή ο βασικός σκελετός για τα υψόμετρα απαιτεί και μετρήσεις βαρύτητας, πολλές φορές με το αντικείμενο αυτό ασχολείται και η Φυσική Γεωδαισία. Με τη χρήση δορυφορικών μεθόδων, π.χ. GPS, GLONASS, είναι δυνατός ο ταυτόχρονος προσδιορισμός θέσης στις τρεις διαστάσεις που μπορεί να μετασχηματίζεται στις δύο και στη μία διάσταση.

Κύριο πρόβλημα στη Γεωμετρική Γεωδαισία αποτελεί ο ορισμός και η υλοποίηση του συστήματος αναφοράς των βασικών σημείων που θα συνθέσουν το γεωδαιτικό σκελετό. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται με την εισαγωγή μιας επιφάνειας αναφοράς των μετρήσεων και των συντεταγμένων, που εί-

ναί ένα *Ελλειψοειδές Εκ Περιστροφής* (ΕΕΠ) με διαστάσεις τέτοιες ώστε να προσαρμόζεται ικανοποιητικά ή και βέλτιστα στο γεωειδές (πρακτικά στη μέση στάθμη των ισορροπούντων ωκεανών), σε όλη τη γη ή σε ένα μεγάλο τμήμα της. Η όλη διαδικασία που ακολουθείται, γεωμετρική κατά κανόνα, συνδέεται άμεσα ή έμμεσα με την επιλογή του ελλειψοειδούς αναφοράς. Το γεωειδές, που αποτελεί το βασικό αντικείμενο μελέτης και προσδιορισμού της Φυσικής Γεωδαισίας, χρησιμοποιείται στη Γεωμετρική Γεωδαισία, π.χ. για τον υπολογισμό των αναγωγών των παρατηρήσεων ή και για τον προσδιορισμό υψομέτρων.

Οι προσδιορισμοί θέσεων προκύπτουν από την ανάλυση και επεξεργασία των παρατηρήσεων, οι οποίες εκτελούνται στον πραγματικό γήινο χώρο, μέσω μεθόδων συνόρθωσης και αξιολόγησης της ποιότητά τους. Οι αναγωγές ή διορθώσεις των παρατηρήσεων, ώστε να αναφέρονται στην επιφάνεια ή στο σύστημα αναφοράς που έχει επιλεγεί, αποτελούν ένα απαραίτητο στάδιο προεπεξεργασίας των παρατηρήσεων.

Οι παρατηρήσεις για τον οριζόντιο προσδιορισμό διακρίνονται βασικά στις κλασικές και στις δορυφορικές ή διαστημικές. Οι κλασικές παρατηρήσεις, δηλαδή, γωνίες, αποστάσεις, αζιμούθια και αστρονομικές μετρήσεις πλάτους και μήκους, με γεωδαιτικά όργανα τα θεοδόλιχα, τα EDM και τους γεωδαιτικούς σταθμούς, οδηγούν στον κλασικό προσδιορισμό των ελλειψοειδών γεωδαιτικών ή και προβολικών συντεταγμένων. Σήμερα, οι κλασικές μετρήσεις έχουν σχεδόν αντικατασταθεί από τις δορυφορικές και χρησιμοποιούνται μόνον στις τοπογραφικές λεπτομερείς αποτυπώσεις ή γενικότερα εκεί όπου δεν μπορούν να εκτελεστούν δορυφορικές μετρήσεις, όπως είναι οι πυκνοδομημένες περιοχές των πόλεων με ψηλά κτίρια. Οι δορυφορικές ή και διαστημικές παρατηρήσεις, μέσω των συστημάτων, π.χ., SLR, VLBI, GPS, GLONASS, κ.ά., οδηγούν αρχικά στον προσδιορισμό καρτεσιανών γεωκεντρικών συντεταγμένων στις τρεις διαστάσεις, οι οποίες μπορούν στη συνέχεια να μετασχηματίζονται σε ελλειψοειδείς και επίπεδες προβολικές. Για τον ακριβή υψομετρικό προσδιορισμό χρησιμοποιείται κυρίως η μέθοδος της γεωμετρικής χωροστάθμησης, η οποία σε μερικές περιπτώσεις μπορεί να αντικατασταθεί από δορυφορικές μεθόδους.

Η τελευταία δεκαετία χαρακτηρίζεται από την κυριαρχία του παγκόσμιου δορυφορικού συστήματος GPS για τον προσδιορισμό θέσης. Η χρήση των τεχνητών δορυφόρων αλλά και άλλων διαστημικών συστημάτων, επέτρεψε, ανάμεσα σε άλλα, την ίδρυση παγκόσμιων δικτύων και συστημάτων αναφοράς υψηλής ακρίβειας, μέσω της δυνατότητας μετρήσεων μεταξύ σημείων που απέχουν εκατοντάδες χιλιόμετρα καθώς και τη σύνδεση δεκάδων υπαρχόντων εθνικών γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς. Για το σύστημα GPS, λόγω της σπουδαιότητάς του, αφιερώνεται ιδιαίτερο κεφάλαιο.

1.3. Η εξέλιξη της Γεωδαισίας

Η εξέλιξη κάθε επιστήμης παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Μέσα από τη διαχρονική διαδρομή αναδεικνύονται οι σημαντικότεροι σταθμοί ανάπτυξης σε σχέση και με τη γενικότερη πρόοδο των επιστημών και της τεχνολογίας. Παράλληλα, γίνεται κατανοητή η σχέση μεταξύ θεωρίας και πράξης και η συμβολή της επιστήμης στην ικανοποίηση κοινωνικών αναγκών και γενικότερα στην πρόοδο και τον πολιτισμό. Στη συνέχεια περιγράφονται οι σημαντικότεροι σταθμοί εξέλιξης της επιστήμης της Γεωδαισίας, από την αρχαιοελληνική εποχή μέχρι σήμερα.

1.3.1. Ελληνική περίοδος (6ος π.Χ. - 4ος μ.Χ. αιώνας)

Είναι γνωστό ότι οι λαοί της Μεσοποταμίας (Σουμέριοι ή Χαλδαίοι, Βαβυλώνιοι, Ασσύριοι) και της Αιγύπτου είχαν κάποιες γνώσεις πρακτικής γεωμετρίας και αστρονομίας, αρκετά πριν από την αρχαιοελληνική περίοδο. Γνώριζαν ορισμένες τεχνικές για την καταμέτρηση της γης, την εξηκονταδική διαίρεση του κύκλου, τη χρήση της ορθής γωνίας, τη μέτρηση και τις χαράξεις ευθυγραμμίων και ορίων και την εμβαδομέτρηση απλών σχημάτων. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι το “κτηματολόγιο” στην περιοχή του Νείλου, η ακριβής αναλογία κάποιων διαστάσεων πυραμίδων με το μέγεθος της σφαιρικής γης, διάφορα “ρυμοτομικά” σχέδια και στοιχεία χρόνου και ημερολογίων. Τις γνώσεις αυτές κατείχαν συνήθως λίγοι, οι ιερείς και ιερομάντις. Χαρακτηριστικό στοιχείο της “προελληνικής εποχής” ήταν η θεοποίηση φυσικών φαινομένων και όχι η προσπάθεια της φυσικής ερμηνείας τους.

Γνωστοί Έλληνες φιλόσοφοι και επιστήμονες της αρχαιότητας επισκέφθηκαν γειτονικές χώρες, όπου άντλησαν αλλά και μετέφεραν γνώσεις της εποχής εκείνης. Οι Έλληνες, αρκετά χρόνια πριν από την κλασική αρχαιότητα, είχαν επίσης ασχοληθεί με παρόμοια θέματα, π.χ., με τον προσδιορισμό και τη διατήρηση ορίων πόλεων και ιδιοκτησιών. Όποιες όμως και αν ήταν οι γνώσεις των γειτονικών λαών, δεν αποτέλεσαν παρά ένα υλικό στα χέρια των Ελλήνων οι οποίοι και οικοδόμησαν ουσιαστικά τις επιστήμες. Η υπάρχουσα γνώση απομυθοποιήθηκε και βελτιώθηκε. Παράλληλα, νέες γνώσεις αναπτύχθηκαν και τεκμηριώθηκαν μέσω της δημιουργίας και καλλιέργειας της επιστημονικής μεθοδολογίας και σκέψης, όπως σχεδόν τις εννοούμε και σήμερα.

Οι ρίζες της γεωδαισίας ανάγονται στην αρχαιοελληνική περίοδο (6ος π.Χ. έως και περίπου 4ος μ.Χ. αιώνας). Η αντίληψη περί σφαιρικότητας της Γης, θεωρίες για την κίνηση των πλανητών και τον Κόσμο, η έννοια της γεωγραφικής απεικόνισης της γήινης επιφάνειας σε

χάρτες, η κατασκευή ή βελτίωση οργάνων και η ανάπτυξη μεθόδων μετρήσεων και υπολογισμών, είναι θέματα τα οποία μελετήθηκαν και τεκμηριώθηκαν κυρίως από τους αρχαίους Έλληνες. Η ανάπτυξη της γεωδαισίας συμβαδίζει με την ανάπτυξη των μαθηματικών, της γεωμετρίας και της αστρονομίας.

Ο *Θαλής ο Μιλήσιος* (635–45 π.Χ.), κύριος εκπρόσωπος της Ιωνικής Σχολής, είναι από τους πρώτους που αμφισβητεί παλαιότερες Αιγυπτιακές και Ομηρικές απόψεις (Ιλιάδα, ~800 π.Χ) που θεωρούσαν τη γη ως δίσκο περιβαλλόμενο από ωκεανούς. Ανάμεσα σε άλλα, ο Θαλής έθεσε τις βάσεις της γεωμετρίας, καθόρισε τη διάρκεια του έτους σε 365 ημέρες και απέδειξε ότι οι τέσσερις εποχές δεν είναι ισόχρονες. Ο *Αναξίμανδρος ο Μιλήσιος* (610-543 π.Χ), συνεργάτης και διάδοχος του Θαλή, πρώτος χάραξε χάρτη του τότε γνωστού κόσμου με τη γη ως κύλινδρο, κατασκεύασε χάρτη της ουράνιας σφαίρας, πρώτος χρησιμοποίησε τον γνώμονα (σκιοθήρας) για τον υπολογισμό της ώρας και της διάρκειας της ημέρας, όργανο που μετεξελιχθηκε σε αστρονομικό, και πρώτος κατασκεύασε ηλιακό ρολόι. Ο *Εκταίος* (549–472 π.Χ.), μαθητής του Αναξίμανδρου, βελτίωσε τον χάρτη της υδρογείου. Πολλοί οπαδοί της Ιωνικής Σχολής πρότειναν επαναστατικές θεωρίες, όπως ο *Αναξίμενης* που διατύπωσε την άποψη ότι πολλά σώματα σαν τη Γη υπάρχουν στο σύμπαν και ο *Ηράκλειτος* που οραματίσθηκε ένα σύμπαν αέναης αλλαγής.

Ο *Πυθαγόρας ο Σάμιος* (580–490 π.Χ.) με την περίφημη Σχολή του στη Μεγάλη Ελλάδα (Κρότωνας Κάτω Ιταλίας) και τους μαθητές του, ανέδειξαν τα μαθηματικά ως επιστήμη. Ο Πυθαγόρας αποδέχεται το σφαιρικό σχήμα της γης ως το τελειότερο ενώ κάποιοι από τους μαθητές του τεκμηρίωσαν και με παρατηρήσεις την άποψη της σφαιρικής γης, ακίνητης στο κέντρο του σύμπαντος αλλά περιστρεφόμενης γύρω από άξονα. Υποστήριξαν ότι ο Κόσμος είναι ένας, σφαιρικός, πεπερασμένος και μάλιστα με καθορισμένες αριθμητικές σχέσεις για τις αποστάσεις των τότε γνωστών πλανητών συμπεριλαμβανομένου και του ήλιου. Ο *Παρμενίδης ο Ελεάτης* υποστήριξε με θέρη τη σφαιρικότητα της γης και του σύμπαντος. Ο *Φιλόλαος*, μαθητής του Πυθαγόρα, έκανε ένα σημαντικό βήμα. Διατύπωσε την άποψη της κίνησης όλων των γνωστών ουρανίων σωμάτων γύρω από μία πύρινη “Εστία” (διαφορετική από τον ήλιο) με καθορισμένο τρόπο, άποψη που αξιοποιήθηκε 20 περίπου αιώνες αργότερα από τον Κοπέρνικο.

Ο *Ευπαλίνος ο Μεγαρεύς* (Β΄ μισό του 6ου π.Χ. αιώνα), κατασκεύασε στη Σάμο σήραγγα για μεταφορά νερού, μήκους περίπου 1250 m στη βάση βουνού ύψους 300 m. Η σήραγγα αυτή, από γεωδαιτική άποψη αποτελεί μια θαυμάσια εργασία αφού διανοιχθηκε και από τις δύο πλευρές έτσι ώστε τα συνεργεία να συναντηθούν με απόκλιση μόλις 1.8 m, σημαντικό επίτευγμα για την εποχή εκείνη.

Ο Πλάτων ο Αθηναίος (427–347 π.Χ.), αν και όχι αστρονόμος, παραδέχεται την άποψη του Πυθαγόρα για τη σφαιρικότητα της γης, όπως γράφει στον “Φαίδωνα” και στην “Κοσμογονία”. Επίσης, στην “Πολιτεία”, μεταξύ άλλων, αναφέρει ότι “ο πρακτικός γεωμέτρης που ασχολείται με ορατά σχήματα, αν θέλει να γίνει επιστήμων, πρέπει να κατανοήσει ότι αυτά αποτελούν γραφικές μόνον απεικονίσεις των ιδεωδών γεωμετρικών αντικειμένων. Την αστρονομική επιστήμη ενδιαφέρει η εξακρίβωση και η κατανόηση των αληθινών κινήσεων των ουρανίων σωμάτων με βάση την ακριβή ταχύτητά τους και το αληθινό τους σχήμα. Το σύμπαν κινείται κατά κυκλικές περιόδους με καθορισμένη χρονική διάρκεια”. Ο Πλάτων είναι από τους πρώτους που αποπειράται να δώσει μια επιστημονική εξήγηση για τη συγκρότηση του σύμπαντος (έννοια μοντέλου).

Ο Εύδοξος ο Κνίδιος (408–355 π.Χ.), από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς και αστρονόμους της εποχής του, διατύπωσε την αρχή της συνέχειας, γνωστή ως αξίωμα Ευδόξου-Αρχιμήδους, θεμελιακό στοιχείο του διαφορικού και ολοκληρωτικού λογισμού των Ανωτέρων Μαθηματικών. Ίδρυσε το πρώτο Αστεροσκοπείο, επινόησε και ανέπτυξε την έννοια της ουράνιας σφαίρας, εξήγησε τις φαινόμενες κινήσεις των αστέρων με ένα γεωμετρικό πρότυπο (θεωρία ομόκεντρων σφαιρών), μελέτησε την κίνηση των επτά τότε γνωστών πλανητών (συμπεριλαμβανομένου του ήλιου) και θεμελίωσε την επιστημονική αστρονομία. Σημαντικές εφευρέσεις του υπήρξαν η διόπτρα (πρόγονος του θεοδολίχου που τελειοποιήθηκε αργότερα από τον Ήρωνα), ο χάρτης της ουράνιας σφαίρας, ο αστρολάβος (όργανο για τη μέτρηση του χρόνου που εξελίχθηκε σε αστρονομικό) και ο πόλος (φορητό ρολόι για την ώρα, ημέρα και μήνα, στηριζόμενο στο γνώμονα και στο ηλιακό ρολόι). Ο Εύδοξος αποδέχεται τη γεωκεντρική θεωρία με τη γη ακίνητη στο κέντρο του σφαιρικού σύμπαντος.

Ο Αριστοτέλης ο Σταγειρίτης (384–322 π.Χ.), στο «Περί Ουρανού» έργο του αναλύει τα υπέρ και τα κατά της περί σφαιρικότητας αντίληψης, για να υπερισχύσει η άποψη της σφαιρικής Γης, ακίνητης στο κέντρο του σφαιρικού σύμπαντος (*γεωκεντρική θεωρία*). Ο Αριστοτέλης δέχεται το σφαιρικό σχήμα της γης διότι, όπως έλεγε, “κατά τις εκλείψεις της σελήνης μόνο σφαίρα δύναται να ρίχνει πάντοτε κυκλική σκιά σε κάποια φωτεινή επιφάνεια”. Δίνει μια εκτίμηση της περιμέτρου της γης, διπλάσια της ορθής τιμής, χωρίς τη χρήση παρατηρήσεων. Ο Αριστοτέλης και οι μαθητές του ασχολήθηκαν με τη γεωμετρία και τη γεωδαισία, κάνοντας σαφή διάκριση μεταξύ των δύο επιστημών. Ο Δικαίαρχος, μαθητής του Αριστοτέλη, συνέταξε γεωγραφικό χάρτη εισάγοντας πρώτος την έννοια του κανάβου, διεξήγαγε γεωδαιτικές μετρήσεις μηκών τόξου, χρησιμοποίησε τη διόπτρα και για τη μέτρηση του ύψους των βουνών και συμπλήρωσε το χάρτη του Αναξιμάνδρου δίνοντας νέο χάρτη του κόσμου.

Την εποχή του Μεγάλου Αλεξάνδρου, το κέντρο βάρους των επιστημών μετατοπίζεται στην Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου. Ο πιο διάσημος γεωμέτρης, ο *Ευκλείδης* (~300 π.Χ.), συνέγραψε 13 βιβλία γεωμετρίας με όλη την μέχρι τότε γνώση και με πολλές πρωτότυπες εργασίες (το έργο αυτό σώζεται). Αν και έγραψε για τις κινήσεις των ουρανίων σωμάτων, το αντίστοιχο αστρονομικό του σύγγραμμα “Φαινόμενα” δεν σώζεται. Ο λιγότερο γνωστός *Ηρακλείδης ο Ποντικός* (388–315 π.Χ.) είχε εκπληκτικές πρωτότυπες ιδέες. Εξήγησε την ημερήσια περιφορά των άστρων υποθέτοντας ότι η γη στρέφεται περί τον άξονά της και ανακάλυψε ότι ο Ερμής και η Αφροδίτη κινούνται γύρω από τον Ήλιο και όχι γύρω από τη Γη.

Ο *Αρίσταρχος ο Σάμιος* (320–250 π.Χ.), ένας από τους μεγαλύτερους θεωρητικούς αστρονόμους, είναι ο πρώτος που διατυπώνει κατηγορηματικά τη θεωρία ότι η γη εκτελεί δύο κινήσεις, μία γύρω από τον άξονά της και μία γύρω από τον ήλιο, σε αντίθεση με την επικρατούσα γεωκεντρική. Ο *Αρίσταρχος*, είναι ο εισηγητής της επαναστατικής θεωρίας του *Ηλιοκεντρικού Συστήματος*, έργο που δεν διασώθηκε. Τελικά, η ηλιοκεντρική θεωρία “ατύχησε” με αποτέλεσμα την επικράτηση της γεωκεντρικής μέχρι και τον 16ο μ.Χ. αιώνα! Ο Πολωνός αστρονόμος Κοπέρνικος υιοθέτησε, 17 αιώνες αργότερα, όχι κάποια νέα θεωρία, αλλά στην ουσία την ηλιοκεντρική θεωρία του Αρίσταρχου, την οποία όμως τεκμηρίωσε με παρατηρήσεις.

Ο *Αρχιμήδης ο Συρακούσιος* (287–212 π.Χ.), ένας από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς, μηχανικούς και εφευρέτες, ασχολείται και με την αστρονομία, υποστηρίζει το σφαιρικό σχήμα της γης επειδή τέτοιο σχήμα έχει η επιφάνεια των θαλασσών και *εκτιμά το τόξο μιας μοίρας* της γήινης σφαίρας σε περίπου 154 km (111 km περίπου η σωστή τιμή).

Την ίδια περίπου εποχή εμφανίζεται ο *Ερατοσθένης* ο Κυρηναίος (276–194 π.Χ.) που έζησε κυρίως στην Αλεξάνδρεια, με σημαντικό έργο στα μαθηματικά, τη μαθηματική γεωγραφία και την αστρονομία. Συνέταξε χάρτη του κόσμου με κνάβο και θεωρείται ο πρώτος μεγάλος γεωγράφος της αρχαιότητας. Είναι ο *θεμελιωτής της γεωδαισίας και ο πρώτος γεωδαίτης με τη σημερινή έννοια του όρου*, αφού πρώτος προσδιόρισε τις διαστάσεις της γήινης σφαίρας (Σχ. 1.1), χρησιμοποιώντας γεωδαιτικές και αστρονομικές μετρήσεις. Υπολόγισε τη γήινη περίμετρο ίση με 46 620 000 m, με εκπληκτική ακρίβεια για την εποχή του (40 010 000 m περίπου η σωστή τιμή). Απέδειξε το σφαιρικό σχήμα της γης τόσο με μετρήσεις όσο και θεωρητικά. Έλεγε ότι αν δεν εμπόδιζε τον πλούν η μεγάλη έκταση του ωκεανού, θα ήταν δυνατόν, πλέοντας δυτικά της Ισπανίας, να φθάσουμε στις Ινδίες. Με βάση την ιδέα αυτή ανακαλύφθηκε αιώνες αργότερα η Αμερική. Ο Ερατοσθένης, αν και νεώτερος του Αριστοτέλη, δεν χρησιμοποίησε τον όρο γεωδαισία, αλλά “αναμέτρηση της γης” επειδή η γεωδαισία είχε τότε διαφορετική σημασία.

Πρέπει να σημειωθεί ότι όλες οι μετρήσεις αποστάσεων στην αρχαία εποχή δίνονται σε στάδια ενώ εδώ αναφέρονται σε μέτρα με βάση την αντιστοιχία του Ελληνικού σταδίου σε 185.2 m. Υπάρχουν και άλλες πιθανές αντιστοιχίες, π.χ. το Αλεξανδρινό στάδιο ίσο με 158.3 m. Η μέτρηση του Ερατοσθένη με βάση το Αλεξανδρινό στάδιο οδηγεί σε υπολογισμό της ακτίνας της γήινης σφαίρας με λάθος της τάξης του (-1%) ενώ με βάση το “επίσημο” Ελληνικό στάδιο το λάθος ανέρχεται σε (+16%). Επειδή δεν υπάρχει ακριβής αντιστοιχία μεταξύ σταδίου και μέτρου, οι υπολογισμοί του μεγέθους της σφαιρικής γης στην αρχαιότητα πρέπει να εξετάζονται κάτω από αυτό το πρίσμα.

Μετά τον Ερατοσθένη, ο *Ποσειδώνιος* (135–51 π.Χ.) υπολογίζει το *σφαιρικό τόξο Αλεξάνδρειας - Ρόδου* (το μήκος μάλλον με ναυτικό υδρόμετρο και τη γεωκεντρική γωνία με αστρονομικές παρατηρήσεις), δίνοντας για την περιμετρο της Γης την τιμή των 33 300 000 m (ίδιο λάθος με τον Ερατοσθένη κατά απόλυτη τιμή).

Την ίδια εποχή εμφανίζεται ο “πατέρας” της Αστρονομίας και μεγάλος θεωρητικός *Ίππαρχος* ο Ρόδιος (τέλη 2ου–αρχές 1ου π.Χ αιώνα), ο οποίος όμως απέρριψε την ηλιοκεντρική θεωρία. Θεωρείται ο μεγαλύτερος αστρονόμος όλων των εποχών. Εισάγει τις αστρονομικές συντεταγμένες για τον προσδιορισμό θέσεων, ακολουθώντας τον κάναβο του Δικαίαρχου για τα γεωγραφικά πλάτη και μήκη. Αναφέρει ότι δεν μπορεί να υπάρξει γεωγραφία χωρίς τη χρήση αστρονομικών μεθόδων για τον προσδιορισμό του πλάτους και μήκους. Βελτίωσε την Διόπτρα του Αρχιμήδη για τον προσδιορισμό της φαινομένης διαμέτρου του ήλιου, της σελήνης καθώς και του ύψους των αστερών. Εφεύρε δύο τύπους αστρολάβων: τον “επίπεδο” για τον προσδιορισμό της θέσης των αστερών στην ουράνια σφαίρα (σφαιρικές συντεταγμένες στην επινοηθείσα από αυτόν στερεογραφική προβολή) και τον “σφαιρικό” από μεταλλικούς κύκλους, το τελειότερο αστρονομικό όργανο παρατηρήσεων αστερών της εποχής. Σημαντικότερη ήταν η ανακάλυψη της μετάπτωσης των ισημεριών, που δεν κατόρθωσε να την ερμηνεύσει αλλά την υπολόγισε με μεγάλη ακρίβεια. Προσδιόρισε με εκπληκτική ακρίβεια (4 min) τη διάρκεια του έτους, την ανισότητα των εποχών, καθόρισε ουράνιους μεσημβρινούς και παραλλήλους και συνέταξε μεγάλο κατάλογο αστερών με συντεταγμένες, ονόματα και μεγέθη (περίπου 850 αστέρες), σημαντικό βοήθημα για πολλούς αιώνες μετά. Ασχολήθηκε ιδιαίτερα με τις κινήσεις του ήλιου και της σελήνης, προσδιόρισε τη γήινη περίμετρο και γενικά “ ανέλαβε έργο προ του οποίου και ο θεός ακόμη θα οπισθοχωρούσε ”, όπως έγραψε ο Λατίνος Πλίνιος.

Θέματα σχετικά με τη γεωμετρία κυρίως και λιγότερο με τη γεωδαισία απασχόλησαν και τον *Ήρωνα* από την Αλεξάνδρεια (1ος αιώνας μ.Χ.). Ο Ήρων διακρίθηκε ως φυσικομαθηματικός, μηχανικός και εφευρέτης, με τε-

ράστιο έργο, ικανό μέρος του οποίου σώζεται και μοιάζει με σύγχρονο σύγγραμμα. Στα έργα του “περί Μετρικών” και “Διόπτρας” αναφέρονται μέθοδοι και τεχνικές μετρήσεων γωνιών, αποστάσεων και χαράξεων τεχνικών έργων. Τελειοποίησε τη Διόπτρα ως γωνιομετρικό όργανο και χρησιμοποίησε το οδόμετρο για τη μέτρηση αποστάσεων. Αναφέρεται σε υψομετρικούς προσδιορισμούς, όπου πρώτος χρησιμοποιεί τον όρο “χωροβατείν”, και σε υπολογισμούς εμβαδών με κλειστούς τύπους. Δίνει πληρέστερους ορισμούς για τη γεωμετρία και τη γεωδαισία ακολουθώντας τις διατυπώσεις του Αριστοτέλη και θεωρώντας αυτές ως κλάδους των μαθηματικών.

Σημαντική μορφή, ως γεωγράφος, χαρτογράφος, μαθηματικός και αστρονόμος, υπήρξε ο Κλαύδιος *Πτολεμαίος* (108 μ.Χ. - 168 μ.Χ). Έζησε

Σχ. 1.1. 3ος π.Χ. αιώνας. Η μέτρηση του Ερατοσθένη. Η πρώτη γεωδαιτική μέτρηση είχε σαν αποτέλεσμα και τον πρώτο υπολογισμό της ακτίνας της γήινης σφαίρας. Ένας πύργος στην Αλεξάνδρεια, ένα πηγάδι στο σημερινό Ασσουν και ένα καταβάνι από καμήλες ήταν τα στοιχεία που χρησιμοποίησε ο Ερατοσθένης για τις μετρήσεις του. Όταν ο Ήλιος έρχοι κατακόρυφα τις ακτίνες του στο πηγάδι της Σιώνης, η γωνία που σχημάτιζε η κατακόρυφη διεύθυνση του πύργου στην Αλεξάνδρεια με τη διεύθυνση των ηλιακών ακτίνων, υπολογίστηκε σε $7^{\circ}2'$ με τη βοήθεια της σκιάς του πύργου. Η γωνία αυτή ισούται με τη γεωκεντρική γωνία, όπως φαίνεται στο σχήμα. Υπολογίζοντας με τις καμήλες την απόσταση μεταξύ των δύο πόλεων βρήκε ότι ήταν 5000 στάδια. Αν θεωρήσουμε την αντιστοιχία “ένα Ελληνικό στάδιο=185.2 m”, υπολογίζεται ακτίνα σε περίπου 7400 Km, λάθος περίπου 16% απ’ την ορθή τιμή ($R=6371$ Km) ή σε περίπου 6300 Km (λάθος - 1%) αν θεωρήσουμε το Αλεξανδρινό στάδιο ίσο με 158.3 m.

και εργάστηκε στην Αλεξάνδρεια. Συνέθεσε όλες τις κατακτήσεις της μέχρι τότε ελληνικής αστρονομίας και για 12 αιώνες μετά θεωρείται η μεγάλη αυθεντία της αστρονομίας. Θεωρείται επίσης ο μεγαλύτερος γεωγράφος της αρχαιότητας. Υπήρξε συνεχιστής του έργου του Ιππάρχου και κύριος εκπρόσωπος του γεωκεντρικού συστήματος. Το σημαντικότερο αστρονομικό έργο του, η “Μαθηματική Σύνταξις” (13 βιβλία), μεταφράστηκε τον 9ο αιώνα από τον Άραβες με τον ελληνοαραβικό τίτλο “Αλμαγέστη” (Μεγίστη). Σημαντικότερο επίσης έργο του είναι η “Γεωγραφική Υφήγησις” (ο πρώτος γεωγραφικός άτλαντας), από 8 βιβλία και 27 χάρτες του τότε γνωστού κόσμου, 8000 τοπωνύμια με γεωγραφικές συντεταγμένες και θέματα χαρτογραφικών απεικονίσεων. Τα έργα του αποτέλεσαν διδακτικά συγγράμματα για αρκετούς αιώνες, όταν μεταφέρθηκαν από Βυζαντινούς λόγιους στη Δύση κατά τον 15ο αιώνα. Ο *Μαρίνος ο Τύριος*, μαθηματικός και μεγάλος χαρτογράφος, έζησε την ίδια περίπου εποχή με τον Πτολεμαίο ο οποίος αξιοποίησε τα στοιχεία του. Συνέταξε χάρτη σε προβολικό σύστημα κυλινδρικής προβολής. Το σύστημα αυτό αποτέλεσε τη βάση για τη “Μερκατορική προβολή” που χρησιμοποίησε αιώνες αργότερα ο Φλαμανδός χαρτογράφος Gerhard Kramer, γνωστός ως Mercator.

Σημαντικά ονόματα του 3ου και 4ου μ.Χ. αιώνα υπήρξαν και ο *Πάππος*, ο *Διόφαντος*, ο *αυτοκράτορας Ιουλιανός* (λάτρης του ελληνικού πνεύματος και οπαδός της ηλιοκεντρικής θεωρίας του Αρίσταρχου), ο *Θέων*, η *Υπατία*, ο *Πρόκλος*, κ.ά..

1.3.2. Μεσαιώνας, Βυζάντιο και Άραβες (5ος -15ος αιώνας)

Τον 3ο μ.Χ. αιώνα το κέντρο βάρους του Ρωμαϊκού κράτους μετατοπίζεται από τη Δύση στην Ανατολή, δηλαδή στο Βυζάντιο, και το Δυτικό κράτος καταλύεται οριστικά στα τέλη του 4ου αιώνα. Ο 5ος αιώνας οριοθετεί και το τέλος του αρχαίου κόσμου. Ακολουθούν χίλια περίπου χρόνια (5ος–15ος μ.Χ αιώνας), τα λεγόμενα Μεσαιωνικά, όπου *επικρατούν οι θεοκρατικές αντιλήψεις και γενικά παρατηρείται σκοταδισμός και στασιμότητα στις θετικές επιστήμες με εξαίρεση τους Άραβες και κάποιες περιόδους της Βυζαντινής αυτοκρατορίας*. Η γη εθεωρείτο και πάλι επίπεδη, π.χ. τετραγωνική ή παρόμοια με την κιβωτό του Νώε. Οι χάρτες, χωρίς κλίμακα, και επηρεασμένοι έντονα από την Αγία Γραφή με στοιχεία φαντασιώσεων, κατασκευάζονταν κυρίως από μοναχούς και Επισκόπους.

Η συμβολή των Ρωμαίων στην ανάπτυξη της αστρονομίας και των μαθηματικών θεωρείται ασήμαντη. Ελάχιστες υπήρξαν οι εξαιρέσεις από μερικούς Ρωμαίους συγγραφείς που μετέφρασαν στα Λατινικά σπουδαία έργα των Ελλήνων. Η Δύση αγνοούσε τα έργα των Ελλήνων μέχρι την Αναγέννηση (14ος, 15ος αιώνας), οπότε Δυτικοί λόγιοι, πρώτα οι Ιταλοί, αντιλαμβάνονται τους θησαυρούς γνώσης που υπήρχαν στο Βυζάντιο.

Το πιο οργανωμένο και πολιτισμένο “κράτος” του Μεσαίωνα υπήρξε το Βυζάντιο. Καταλύθηκε το 1453 με την άλωση της Κωνσταντινούπολης από του Οθωμανούς Τούρκους ενώ ήδη είχε προηγηθεί μια περίοδος λεηλασίας και κατάλυσής του από τους Φράγκους (Σταυροφορίες, 1204-1261).

Στο Βυζάντιο κατά διαστήματα καλλιεργήθηκαν κάποιες επιστήμες, ιδιαίτερα η Φιλοσοφία, η Αστρονομία και τα Μαθηματικά. Αρκετό συγγραφικό έργο συντάχθηκε με βάση και τα έργα των αρχαίων Ελλήνων. Τον 10ο αιώνα, ο *Ήρων ο νεότερος* έγραψε “εγχειρίδιο Γεωδαισίας”. Στην ονομαστή *Σχολή Θετικών Επιστημών της Τραπεζούντας* υπήρχε Αστεροσκοπείο. Ανάμεσα σε γνωστά ονόματα Βυζαντινών φιλοσόφων, μαθηματικών και αστρονόμων συγκαταλέγονται ο *Φιλόπονος ο Ιωάννης*, ο *Ευτόκιος*, ο *Ήρων*, ο *Λεόντιος*, ο *Λέων ο Μαθηματικός*, ο *Μιχαήλ Ψελλός*, ο *Θεόδωρος Β΄*, ο *Παχυμέρης*, ο *Βησσαρίων* και ο *Γ. Γεμιστός ή Πλήθων*.

Οι Άραβες κυριάρχησαν στη Μεσόγειο και την Ευρώπη για έξι περίπου αιώνες από τον 7ο αιώνα και μετά. Παρά τις συγκρούσεις τους με το Βυζάντιο υπήρχε κάποια πολιτιστική αλληλεπίδραση. Μετέφεραν πολλά έργα των αρχαίων Ελλήνων, ανέπτυξαν τα μαθηματικά, και μετέδωσαν στην Ευρώπη, μεταξύ άλλων, και γνώσεις γεωδαισίας, αστρονομίας και χαρτογραφίας. *Οι Άραβες πίστευαν ακλόνητα στη γεωκεντρική θεωρία*. Γύρω στα 813 μ.Χ., με διαταγή του *Χαλίφη Μαμούν*, πραγματοποιείται *μέτρηση μήκους τόξου μεσημβρινού βορειοδυτικά της Βαγδάτης*, με ασαφή την τιμή (πιθανό μήκος γήινης περιμέτρου 39 780 000 m), προς επιβεβαίωση του μεγέθους του Ερατοσθένη. Οι Άραβες μετρούσαν το ύψος του πολικού αστέρα για τον υπολογισμό της διαφοράς του γεωγραφικού πλάτους μεταξύ των άκρων τόξου μεσημβρινού. Για τη μέτρηση του μήκους του τόξου χρησιμοποιούσαν ξύλινους κανόνες. *Οι Άραβες μπορούν να θεωρηθούν ως άξιοι συνεχιστές της αρχαίας ελληνικής σκέψης*.

Τον 14ο αιώνα η σκυτάλη περνά στην επερχόμενη *Αναγέννηση* (στροφή προς την ελληνική αρχαιότητα). Τον 15ο αιώνα έχουμε την περίοδο των Μεγάλων Ανακαλύψεων και συγχρόνως των μεγάλων καταστροφών των πολιτισμών της Κεντρικής και Νότιας Αμερικής.

1.3.3. Τριγωνισμός και ελλειψοειδές μοντέλο γης (16ος-17ος αιώνας)

Με αφετηρία τον 16ο αιώνα ακολουθεί νέα περίοδος για τη Γεωδαισία. Σημαντικοί επιστήμονες εμφανίζονται την εποχή αυτή. Ο αστρονόμος Πολωνός *N. Κοπέρνικος* (1473–1543) επαναφέρει και τεκμηριώνει με παρατηρήσεις την ηλιοκεντρική θεωρία του Αρίσταρχου, η οποία έκτοτε έγινε αποδεκτή με συνέπεια την αμετάκλητη αλλαγή της εικόνας του σύμπαντος. Δέχεται ότι οι τροχιές των πλανητών είναι τέλειοι κύκλοι και προσδιορίζει με ακρίβεια τις αποστάσεις από τον ήλιο. Ο διάδοχός του, Δανός αστρονόμος *T. Brahe* (1546–1601), υπήρξε έξοχος παρατηρητής χωρίς τη χρήση τη-

λεσκοπίου. Δέχεται ότι οι πλανήτες, εκτός από τη γη, περιστρέφονται γύρω από τον ήλιο που με τη σειρά του περιστρέφεται γύρω από τη γη (η γη στο κέντρο!).

Ο Γερμανός αστρονόμος *J. Kepler* (1571–1630), μαθητής του Brahe, χρησιμοποιεί τις προσεκτικές παρατηρήσεις του Brahe και καταλήγει στους περίφημους “τρεις νόμους” για τις τροχιές των πλανητών (1609, 1619). Ο *Γαλιλαίος* (Galileo Galilei, 1564–1642) πραγματοποιεί το επόμενο μεγάλο βήμα. Κατασκευάζει το αστρονομικό τηλεσκόπιο, χρονόμετρα και εκκρεμή, διεξάγει πλήθος παρατηρήσεων και κατανοεί πρώτος τα χαρακτηριστικά της πτώσης των σωμάτων και της κίνησης του εκκρεμούς. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι κατά την πτώση των σωμάτων υπό την επίδραση του γήινου πεδίου βαρύτητας προκαλείται σταθερή επιτάχυνση προς το κέντρο της γης, ανεξάρτητα από το μέγεθος και την πυκνότητά του. Ανακάλυψε νέους δορυφόρους και τις ηλιακές κηλίδες του ήλιου, από τις παρατηρήσεις των οποίων κατέληξε να τυφλωθεί. Υποστήριξε με έξοχα επιχειρήματα τη θεωρία του Κοπέρνικου αλλά και με καυστική σάτιρα που προκάλεσε την οργή των συντηρητικών. Ηρθε σε ρήξη με την Καθολική Εκκλησία η οποία μόλις το 1822 αποδέχθηκε την ηλιοκεντρική θεωρία για την οποία ο αστρονόμος *G. Bruno* οδηγήθηκε το 1600 στην πυρά. Μπροστά στην Ιερά Εξέταση ο Γαλιλαίος αναγκάστηκε να αποκηρύξει τις ιδέες του.

Οι μετρήσεις για τον προσδιορισμό του μεγέθους της γήινης σφαίρας συνεχίστηκαν κατά τους δύο αυτούς αιώνες. Μετά από αστρογεωδαιτικές μετρήσεις του Γάλλου γιατρού και ερασιτέχνη γεωμέτρη *Fernel* το 1525, μεταξύ Παρισιού και Αμιένης, ο *Lalande* υπολογίζει το μέγεθος της γήινης σφαίρας που αντιστοιχεί σε ακτίνα μόλις 30 m μεγαλύτερη από τη σωστή τιμή (απόκλιση 0.1%). Ο *Fernel* χρησιμοποίησε την “αραβική μέθοδο” για τον υπολογισμό του πλάτους και οδόμετρο (τροχό άμαξας) για τη μέτρηση της απόστασης σύμφωνα με τη μέθοδο του Ήρωνα.

Η νέα εποχή, που ξεκίνησε με την επινόηση της μεθόδου του τριγωνισμού από τον Ολλανδό *Snellius* (1591–1626), επέτρεψε ακριβείς πλέον υπολογισμούς των διαστάσεων του σφαιρικού μοντέλου της Γης. Τον 16ο αιώνα κατασκευάζεται το θεοδόλιχο ως εξέλιξη της Διόπτρας του Ήρωνα ενώ τον 17ο αιώνα βελτιώνεται σημαντικά με την προσθήκη τηλεσκοπίου. Γνωστοί είναι οι τριγωνισμοί του *Picard* (1670) για λογαριασμό της Παρισινής Ακαδημίας, χρησιμοποιώντας καλύτερα γωνιομετρικά όργανα (τηλεσκόπιο με σταυρόνημα) και οι τριγωνισμοί στη Δανία από τον *Tycho Brahe*. Το μήκος τόξου μεταξύ απομακρυσμένων σημείων υπολογίζεται έμμεσα σύμφωνα με τη μέθοδο του τριγωνισμού.

Τον 17ο αιώνα, η διατύπωση των αρχών της φυγόκεντρης δύναμης από τον *Huygens* (1629–1695) και της Παγκόσμιας Έλξης από τον *Νεύτωνα* (Newton:1642–1727) το 1687, επέτρεψαν τη θεωρητική απόδειξη και τε-

λικά την αναγνώριση ότι το σχήμα της Γης προσεγγίζει ένα ελλειψοειδές πεπλατυσμένο στους πόλους. Μετρήσεις βαρύτητας καθώς και αστρονομικές παρατηρήσεις υποστήριξαν την άποψη του Νεύτωνα. Η θεωρητική απόδειξη με βάση τα φυσικά μοντέλα των Newton-Huygens έμενε να αποδειχθεί και με καθαρά γεωμετρικές μεθόδους.

Ο Newton, κατά τον Lagrange η μεγαλύτερη διάνοια που υπήρξε ποτέ, είχε ήδη διατυπώσει μαθηματικά τις ποιοτικά γνωστές σχέσεις του Γαλιλαίου, μεταξύ δύναμης και κίνησης, με τη μορφή των γνωστών τριών νόμων. Ο νόμος της Παγκόσμιας Έλξης του Newton, η μεγαλύτερη ανακάλυψη του αιώνα, αποτέλεσε το θεμέλιο της σύγχρονης επιστήμης, πάνω στο οποίο στηρίχθηκε η ανάπτυξη της γεωδαισίας και της σύγχρονης δορυφορικής γεωδαισίας, της αστρονομίας και άλλων θετικών επιστημών. Με το νόμο της παγκόσμιας έλξης εξηγήθηκαν και οι τρεις νόμοι του Κέπλερ. Παράλληλα, την εποχή αυτή, η χρήση του τηλεσκοπίου, των λογαριθμικών πινάκων και της μεθόδου του τριγωνισμού συμβάλουν σημαντικά στην ανάπτυξη της γεωδαισίας.

Ο Newton υπολογίζει τη γεωμετρική επιπλάτυνση f του γήινου ελλειψοειδούς από τη σχέση,

$$f = \frac{a - b}{a}$$

υποθέτοντας ομοιόμορφη κατανομή πυκνότητας στο εσωτερικό της Γης, ενώ το 1738 ο *Clairaut*, σε ηλικία 31 ετών, παρακάμπτοντας τη γήινη πυκνότητα, μέσω του περίφημου θεωρήματός του, υπολογίζει τη γεωμετρική επιπλάτυνση από την (προσεγγιστική) σχέση,

$$f \cong \frac{5}{2} m - \frac{\gamma_b - \gamma_a}{\gamma_a}$$

όπου, m η μάζα της γης, και γ_a, γ_b οι (κανονικές) τιμές βαρύτητας στον πόλο και στον ισημερινό αντιστοίχως. Ο δεύτερος όρος λέγεται και επιπλάτυνση βαρύτητας. Η μάζα δίνεται από την (προσεγγιστική) σχέση

$$m \cong \frac{\text{φυγόκεντρος δύναμη στον Ισημερινό}}{\text{βαρύτητα στον Ισημερινό}} = \frac{\omega^2 a}{\gamma_a}$$

όπου ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της γης.

Η σχέση του Clairaut, η οποία στη συνέχεια βελτιώθηκε, έχει θεμελιώδη σημασία επειδή δείχνει πως ένα γεωμετρικό μέγεθος (f) μπορεί να προκύψει από καθαρά δυναμικά μεγέθη, δηλαδή, ότι η γεωμετρική επιπλάτυνση μπορεί να υπολογιστεί από μετρήσεις βαρύτητας. Η μάζα της γης μπορεί να προκύψει με βάση τη σχέση του Νεύτωνα από μετρήσεις βαρύτητας και με την προϋπόθεση ότι έχει υπολογισθεί η σταθερά της παγκόσμιας έλξης (G).

Η σταθερά G , για πρώτη φορά μετρήθηκε εργαστηριακά από τον Cavendish (1798) ενώ το 1930 ο Heyl έδωσε ακριβέστερη τιμή. Πολύ αργότερα, με δορυφορικές μεθόδους υπολογίσθηκαν ακριβέστερες τιμές. Το γινόμενο Gm υπολογίζεται με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Και οι δύο υπολογισμοί της επιπλάτυνσης, κατά Newton και κατά Clairaut, έδωσαν αποτελέσματα της τάξης του $\sim 4 \times 10^{-3}$ (ακριβής τιμή $\sim 3.5 \times 10^{-3}$). Μεγάλη μορφή του 18ου αιώνα είναι και ο *Bouguer*, ο οποίος κάνοντας μετρήσεις βαρύτητας με εκκρεμές υπολογίζει σχέσεις πυκνοτήτων της γης και προτείνει απλές σχέσεις για την αναγωγή της βαρύτητας από τη γήινη επιφάνεια στη μέση στάθμη της θάλασσας (γεωειδές).

Αποδείξεις της ελλειψοειδούς μορφής της Γης, την ίδια εποχή με τον Νεύτωνα, αποτελούν επίσης και οι πειραματικές εργασίες του Γάλλου αστρονόμου *Richer* (1672), ο οποίος χρησιμοποιώντας εκκρεμές διαπίστωσε ελάττωση της τιμής της βαρύτητας οδεύοντας απ' το Παρίσι προς Νότο. Τα αποτελέσματα του *Richer* αξιοποίησαν οι Newton και Huygens, για την ανάπτυξη γήινων μοντέλων πεπλατυσμένων στους πόλους. Το φαινόμενο της μετάπτωσης των ισημερινών αποδείχθηκε από τον Newton ότι οφείλεται στη γήινη επιπλάτυση.

Με την αποδοχή του ελλειψοειδούς μοντέλου, οι γεωδαιτικές εργασίες αποσκοπούσαν στη μέτρηση όχι πια μηκών *σφαιρικών* αλλά *ελλειπτικών τόξων*, από τα οποία θα υπολογίζονταν οι διαστάσεις της Γης αλλά και θα επαληθεύονταν το ελλειψοειδές σχήμα της. Το ελλειψοειδές αυτό σχήμα απέδειξε θεωρητικά ο Newton *χωρίς να χρειαστεί να βγει απ' το δωμάτιό του*, όπως χαρακτηριστικά είχε πει ο Βολταίρος ειρωνευόμενος τις αποδεδειγμένα αργότερα λανθασμένες αντιρρήσεις του Γάλλου γεωδαίτη *Cassini*, ο οποίος αμφισβητώντας τις θεωρητικές αποδείξεις του Newton, υποστήριζε ότι η Γη ήταν πεπλατυσμένη στον Ισημερινό, δηλαδή εξογκωμένη στους πόλους, σχήματος αυγού!

1.3.4. Η μεγάλη γεωδαιτική ανάπτυξη (18ος-19ος αιών.)

Τον 18ο και 19ο αιώνα συντελείται η μεγάλη ανάπτυξη της γεωδαισίας και αναδεικνύονται σπουδαίοι επιστήμονες. Κύρια χαρακτηριστικά της περιόδου αυτής είναι η πληθώρα των μετρήσεων τόξων, η ίδρυση και επίλυση τριγωνομετρικών δικτύων ως το απαραίτητο γεωδαιτικό υπόβαθρο των χαρτογραφικών εργασιών και η σημαντική βελτίωση των οργάνων μέτρησης και των υπολογιστικών μεθόδων.

Η άποψη του *Cassini*, που αναφέρθηκε προηγουμένως, στηρίζονταν προφανώς σε λανθασμένα αποτελέσματα τριγωνισμών, που είχαν αρχίσει να γίνονται στη Γαλλία το 1670 απ' τον αστρονόμο *Picard* για λογαριασμό της Παρισινής Ακαδημίας και συνεχίστηκαν καλύπτοντας όλη τη Γαλλία, κυρίως από τους πατέρα και γιο *Cassini* (1693–1718). Ο *Picard* υπολόγισε τη

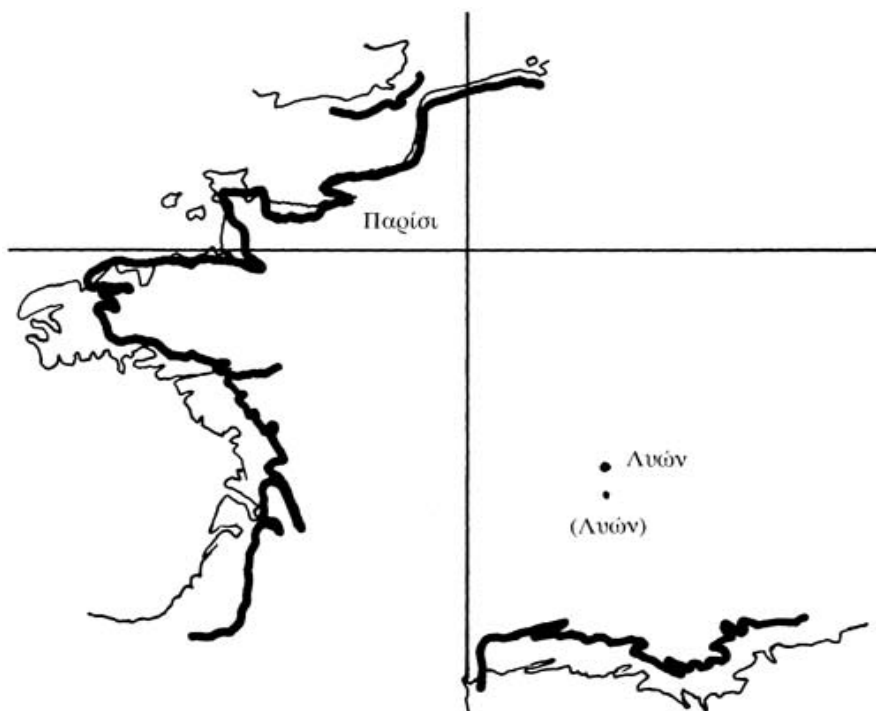
γήνη ακτίνα με λάθος μόνον 0.01% και είναι από τους πρώτους που χρησιμοποιήσε τηλεσκόπιο με σταυρόνημα.

Η διαφορά μεταξύ των υποστηρικτών του Cassini και των υποστηρικτών του Newton ήταν η αφορομή για να γραφούν από τις ωραιότερες ιστορίες της Γεωδαισίας, οι οποίες και συνέβαλαν στην παραπέρα ανάπτυξη της: Η Ακαδημία Επιστημών του Παρισιού αποφάσισε να λύσει τη διαφορά οργανώνοντας δύο μεγάλες γεωδαιτικές αποστολές με σκοπό τη μέτρηση μηκών τόξων μεσημβρινού σε διαφορετικά πλάτη της γης. Μία στο Περού (1735-1741), κοντά στον Ισημερινό, υπό τους Bouguer, La Condamine και Godin, και μία στη Λαπωνία - Βόρεια Σουηδία (1736-1737), κοντά στο Βόρειο Πόλο, υπό τους Maupertuis και Clairaut. Η σύγκρισή των αντίστοιχων τόξων θα επαλήθευε ή όχι την άποψη του Newton.

Το αποτέλεσμα των αποστολών δικαίωσε τον Newton, ο οποίος ομολογουμένως δεν χρειάστηκε να βγεί από το δωμάτιό του για να αποδείξει αυτό που επιβεβαίωσαν οι πολυέξοδες και πολύχρονες αποστολές. *Αποδείχθηκε και “γεωμετρικά” το ελλειψοειδές σχήμα της γης* ή ότι η καμπυλότητα εξαρτάται από το πλάτος. Από τις παραπάνω μετρήσεις προέκυψαν οι υπολογισμοί για την επιπλάτυνση και το μεγάλο ημιάξονα του ελλειψοειδούς. Το ιστορικό αυτό γεγονός αποτελεί ίσως το πιο κομψό παράδειγμα που ενισχύει την άποψη ότι *στις Επιστήμες δεν υπάρχει καλύτερη Πρακτική από μια καλή Θεωρία*.

Το 1740 οι *Lacaille* και *Cassini de Thury* επαναλαμβάνουν τις μετρήσεις τριγωνισμού στη Γαλλία, που αποτελούν και τον πρώτο ακριβή τριγωνισμό, με σκοπό τη χαρτογράφηση της επικράτειας (Σχ. 1.2). Και αυτά τα αποπεπτελέσματα επιβεβαιώνουν τη θεωρία του Newton για το ελλειψοειδές μοντέλο της γης ($f=1/304$).

Ακολουθώντας χρονολογικά τις σπουδαιές γεωδαιτικές εργασίες του 18ου και 19ου αιώνα σημειώνονται τα εξής: Στο τέλος του 18ου αιώνα (1792-1799) οι Delambre και Mechain βοηθούμενοι από τους Borda και Laplace επαναπροσδιορίζουν το μήκος τόξου του κεντρικού Γαλλικού μεσημβρινού με σκοπό την εισαγωγή του μέτρου ως μονάδας μέτρησης γραμμικού μεγέθους ίσου με το 1×10^{-7} του τεταρτημορίου του μεσημβρινού. Το 1783 αρχίζει ο τριγωνισμός στην Αγγλία από τον στρατηγό Roy που συνεχίζεται από τους Mudge και Airy καλύπτει τη χώρα μέχρι τα βόρεια νησιά Shetland. Ο τριγωνισμός αυτός συνδέεται με το Γαλλικό και έτσι μετά και από μια παρόμοια σύνδεση μεταξύ Ισπανίας και Αλγερίας έχουμε το 1879 το πρώτο διακρατικό δίκτυο που καλύπτει 34°, από τη Σαχάρα μέχρι τα βόρεια Βρετανικά νησιά. Στο δίκτυο αυτό έρχεται να προστεθεί το Σκανδιναβικό δίκτυο εκτεινόμενο από το Βόρειο Ακρωτήριο μέχρι τις εκβολές του Δούναβη στη Μαύρη Θάλασσα, που μετρήθηκε από το 1817 μέχρι το 1850 από τους von Turner και Struve.



Σχ. 1.2. Ο πρώτος ακριβής τριγωνισμός στη Γαλλία. Η σπουδαιότητα του σωστού τριγωνισμού όπως φαίνεται από το σχήμα: Ο πρώτος ακριβής τριγωνισμός που συμπληρώθηκε το 1740 έδωσε την εικόνα που παρουσιάζει η εσωτερική οριακή γραμμή, δηλαδή μικρότερη έκταση της χώρας!

Σταθμό στην ιστορία της γεωδαισίας αποτελούν οι τριγωνισμοί του Gauss (1777-1855) στο κρατίδιο του Αννοβέρου (1821-1823) και εκείνοι των Bäger και Bessel (1784-1846) στην ανατολική Πρωσία (1831-1834), όπου για πρώτη φορά χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι συνόρθωσης των παρατηρήσεων με βάση το κριτήριο των ελαχίστων τετραγώνων. Ο Legendre, σχεδόν την ίδια εποχή με τον Gauss, εφαρμόζει επίσης τα ελάχιστα τετράγωνα σε προβλήματα συνορθώσεων μηκών τόξων (1806). Ακολουθούν αρκετοί τριγωνισμοί σε πολλά ευρωπαϊκά κράτη, ώστε ο Gauss να θεωρεί ρεαλιστική την ιδέα της σύνδεσης όλων των Αστεροσκοπειών της Ευρώπης μέσω τριγωνομετρικών δικτύων.

Με τους πρώτους τριγωνισμούς του 18ου αιώνα αναγνωρίζεται ότι το ελλειψοειδές μοντέλο της γης δεν είναι ικανοποιητικό όταν χρησιμοποιηθούν παρατηρήσεις υψηλής ακρίβειας και αγνοηθούν οι αποκλίσεις της κατακορύφου επειδή οι αβεβαιότητες στα αποτελέσματα είναι μεγαλύτερες από εκείνες των μετρήσεων. Μέχρι τα μέσα του 19ου αιώνα οι αποκλίσεις της κατακορύφου αντιμετωπίζονταν ως τυχαία σφάλματα. Πρώτος ο σπου-



Σχ. 1.3. Τα κυριότερα τόξα μεσημβρινών και παραλλήλων που μετρήθηκαν για τον προσδιορισμό του σχήματος και των διαστάσεων της Γης μέχρι και τον 19ο αιώνα.

δαίος Γερμανός γεωδαίτης *Helmert* (1843-1917) έλαβε υπόψη τις αποκλίσεις της κατακορύφου για τον ακριβή προσδιορισμό των διαστάσεων του ελλειψοειδούς. Τον 18ο αιώνα διαστάσεις για το ΕΕΠ αναφοράς υπολογίζουν επίσης ο *Everest* (1830) με βάση μήκος τόξου στις Ινδίες, ο *Bessel* (1841) από μήκη τόξων στην Ευρώπη, ο *Clark* (1866, 1880) κ.ά.

Ο *Gauss* ήταν ο πρώτος που πρότεινε την έννοια της χωροσταθμικής ή ισοδυναμικής επιφάνειας του γήινου πεδίου βαρύτητας που προσεγγίζει καλύτερα τη μέση στάθμη των ωκεανών, ως τη “μαθηματική μορφή της γης”. Η θεμελιώδης αυτή επιφάνεια, με το διάνυσμα της βαρύτητας κάθετο σε κάθε σημείο της, ονομάστηκε, αργότερα από τον *Listring* (1873) *γεωειδές*. Το γεωειδές, χρησιμοποιείται στη γεωδαισία και την τοπογραφία ως η επιφάνεια αναφοράς των υψομέτρων (ορθομετρικών) ενώ για τον οριζόντιο προσδιορισμό θέσης χρησιμοποιείται το ελλειψοειδές εκ περιστροφής. Οι δύο επιφάνειες, γεωειδές και ελλειψοειδές, απέχουν μεταξύ τους μερικές δεκάδες μέτρα (υψόμετρα γεωειδούς) ενώ η γωνία μεταξύ της καθέτου στο ελλειψοειδές και της αντίστοιχης κατακορύφου (απόκλιση κατακορύφου) δεν υπερβαίνει το ένα πρώτο λεπτό.

Σπουδαίοι επίσης επιστήμονες του 18ου και 19ου αιώνα, που σχετίζονται άμεσα ή έμμεσα με τις γεωδαιτικές επιστήμες, είναι οι *Laplace*, *Bessel*,

Euler, Lagrange, Fourier, Riemann, Hamilton, Green, Poisson, Fizeau, Michelson, Coriolis, Bruns, Maxwell, Stokes, Legendre, Foucault, Kelvin, Darwin, Poincare και *Newcomb*. Ιδιαίτερη μνεία πρέπει να γίνει στο μεγάλο Γερμανό γεωδαίτη *Helmert*, πρώτο συγγραφέα Γεωδαισίας, ο οποίος στο βιβλίο του “Μαθηματική και Φυσική Θεωρία της Γεωδαισίας” (1880) συμπεριέλαβε όλη τη μέχρι τότε γεωδαιτική γνώση.

1.3.5. Η εποχή της Δορυφορικής Γεωδαισίας (20ος αιώνας)

Οι υπολογισμοί ακριβέστερων διαστάσεων του ΕΕΠ συνεχίζονται και κατά τον 20ο αιώνα. Αναφέρουμε ενδεικτικά, το ελλειψοειδές του *Helmert* (1907), το Διεθνές ελλειψοειδές του *Hayford* (1924), το ελλειψοειδές του *Krassowski* (1942), που χρησιμοποιήθηκε από χώρες της Ανατολικής Ευρώπης και την (τέως) Σοβιετική Ένωση, και το πιο πρόσφατο αποδεκτό από τη διεθνή γεωδαιτική κοινότητα, το ελλειψοειδές του συστήματος *GRS80* (1980).

Ήδη από τα τέλη του 19ου αιώνα η επινόηση και η ανάπτυξη νέων οργάνων μέτρησης επέτρεψε ακριβείς υπολογισμούς του γεωειδούς, απαραίτητους, μεταξύ άλλων, για τις αναγωγές των παρατηρήσεων στο ΕΕΠ. Κάθε χώρα ιδρύει το δικό της γεωδαιτικό σύστημα και το γεγονός αυτό δημιουργεί προβλήματα συνεργασίας, όπως είναι η οριοθέτηση των συνόρων. Γι’ αυτό, από τα τέλη του 19ου αιώνα, αρχίζει η διεθνής συνεργασία στη γεωδαισία, η οποία και αναπτύσσεται αλματωδώς.

Μέχρι και τα μέσα του 19ου αιώνα, περίοδο περίπου 70 ετών, το βασικό πρόβλημα της γεωδαισίας ήταν ο προσδιορισμός του γεωειδούς. Στη συνέχεια αναπτύσσονται μαθηματικά μοντέλα βαρύτητας (αναπτύγματα του δυναμικού σε σειρές σφαιρικών αρμονικών) από τα οποία προκύπτει το γεωειδές. Με τη χρήση των τεχνητών δορυφόρων, το πρόβλημα της βελτίωσης του γεωειδούς αποκτά νέα διάσταση. Από δορυφορικά δεδομένα υπολογίζονται νέα μοντέλα βαρύτητας και σε συνδυασμό με επίγειες μετρήσεις βαρύτητας βελτιώνονται περισσότερο. Σήμερα, τα τελευταία παγκόσμια μοντέλα βαρύτητας, δίνουν μια ακρίβεια στο υψόμετρο του γεωειδούς της τάξης του μισού μέτρου.

Ο πρώτος ενιαίος Ευρωπαϊκός Τριγωνισμός, με το Διεθνές ΕΕΠ του *Hayford*, προσδιόρισε το Ευρωπαϊκό datum του 1950 (*ED50*).

Η *τεχνολογική επανάσταση* που συντελείται στον τομέα της ηλεκτρονικής, κυρίως στα μέσα του 20ου αιώνα, επέτρεψε την κατασκευή οργάνων ηλεκτρονικής μέτρησης αποστάσεων (EDM) και των ηλεκτρονικών υπολογιστών, με αποτέλεσμα τη ραγδαία ανάπτυξη της γεωδαισίας σε όλους του τομείς.

Η *εποχή της Δορυφορικής και Διαστημικής Γεωδαισίας* αρχίζει με την εκτόξευση των τεχνητών δορυφόρων, πρώτα από τους Σοβιετικούς με

τους Σπούτνικ I και II (1957) και λίγο αργότερα από τους Αμερικανούς με τον Explorer I (1958). Σταδιακά, η χρήση ειδικών δορυφόρων για τον προσδιορισμό θέσης, ανατρέπει την κλασική γεωδαιτική μεθοδολογία. Παράλληλα αναπτύσσονται και μη δορυφορικά συστήματα, όπως το σύστημα VLBI, τα οποία σε συνδυασμό με τα δορυφορικά, επιτρέπουν την ίδρυση υψηλής ακριβείας παγκόσμιων συστημάτων αναφοράς, επίγειων και αδρανειακών, καθώς και τη σύνδεση υπαρχόντων γεωδαιτικών συστημάτων.

Τις τελευταίες δύο δεκαετίες η χρήση κυρίως του δορυφορικού συστήματος GPS αντικατέστησε την κλασική διαδικασία ίδρυσης των βασικών εθνικών δικτύων και τις πυκνώσεις τους. Ταυτόχρονα, το GPS αξιοποιείται και στις τοπογραφικές αποτυπώσεις. Η λεπτομερής μελέτη του πεδίου βαρύτητας, ο ακριβής προσδιορισμός των παραμέτρων περιστροφής της γης και χρόνου, η παρακολούθηση μικρομετακινήσεων των γήινων τεκτονικών πλακών και άλλων γεωδυναμικών φαινομένων, εντάσσονται στις νέες δυνατότητες της δορυφορικής και διαστημικής γεωδαισίας.

1.4. Η διεθνής συνεργασία στη Γεωδαισία

Οι μεγάλες γεωδαιτικές εργασίες του 18ου και 19ου αιώνα, που αποσκοπούσαν κυρίως στη χαρτογράφηση των κρατών της Ευρώπης και στην εξασφάλιση των συνόρων τους, οδήγησαν στην ανάγκη έκφρασης των αποτελεσμάτων σε ένα ενιαίο γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς που να καλύπτει μια ήπειρο ή και όλη τη γη, πρόβλημα που απαιτεί διεθνή συνεργασία. Παρόμοια, η αλματώδης επιστημονική και τεχνολογική εξέλιξη, επιβάλλει τον αναγκαίο συντονισμό μεταξύ πολλών εθνικών και διεθνών ενώσεων, οργανισμών, υπηρεσιών και ομάδων επιστημόνων.

Το αποτέλεσμα μιας πρότασης για τον προσδιορισμό των αποκλίσεων της κατακορύφου στον ευρωπαϊκό χώρο, μέσω της σύνδεσης τριγωνομετρικών δικτύων, που έγινε από τον Πρώσο στρατηγό *Bayer* (1861), ήταν η αφετηρία ίδρυσης της Διεθνούς Ένωσης Γεωδαισίας στο Βερολίνο (1862), αρχικά με το όνομα “*Κεντροευρωπαϊκή Μέτρηση Τόξων*”, στη συνέχεια ως “*Ευρωπαϊκή Μέτρηση Τόξων*” (1867) και ως “*Διεθνής Γεωδαιτική Ένωση*” (1886), με τη συμμετοχή σχεδόν όλων των Ευρωπαϊκών κρατών. Έτσι άρχισε μια οργανωμένη προσπάθεια διεθνούς συνεργασίας στη γεωδαισία.

Η Ένωση επέζησε στη μορφή αυτή μέχρι τον Α΄ Παγκόσμιο Πόλεμο. Από το 1861 μέχρι το 1912, χρόνος της τελευταίας συνεδρίασης στο Αμβούργο, με Διευθυντή τον *Helmert*, συντόνισε πολλές γεωδαιτικές εργασίες στην Ευρώπη, όπως τη μέτρηση τόξου από τη Νορβηγία μέχρι τη Σικελία, αστρονομικές παρατηρήσεις, χωροσταθμίσεις, προσδιορισμούς του γεωειδούς, μελέ-

τες ατμοσφαιρικής διάθλασης, απόλυτες και σχετικές μετρήσεις βαρύτητας. Οι τομείς των επιστημονικών εργασιών που καθορίστηκαν το 1899 απέβλεπαν στον υπολογισμό ενός Ευρωπαϊκού συστήματος αποκλίσεων της κατακορύφου, στη μελέτη της κίνησης του άξονα περιστροφής της γης, στην προετοιμασία για την ίδρυση της Διεθνούς Υπηρεσίας Κίνησης του Πόλου, στη μέτρηση απόλυτων τιμών βαρύτητας και στη σύνδεση των εθνικών θεμελιωδών σταθμών βαρύτητας.

Μετά τον Α΄ Παγκόσμιο Πόλεμο, ιδρύθηκε το 1919 η *Διεθνής Ένωση Γεωδαισίας και Γεωφυσικής* (IUGG), μία καθαρά επιστημονική διεθνής και μη κυβερνητική ένωση, κατά τη διάρκεια της καταστατικής συνέλευσης του Διεθνούς Συμβουλίου Ερευνών (IRC) που από το 1931 ονομάζεται *Διεθνές Συμβούλιο Επιστημονικών Ενώσεων* (ICSU). Στόχοι της IUGG είναι η επιστημονική μελέτη της Γης και οι εφαρμογές των γνώσεων που προκύπτουν, για τις ανάγκες της κοινωνίας, προσθώντας και ενισχύοντας τη συνεργασία των φυσικών, χημικών και μαθηματικών μελετών της γης και του περιβάλλοντός της. Περιλαμβάνει τα περισσότερα μέλη-κράτη τα οποία εκπροσωπούνται κυρίως μέσω ακαδημιών ή επιτροπών.

Η Ελλάδα, από τα ιδρυτικά μέλη της IUGG, εκπροσωπείται από την *Ελληνική Εθνική Επιτροπή Γεωδαισίας και Γεωδυναμικής* (HNCGG), που ιδρύθηκε αρχικά το 1923 ως Γεωδαιτική Επιτροπή του Κράτους με πρώτο Πρόεδρο τον Διευθυντή της ΓΥΣ (Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού) και Γεν. Γραμματέα τον Καθηγητή Δ. Λαμπαδάριο. Οι γενικές συνελεύσεις της IUGG γίνονται από το 1963 κάθε 4 χρόνια, ενώ προηγουμένως κάθε 3 χρόνια, με πρώτη Γ. Συνέλευση το 1922 στη Ρώμη και πρόσφατα (1999) στο Birmingham του Ηνωμένου Βασιλείου.

Στη δεύτερη γενική συνέλευση της IUGG (Μαδρίτη 1924), ιδρύθηκαν Επιτροπές Διεθνούς Γεωδαιτικής Συνεργασίας και έγινε αποδεκτό από τα κράτη μέλη της IUGG, ως μαθηματική προσέγγιση της Γης, το ελλειψοειδές εκ περιστροφής που υπολόγισε ο Αμερικανός Hayford και το οποίο ονομάστηκε *Διεθνές Ελλειψοειδές*. Οι επίσημες διαστάσεις του Διεθνούς Ελλειψοειδούς και οι αβεβαιότητές του, όπως υπολογίστηκαν από τον Helmert, καθορίστηκαν σε

$$\left. \begin{aligned} a &= 6\,378\,388 \text{ m} \pm 35 && \text{μεγάλος ημιάξονας} \\ f &= \frac{1}{297.0 \pm 0.8} && \text{επιπλάτυνση} \end{aligned} \right\}$$

Η *Διεθνής Ένωση Γεωδαισίας*, ως απόγονος της Διεθνούς Γεωδαιτικής Ένωσης, ιδρύθηκε στο πλαίσιο της IUGG μαζί με άλλες πέντε ενώσεις γεωφυσικού χαρακτήρα. Είναι γνωστή από το 1932 ως IAG (International Association of Geodesy). Στόχοι της IAG είναι η προώθηση μελετών για όλα τα προβλήματα της γεωδαισίας, η ενθάρρυνση της γεωδαιτικής έρευνας, η προ-

ώθηση και ο συντονισμός της διεθνούς συνεργασίας και των γεωδαιτικών δραστηριοτήτων στις αναπτυσσόμενες χώρες και η δημοσίευση όλων των σχετικών αποτελεσμάτων.

Οι Γενικές Συνελεύσεις της IAG διεξάγονται κάθε 4 χρόνια. Η IAG είναι διαρθρωμένη σε 5 Τομείς (Sections): Προσδιορισμός θέσης (Positioning), Προηγμένη Διαστημική Τεχνολογία (Advanced Space Technology), Προσδιορισμός του Πεδίου Βαρύτητας (Determination of the Gravity Field), Γενική Μεθοδολογία και Θεωρία (General Theory and Methodology) και Γεωδυναμική (Geodynamics). Στο πλαίσιο κάθε Τομέα δημιουργούνται Επιτροπές (Commissions), Ειδικές Επιτροπές (Special Commissions), π.χ. Εφαρμογές της Γεωδαισίας σε προβλήματα Μηχανικών, Ειδικές Ομάδες Εργασίας (Special Study Groups) και Διεθνείς Υπηρεσίες (Special Services) για εξειδικευμένα θέματα, π.χ. Διεθνής Υπηρεσία GPS (IGS: International GPS Service).

Από την αρχή η IAG συνεργάζεται στενά με την *Διεθνή Ένωση Αστρονομίας*, κυρίως για θέματα που αφορούν στα συστήματα αναφοράς (ουράνια/αδρανειακά και επίγεια) και στην περιστροφή της γης. Επίσης συνεργάζεται στενά και με άλλες σχετικές επιστημονικές ενώσεις των Μηχανικών και της Γεωπληροφορικής που αντιπροσωπεύονται στη *Διεθνή Ένωση Τοπογραφίσεων και Χαρτογραφίσεων* (IUSM), καθώς και με τη *Διεθνή Ένωση Φωτογραμμετρίας και Τηλεπισκόπησης* (ISPRS). Μέλη της IUSM, εκτός της IAG, είναι η *Διεθνής Ένωση Τοπογράφων* (FIG), η *Διεθνής Χαρτογραφική Ένωση* (ICA) και ο *Διεθνής Υδρογραφικός Οργανισμός* (IHO).

1.5. Οι γεωδαιτικές εργασίες στην Ελλάδα

1.5.1. Έναρξη εργασιών (τέλη 18ου αιώνα)

Οι πρώτες γεωδαιτικές εργασίες Α' τάξης στην Ελλάδα χρονολογούνται από το 1889, οπότε αρχίζει σταδιακά ο πρώτος Τριγωνισμός της χώρας (1889-1925) στην τότε ελεύθερη Ελλάδα: Πελοπόννησος, Στερεά, Θεσσαλία μέχρι βόρεια της Λάρισας, Ιόνια, Εύβοια και Αιγαίο. Οι εργασίες εκτελούνται από τη ΓΥΣ υπό τη διεύθυνση μιας αποστολής της στρατιωτικής Γεωγραφικής Υπηρεσίας της Βιέννης, διοικούμενης από τον αντισυνταγματάρχη Hartl. Η έναρξη των εργασιών συμπίπτει με την ίδρυση του αρχικού πυρήνα της ΓΥΣ ως «Γεωδαιτική Αποστολή» (1889), αργότερα (1891) ως «Γεωδαιτικό Απόσπασμα» και ως Χαρτογραφική Υπηρεσία Στρατού (1895), για να μετονομαστεί τελικά σε ΓΥΣ (1926). Η Αυστριακή αποστολή αποχώρησε το 1896. Στις γεωδαιτικές εργασίες της πρώτης περιόδου εντάσσ-

σεται και ο προσδιορισμός του αστρονομικού πλάτους και μήκους ενός βάθρου του Αστεροσκοπείου Αθηνών (βασικό σημείο του Ελληνικού γεωδαιτικού Datum) από τον Hartl (1890), καθώς και του αστρονομικού αξιμουθίου προς το τριγωνομετρικό “Πάρνηθα”. Οι τιμές που προσδιορίστηκαν από αστρονομικές μετρήσεις, μεταξύ άλλων και από 252 μετρήσεις του Πολικού, ήταν: $\Phi = 37^\circ 58' 20''.10$, $\Lambda = 23^\circ 42' 58''.82$, $A = 359^\circ 46' 13''.10$.

Μέχρι το 1918 αναπτύσσεται το πρώτο Ελληνικό τριγωνομετρικό δίκτυο Α΄ τάξης, το οποίο μετά τους Βαλκανικούς πολέμους, επεκτάθηκε ως τη νέα οριοθετική γραμμή, χωρίς να συμπεριλαμβάνονται ακόμα τα Δωδεκάνησα και η Κρήτη. Το δίκτυο αυτό είναι γνωστό ως το παλαιό τριγωνομετρικό δίκτυο. Συγχρόνως, γίνονται τριγωνισμοί κατωτέρων τάξεων παράλληλα με άλλες τοπογραφικές και χαρτογραφικές εργασίες. Οι συνορθώσεις των δικτύων έγιναν για μερικά τμήματα εμπειρικά και για άλλα τμήματα με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (εξισώσεις συνθηκών). Το δίκτυο Α΄ τάξης έχει αυτή την περίοδο μία μόνο μετρημένη βάση (Ελευσίνα). Το σύνολο των τριγωνομετρικών σημείων όλων των τάξεων ανέρχεται σε 2130.

Το 1922 πραγματοποιείται η σύνδεση με το Ιταλικό δίκτυο μέσω Κέρκυρας (Οθωνοί-Παντοκράτωρ) και αργότερα με το Αλβανικό από τη Γεωγραφική Υπηρεσία της Βιέννης μέσω της ίδιας πλευράς. Το 1924 η δεύτερη γενική συνέλευση της IUGG στη Μαδρίτη, βρίσκει την Ελλάδα να συμμετέχει στην Επιτροπή 15 για την μέτρηση τόξου μεσημβρινού από τον Αρκτικό Ωκεανό μέχρι τη Μεσόγειο. Στο πλαίσιο του διεθνούς αυτού προγράμματος εκτελούνται νέες γεωδαιτικές εργασίες στον Ελληνικό χώρο ανάμεσα στις οποίες και η σύνδεση (1928) των δικτύων Ελλάδας και Γιουγκοσλαβίας (τότε Βασίλειο των Σέρβων, Κροατών και Σλοβένων). Την ίδια περίοδο προτείνεται από τον Καθηγητή της Γεωδαισίας στο ΕΜΠ Δ. Λαμπαδάριο, η σύνδεση του Ελληνικού δικτύου με τις βόρειες ακτές της Αφρικής μέσω ενός φωτογραμμετρικού-γεωδαιτικού συστήματος, πρόταση η οποία λόγω τεχνικών δυσχερειών δεν υλοποιήθηκε.

Το 1925 αρχίζει η επαναμέτρηση του εθνικού δικτύου με νέες τιμές στο βάθρο του Αστεροσκοπείου Αθηνών ,

$$\Phi = 37^\circ 58' 18''.680, \quad \Lambda = 23^\circ 42' 58''.815, \quad A = 359^\circ 46' 09''.773$$

με το αξιμουθίο προς “Πάρνηθα”. Η προπολεμική περίοδος συμπληρώνεται με τη σύνδεση του Ελληνικού δικτύου με το δίκτυο της Δωδεκανήσου (1934) που βρίσκονταν ακόμα υπό Ιταλική κατοχή, ενώ παράλληλα πραγματοποιείται και η σύνδεση με την Κρήτη (1930). Με τις νέες μετρήσεις γωνιών, βάσεων (3 βάσεις) και σημείων Laplace (3 σημεία), ακολούθησε νέα συνορθωση. Το 1939 το δίκτυο Α΄ τάξης αριθμεί περί τα 160 σημεία, το δίκτυο Β΄ τάξης 320 σημεία ενώ το σύνολο των σημείων ανέρχεται σε 4500.