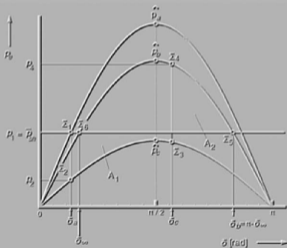


ΠΕΤΡΟΣ ΝΤΟΚΟΠΟΥΛΟΣ - ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΛΑΜΠΡΙΔΗΣ

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ



ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό, το οποίο αποτελεί μία εισαγωγή στα μεταβατικά φαινόμενα που συμβαίνουν στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας, έχει γραφεί για να καλύψει αντίστοιχο προπτυχιακό μάθημα του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών της Πολυτεχνικής Σχολής του ΑΠΘ, αλλά μπορεί να φανεί χρήσιμο και στον επαγγελματία Μηχανικό.

Σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών που ισχύει για το ακαδημαϊκό έτος 1994-95, οι φοιτητές του Ενεργειακού κύκλου έχουν τη δυνατότητα να παρακολουθήσουν:

- 1) στο 6ο εξάμηνο σπουδών το πρώτο μέρος των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας. Η ύλη του μαθήματος περιλαμβάνει μεταξύ άλλων στοιχεία για την Οικονομική Διάθεση της Ηλεκτρικής Ενέργειας καθώς και μία εισαγωγή στις Σύγχρονες Γεννήτριες και στους Μετασχηματιστές.
- 2) στο 7ο εξάμηνο σπουδών το δεύτερο μέρος των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας. Η ύλη του μαθήματος περιλαμβάνει μεταξύ άλλων ηλεκτρικά και μηχανικά στοιχεία για το Σύστημα Μεταφοράς και Διανομής καθώς και μέσα αντιστάθμισης, και
- 3) στο 8ο εξάμηνο σπουδών το τρίτο μέρος των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας. Το μάθημα αυτό έχει σκοπό να καλύψει τις βασικές αρχές με τις οποίες αντιμετωπίζονται τα μεταβατικά φαινόμενα που εμφανίζονται σε ένα Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας.

Επίσης, οι φοιτητές των δύο άλλων κύκλων (Ηλεκτρονικής-Υπολογιστών και Τηλεπικοινωνιακού) έχουν τη δυνατότητα να παρακολουθήσουν στο 8ο εξάμηνο μία εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας, η οποία έχει σκοπό να καλύψει τα βασικότερα στοιχεία του Συστήματος. Είναι επομένως απαραίτητη μία αναφορά στα μεταβατικά φαινόμενα, καθώς επίσης και η εξέταση του σημαντικότερου από αυτά, δηλαδή της ευστάθειας του Συστήματος Μεταφοράς.

Η ύλη των δύο πρώτων μαθημάτων, καθώς και ένα μεγάλο μέρος της ύλης του τέταρτου, καλύπτονται από το 1986 με τους τόμους 1 και 2 της "Εισαγωγής στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας" του κ. Π. Ντοκόπουλου (αναφορές [12] και [13] στη βιβλιογραφία του παρόντος). Η ύλη του τρίτου μαθήματος, καθώς και τα τμήματα που διδάσκονται στο κοινό μάθημα των δύο άλλων κύκλων και αφορούν στα μεταβατικά φαινόμενα, καλύπτονται από αυτή την ακαδημαϊκή χρονιά (1994-95) με το παρόν βιβλίο.

Η νέα αυτή έκδοση αποτελεί βελτίωση προηγούμενης έκδοσης με τίτλο "Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας", Μέρος II, του κ. Π. Ντοκόπουλου (αναφορά [11] στη βιβλιογραφία του παρόντος). Οι βασικότερες διαφορές μεταξύ των δύο εκδόσεων συνίστανται στο ότι έχουν προστεθεί αρκετά νέα κεφάλαια καθώς επίσης και διαφορετικές προσεγγίσεις επίλυσης των προβλημάτων.

Η παρουσίαση των μεταβατικών φαινομένων γίνεται με κριτήριο την ταχύτητά τους. Στην αρχή εξετάζονται τα πολύ γρήγορα μεταβατικά φαινόμενα, αυτά δηλαδή τα οποία προκαλούνται κυρίως από ατμοσφαιρικές εκκενώσεις. Στη συνέχεια εξετάζονται τα γρήγορα μεταβατικά φαινόμενα, τα οποία προκαλούνται κυρίως από τα βραχυκυκλώματα που συμβαίνουν στα εκτεθειμένα σημεία του Συστήματος Μεταφοράς. Στο τελευταίο μέρος εξετάζονται τα αργά μεταβατικά φαινόμενα, τα οποία προσδιορίζονται από τις ηλεκτρομηχανικές ταλαντώσεις των δρομέων των Συγχρόνων Γεννητριών. Γίνεται προσπάθεια για την κατανόηση της αλληλουχίας των τριών κατηγοριών μεταβατικών φαινομένων, όπως ακριβώς συμβαίνει σε ένα διασυνδεδεμένο Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας.

Τα άρθρα και τα συγγράμματα, τα οποία οι συγγραφείς συμβουλευτήκαν, βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου, στη βιβλιογραφία. Αυτά μπορεί να συμβουλευτεί ο αναγνώστης που θέλει να εμβαθύνει περισσότερο στο θέμα.

Στη συγγραφή του βιβλίου αυτού οι συγγραφείς βρήκαν σημαντική βοήθεια από πολλούς. Ιδιαίτερη όμως ονομαστική αναφορά θα ήθελαν να γίνει στους συναδέλφους, φίλους και συνεργάτες κ.κ. Γ. Παπαγιάννη και Ν. Σφήκα για τις σημαντικές παρατηρήσεις και διορθώσεις που έκαναν.

Θερμές επίσης ευχαριστίες εκφράζονται στην κ. Ε. Νουνοπούλου, η οποία ανέλαβε το έργο της πληκτρολόγησης του κείμενου και των εξισώσεων, καθώς επίσης και την διόρθωση των ορθογραφικών και μαθηματικών λαθών του τελικού κειμένου. Τα σχήματα και οι γραφικές παραστάσεις που συνοδεύουν το κείμενο έγιναν σε ΗΥ από τον κ. Δ. Λαμπρίδη.

Την έκδοση του παρόντος ανέλαβε ο οίκος "Εκδόσεις Ζήτη". Μεγάλη συμβολή για την τελική εμφάνιση του βιβλίου είχε ο κ. Ν. Ζήτης, τον οποίο οι συγγραφείς επίσης ευχαριστούν.

Πρόλογος της παλαιάς έκδοσης

Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας, Μέρος II

Π. Ντοκόπουλου

Οι σημειώσεις αυτές προορίζονται κυρίως για τους σπουδαστές Ηλεκτρολόγους Μηχανικούς του ΑΠΘ και είναι η συνέχεια των σημειώσεων "Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας I". Όπως δείχνει ο πίνακας των περιεχομένων και η έκτασή τους, πρόκειται για μία εισαγωγή στα Μεταβατικά Φαινόμενα που συμβαίνουν στα δίκτυα και επηρεάζουν το σύστημα και τις συσκευές, π.χ. τις γεννήτριες, τους μετασχηματιστές, διακόπτες, πυκνωτές. Εξετάζονται κατ' αρχήν η ευστάθεια απλών συστημάτων μετά από μικρές ή μεγάλες διαταραχές. Ακολουθεί η εξέταση του τι συμβαίνει κατά τους χειρισμούς και τα σφάλματα στο δίκτυο. Δηλαδή αναλύονται οι μηχανισμοί που οδηγούν σε εσωτερικές υπερτάσεις και υπερρεύματα και οι επιδράσεις αυτών στις συσκευές, π.χ. στους διακόπτες ισχύος και μετασχηματιστές. Τελικά γίνεται μία εισαγωγή στα οδεύοντα κύματα και τους τρόπους υπολογισμών πάνω σ' αυτά. Ο ενδιαφερόμενος για εμβάθυνση μπορεί να συμβουλευτεί τα συγγράμματα στο τέλος των σημειώσεων.

Οι σημειώσεις αυτές ξεκίνησαν από ένα χειρόγραφο μου το 1979, που το επιμελήθηκαν με αρκετή υπομονή οι συνεργάτες της Εδρας των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας, κατ' αλφαβητική σειρά: Σ. Θεοδωρόπουλος, Μ. Κηπουρίδου, Ε. Κοιλιάρη, Δ. Λαμπρίδης, Α. Ντοκοπούλου, Γ. Παπαγιάννης.

Θα ήθελα ν' αναγνωρίσω σ' αυτή τη θέση το πολύτιμο έργο τους και να τους ευχαριστήσω θερμά.

Θεσσαλονίκη, 1983

Π. Ντοκόπουλος

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ

| | |
|--|----|
| 1.1. Γενικά..... | 9 |
| 1.2. Ιατάταξη των μεταβατικών φαινομένων | 9 |
| 1.2.1 Οολύ γρήγορα μεταβατικά φαινόμενα (κυματικά φαινόμενα)..... | 10 |
| 1.2.2. Γρήγορα μεταβατικά φαινόμενα (βραχυκυκλώματα) | 11 |
| 1.2.3 Αργά μεταβατικά φαινόμενα (ευστάθεια μεταβατικής κατάστασης) | 12 |

2. ΚΥΜΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

| | |
|---|----|
| 2.1. Εισαγωγή..... | 13 |
| 2.2 Η τυποποίηση του κρουστικού κύματος | 15 |
| 2.3 Η εξίσωση του κύματος σε ομοιογενή ΓΜ χωρίς απώλειες..... | 18 |
| 2.4 Φυσική ερμηνεία της λύσης | 21 |
| 2.5 Εεύξη γραμμής με πηγή..... | 26 |
| 2.6 Επίδραση του τερματισμού σε γραμμές με οδεύοντα κύματα | 31 |
| 2.6.1. Τερματισμός σε αυτεπαγωγή..... | 35 |
| 2.6.2. Τερματισμός σε χωρητικότητα | 40 |
| 2.6.3. Τερματισμός σε διακλάδωση γραμμών..... | 44 |
| 2.7. Οολλαπλές ανακλάσεις οδευόντων κυμάτων σε γραμμές πεπερασμένου μήκους..... | 46 |
| 2.8. Δημιουργία οδευόντων κυμάτων από ατμοσφαιρικές ανωμαλίες | 48 |
| 2.8.1. Οτώση κεραυνού σε γραμμή μεταφοράς..... | 50 |
| 2.8.2. Εκκένωση μεταξύ νεφών πάνω από γραμμή μεταφοράς..... | 51 |
| 2.9. Απόσβεση οδευόντων κυμάτων | 52 |
| 2.10. Ιαταπόνηση μετασχηματιστών και μονωτήρων με οδεύοντα κύματα | 54 |

3. ΖΕΥΞΕΙΣ, ΑΠΟΖΕΥΞΕΙΣ ΚΑΙ ΒΡΑΧΥΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

| | |
|---|-----|
| 3.1. Εισαγωγή..... | 61 |
| 3.2. Εεύξεις μονοφασικών φορτίων..... | 64 |
| 3.2.1. Εεύξη αυτεπαγωγής..... | 64 |
| 3.2.2. Εεύξη αντίστασης και αυτεπαγωγής..... | 69 |
| 3.2.3. Εεύξη πυκνωτή και αυτεπαγωγής..... | 74 |
| 3.3. Αποζεύξεις μονοφασικών φορτίων χωρίς μεταβατικές συχνότητες..... | 78 |
| 3.3.1. Απόζευξη ωμικού φορτίου | 79 |
| 3.3.2. Απόζευξη επαγωγικού φορτίου..... | 80 |
| 3.3.3. Απόζευξη χωρητικού φορτίου..... | 83 |
| 3.4. Αποζεύξεις μονοφασικών φορτίων με μεταβατικές συχνότητες | 87 |
| 3.4.1. Αποζεύξεις με μία μεταβατική συχνότητα | 87 |
| 3.4.1.1. Σφάλμα στην αρχή της γραμμής..... | 87 |
| 3.4.1.2. Απόζευξη με αντίσταση | 91 |
| 3.4.2. Αποζεύξεις με δύο μεταβατικές συχνότητες | 93 |
| 3.4.2.1. Σφάλμα στη μέση της γραμμής | 94 |
| 3.4.2.2. Απόζευξη βραχυκυκλωμένων γραμμών, χιλιομετρικά σφάλματα..... | 100 |

| | |
|--|-----|
| 3.4.2.3. Απόζευξη αφόρτιστου μετασχηματιστή..... | 102 |
| 3.5. Αποζεύξεις τριφασικών φορτίων | 105 |
| 3.5.1. Τριφασική απόζευξη επαγωγικού φορτίου | 107 |
| 3.5.2. Τριφασική απόζευξη χωρητικού φορτίου | 112 |

4. ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

| | |
|---|------------|
| 4.1. Εισαγωγή..... | 119 |
| 4.2. Ισοδύναμα κυκλώματα της Σύγχρονης Γεννήτριας..... | 121 |
| 4.2.1. Η Σύγχρονη Γεννήτρια σαν αντίδραση στη στάσιμη κατάσταση λειτουργίας | 121 |
| 4.2.2. Η Σύγχρονη Γεννήτρια σαν αντίδραση στη μεταβατική κατάσταση λειτουργίας | 125 |
| 4.3. Ευστάθεια στάσιμης κατάστασης | 132 |
| 4.3.1. Γεννήτρια συνδεδεμένη σε άπειρο ζυγό | 132 |
| 4.3.2. Ισοζύγιο μηχανικής και ηλεκτρικής ισχύος..... | 133 |
| 4.3.3. Συνθήκη ευστάθειας στάσιμης κατάστασης σε σύστημα γεννήτριας-άπειρου ζυγού. | 135 |
| 4.3.4. Γενική περίπτωση μεταφοράς ενέργειας μέσω τετραπόλου..... | 138 |
| 4.3.5. Συνθήκη ευστάθειας μόνιμης κατάστασης σε ΣΗΕ με πολλές γεννήτριες | 143 |
| 4.4. Δυναμική συγχρόνων μηχανών | 145 |
| 4.4.1. Μηχανικά και ηλεκτρικά μεγέθη | 145 |
| 4.4.2. Η βασική ηλεκτρομηχανική εξίσωση κίνησης του δρομέα | 148 |
| 4.4.3. Μικρές ταλαντώσεις του δρομέα | 151 |
| 4.4.3.1. Μικρές ταλαντώσεις με απόσβεση..... | 153 |
| 4.4.3.2. Μικρές ταλαντώσεις χωρίς απόσβεση | 156 |
| 4.5. Ευστάθεια μεταβατικής κατάστασης..... | 158 |
| 4.5.1. Οαραδοχές | 158 |
| 4.5.2. Εξίσωση κίνησης του δρομέα | 160 |
| 4.5.3. Μέθοδοι εκτίμησης της ευστάθειας μεταβατικής κατάστασης..... | 161 |
| 4.5.4. Ιριτήριο ίσων εμβαδών | 161 |
| 4.5.5. Εφαρμογές του κριτηρίου των ίσων εμβαδών | 168 |
| 4.5.5.1. Αλλαγή φορτίου | 168 |
| 4.5.5.2. Μέγιστη αλλαγή φορτίου..... | 170 |
| 4.5.5.3. Αλλαγή αντίδρασης μεταφοράς..... | 171 |
| 4.5.6. Επίδραση των μεγεθών του εγκάρσιου άξονα στη μεταβατική ευστάθεια | 174 |
| 4.6. Οροσαρμογή ομοιογενούς μακριάς γραμμής μεταφοράς στις συνθήκες ευστάθειας | 175 |
| 4.7. Αναγωγή ενός συστήματος σε διάταξη γεννήτριας-άπειρου ζυγού..... | 177 |
| 4.8. Αναγωγή δύο συστημάτων σε διάταξη γεννήτριας-άπειρου ζυγού..... | 179 |
| 4.9. Συμπεράσματα - Μέθοδοι βελτίωσης της ευστάθειας..... | 181 |
| ΑΘΑΚΘΕΒΠΑΥΘΑ..... | 183 |

1. ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ

1.1. Γενικά

Ηλεκτρικά μεταβατικά φαινόμενα έχουμε όταν αλλάζουν ξαφνικά τα ηλεκτρικά κυκλώματα, όπως όταν ένας διακόπτης ανοίγει ή κλείνει ή όταν συμβαίνει ένα βραχυκύκλωμα στο σύστημα. Τις αλλαγές αυτές ακολουθούν αλλαγές ρευμάτων και τάσεων, οι οποίες συνήθως διαρκούν χρόνους μικρότερους της περιόδου του δικτύου (πολλές φορές μερικά μόνο μs). Το ποσοστό επομένως του χρόνου κατά τον οποίο τα περισσότερα κυκλώματα βρίσκονται σε μεταβατικές συνθήκες λειτουργίας είναι αμελητέο, αν συγκριθεί με το χρόνο λειτουργίας στη στάσιμη κατάσταση. Όμως αυτές οι μεταβατικές περίοδοι έχουν ιδιαίτερη σημασία στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ), γιατί τότε οι συνιστώσες του συστήματος υπόκεινται στις μεγαλύτερες καταπονήσεις από υπερρεύματα και υπερτάσεις. Σε αρκετές περιπτώσεις είναι δυνατό να οδηγηθούμε σε βλάβες, οι χειρότερες των οποίων έχουν σαν συνέπεια την αποσύνδεση γεννητριών ή σταθμών παραγωγής από το δίκτυο ή και τη συνολική κατάρρευση του διασυνδεδεμένου δικτύου. Για το λόγο αυτό, η εκτίμηση των φαινομένων που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια της μεταβατικής περιόδου είναι απαραίτητη για την κατανόηση της συμπεριφοράς του ΣΗΕ, έτσι ώστε να προσδιορίσουμε ικανοποιητικά τις συσκευές ελέγχου, τη μόλωση και την προστασία του δικτύου.

1.2. Κατάταξη των μεταβατικών φαινομένων

Ανάλογα με την ταχύτητά τους, τα μεταβατικά φαινόμενα που συμβαίνουν σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας κατατάσσονται στις εξής τρεις κατηγορίες:

1.2.1 Πολύ γρήγορα μεταβατικά φαινόμενα (κυματικά φαινόμενα)

Είναι το είδος των μεταβατικών φαινομένων που προκαλείται από ατμοσφαιρικές εκκενώσεις πάνω στα εκτεθειμένα μέρη των γραμμών μεταφοράς, καθώς επίσης και από τις απότομες αλλά φυσιολογικές αλλαγές που δημιουργούνται από χειρισμούς στους διακόπτες του δικτύου. Τα μεταβατικά φαινόμενα της κατηγορίας αυτής συνήθως σχετίζονται με την όδευση κυμάτων στις γραμμές του συστήματος μεταφοράς (εναέριες και καλώδια). Από φυσική άποψη, μία διαταραχή αυτής της μορφής δημιουργεί ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα, το οποίο ταξιδεύει κατά μήκος μίας εναέριας γραμμής με ταχύτητα σχεδόν ίση με την ταχύτητα του φωτός και το οποίο δημιουργεί ανακλώμενα κύματα στους τερματισμούς των γραμμών.

Στην περίπτωση π.χ. γραμμής μεταφοράς μήκους 150 km, μία κυματική διαταραχή που ταξιδεύει με ταχύτητα 290.000 km/s θα επιστρέψει στην αρχή της γραμμής σε χρόνο ίσο περίπου με 1 ms. Επομένως τα φαινόμενα που σχετίζονται με αυτά τα κύματα ολοκληρώνονται κατά τη διάρκεια των πρώτων 5 ms από την έναρξη τους. Λόγω των απωλειών των γραμμών μεταφοράς, τα κύματα αποσβέννυνται γρήγορα.

Οι *μετασηματιστές* (ΜΣ) του δικτύου παρουσιάζουν πολύ υψηλές επαγωγικές τιμές για τις συχνότητες που περιέχονται στα κυματικά φαινόμενα. Για το λόγο αυτό, οι παρασιτικές χωρητικότητες των τυλιγμάτων του ΜΣ προσδιορίζουν την κατανομή της τάσης. Οι υψηλές τάσεις που δημιουργούνται σε σημεία ανάκλασης των κυμάτων είναι δυνατό να καταστρέψουν τη μόνωση τόσο του ΜΣ όσο και των διαφόρων συσκευών της Υ/Τ. Ειδικές συσκευές προστασίας, οι οποίες ονομάζονται *απαγωγείς τάσεων* ή *αλεξικέραυνα* (lightning arresters), συνδέονται μεταξύ φάσεων και γης κοντά στο ΜΣ και δρουν σαν γρήγορες βαλβίδες ασφαλείας, οδηγώντας στη γη το ρεύμα του κεραυνού υπό ελεγχόμενη τάση. Έτσι μπορεί να μειωθεί ο κίνδυνος διάσπασης των συσκευών. Η καταστροφή της μόνωσης ισοδυναμεί με βραχυκύκλωμα, το οποίο αποτελεί μία ξαφνική και μη φυσιολογική αλλαγή της τοπολογίας του κυκλώματος. Το βραχυκύκλωμα αυτό θα οδηγήσει στην έναρξη ενός νέου βραδύτερου μεταβατικού φαινομένου, το οποίο ανήκει στην επόμενη κατηγορία.

Ο βασικός λόγος για τον οποίο είναι απαραίτητη η κατανόηση των πολύ γρήγορων κυματικών φαινομένων της πρώτης κατηγορίας είναι ο προσδιορισμός της μόνωσης των συνιστωσών του δικτύου, και κυρίως ο προσδιορισμός της μορφής των κυματικών τάσεων με τις οποίες γίνονται οι δοκιμές των διαφόρων συσκευών των ΣΗΕ.

1.2.2. Γρήγορα μεταβατικά φαινόμενα (βραχυκυκλώματα)

Αυτό το είδος των μεταβατικών φαινομένων προκαλείται από τα βραχυκυκλώματα, δηλ. από απότομες αλλαγές της τοπολογίας του δικτύου. Η πλειοψηφία των βραχυκυκλωμάτων συμβαίνει στα εκτεθειμένα σημεία των γραμμών μεταφοράς, λόγω διασπάσεων της μόνωσης η οποία προκαλείται από ένα κυματικό φαινόμενο της πρώτης κατηγορίας. Τα βραχυκυκλώματα είναι μεταβατικά φαινόμενα και προσδιορίζονται κυρίως από τις χρονικές σταθερές των τυλιγμάτων των *συγχρόνων γεννητριών* (ΣΓ). Η υπομεταβατική χρονική σταθερά T_d'' του κυκλώματος απόσβεσης είναι της τάξης των 20 - 50 ms, ενώ η μεταβατική χρονική σταθερά T_d' είναι της τάξης του 1 s για στροβιλογεννήτριες και 1,4 - 1,8 s για γεννήτριες εκτύπων πόλων. Επομένως, τα μεταβατικά φαινόμενα αυτής της κατηγορίας μπορεί να θεωρηθούν βραδύτερα από τα αντίστοιχα της πρώτης κατηγορίας. Συνήθως οι 10 πρώτοι κύκλοι των ρευμάτων βραχυκύκλωσης έχουν μεγαλύτερη σημασία στην πράξη, επομένως η χρονική διάρκεια που ενδιαφέρει είναι 10 - 100 ms μετά το σφάλμα.

Ενα βραχυκύκλωμα συνήθως συνοδεύεται από μία απότομη μεταβολή των τάσεων στους ζυγούς του ΣΗΕ. Η απότομη μείωση των τάσεων των ζυγών των γεννητριών οδηγεί σε μία εξίσου απότομη μείωση της ηλεκτρικής ισχύος των γεννητριών. Συνέπεια της μείωσης αυτής είναι η ελάττωση ή ακόμα και η απώλεια της ικανότητας μεταφοράς ενέργειας τμημάτων του συστήματος. Εφ' όσον δε η μηχανική ισχύς εισόδου των ΣΓ παραμένει σταθερή (τουλάχιστον κατά το διάστημα που μεσολαβεί μέχρι να ενεργοποιηθούν οι ρυθμιστές της μηχανικής ισχύος του στροβίλου), οι γεννήτριες υπόκεινται σε μία επιταχύνουσα ροπή. Η ροπή αυτή αν παραμείνει θα οδηγήσει το δρομέα σε μηχανικές ταλαντώσεις, ένα μεταβατικό φαινόμενο που ανήκει στην τρίτη κατηγορία.

Τα ρεύματα των βραχυκυκλωμάτων είναι δυνατό να φθάσουν σε τιμές μεγαλύτερες των ονομαστικών τιμών των ΣΓ και των ΜΣ. Αυτά τα υψηλά ρεύματα, τα οποία ονομάζονται υπερρεύματα, αν επιμείνουν θα προκαλέσουν θερμικές καταπονήσεις στις συνιστώσες του συστήματος και σε σπάνιες περιπτώσεις θα οδηγήσουν σε δυνάμεις που μπορεί να αποκολλήσουν τα τυλίγματα των μηχανών. Είναι επομένως σημαντική η ταχύτατη απομόνωση του βραχυκυκλωμένου τμήματος του δικτύου, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι κίνδυνοι υπερθέρμανσης των συσκευών καθώς και η δημιουργία μη ελέγξιμων μηχανικών ταλαντώσεων των γεννητριών.

Η απόκτηση δεδομένων με μεγάλη ακρίβεια και ταχύτητα για τα ρεύματα βραχυκυκλωμάτων και τις υπερτάσεις που δημιουργούνται από αυτά είναι επιθυμητή, γιατί

- a) Η ικανότητα διακοπής των διακοπών ισχύος του συστήματος προσδιορίζεται από τη χειρότερη περίπτωση βραχυκυκλώματος, και

- β) Το σύστημα ηλεκτρονόμων προστασίας, το οποίο πρόκειται να ανιχνεύσει το σφάλμα και να ενεργοποιήσει χειρισμούς, βασίζει τη λειτουργία του στο μέγεθος και στη διεύθυνση των ρευμάτων βραχυκύκλωσης.

1.2.3 Αργά μεταβατικά φαινόμενα (ευστάθεια μεταβατικής κατάστασης)

Αν ένα βραχυκύκλωμα συμβεί σε ένα ζωτικό σημείο του συστήματος μεταφοράς και το τμήμα του δικτύου που περιέχει το σφάλμα απομονωθεί με επιτυχία, θα οδηγηθούμε σε μηχανικές ταλαντώσεις των δρομέων των συγχρόνων μηχανών. Τα ηλεκτρομηχανικά αυτά μεταβατικά φαινόμενα είναι δυνατό σε ορισμένες περιπτώσεις να οδηγήσουν στη απόζευξη μίας ή περισσοτέρων γεννητριών του συστήματος, λόγω απώλειας του συγχρονισμού. Ανάλογα με τον αριθμό των ΣΓ που τίθενται εκτός λειτουργίας, το διασυνδεδεμένο σύστημα παρουσιάζει μία μερική ή στη χειρότερη περίπτωση μία *ολική κατάρρευση* (black-out). Επειδή χρειάζονται αρκετές ώρες για την επαναλειτουργία ενός πλήρως αποσυγχρονισμένου συστήματος, είναι πολύ σημαντική η δυνατότητα προσομοίωσης παρόμοιων συμβάντων σε Η/Υ και η ανάπτυξη σχεδίων που αφορούν χειρισμούς στο δίκτυο και απορρίψεις φορτίων, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι επιδράσεις των σφαλμάτων.

Οι ταλαντώσεις αυτές των δρομέων των ΣΓ, λόγω της μεγάλης ροπής αδράνειας των δρομέων, είναι σχετικά αργές. Η συχνότητα των ταλαντώσεων είναι συνάρτηση του μεγέθους του δικτύου που εμπλέκεται σ' αυτές. Αν π.χ. η ταλάντωση αφορά μικρά δίκτυα (τάξη μεγέθους MW), οι δρομείς θα συμπληρώνουν τρεις με τέσσερις κύκλους ταλάντωσης ανά δευτερόλεπτο. Αν όμως η ταλάντωση αφορά μεγάλα δίκτυα (τάξη μεγέθους GW), θα συμπληρώνουν τρεις με τέσσερις κύκλους ταλάντωσης ανά λεπτό. Τέτοιες συχνότητες εμφανίζονται και κατά την ταλάντωση όλων των γεννητριών μίας χώρας (οι οποίες θεωρούνται ότι ταλαντώνονται σαν μία μηχανή) σε σχέση με τις γεννήτριες μίας άλλης χώρας με την οποία υπάρχει διασύνδεση. Επομένως, η μελέτη της μεταβατικής ευστάθειας των ΣΗΕ αφορά χρονική περίοδο από κλάσματα του δευτερολέπτου έως μερικά λεπτά. Στην τελευταία περίπτωση, οι θερμικές διεργασίες στο λέβητα καθώς και η διέγερση της γεννήτριας θα μεταβληθούν και τότε είναι αναγκαίο να ληφθούν υπ' όψη στην προσομοίωση και αυτά τα τμήματα του συστήματος.

2. ΚΥΜΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

2.1. Εισαγωγή

Η θεώρηση των διαφόρων ηλεκτρικών κυκλωμάτων ενός ΣΗΕ με συγκεντρωμένες παραμέτρους συνεπάγεται ότι, οι μεταβολές της τάσης και του ρεύματος που οφείλονται σε μία διαταραχή που συμβαίνει σε ένα τμήμα του κυκλώματος, γίνονται αισθητές *ταυτόχρονα* (αλλά σε διαφορετική ένταση) σε όλα τα άλλα τμήματα. Σε γραμμές μεταφοράς (ΓΜ) όμως των ΣΗΕ μεγάλου μήκος η ταχύτητα διάδοσης ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος δε μπορεί να υπερβεί την ταχύτητα του φωτός $c = 300 \text{ m}/\mu\text{s}$, ο χρόνος που χρειάζεται μία διαταραχή για να οδεύσει κατά μήκος μίας ΓΜ είναι μεγάλος, και η αναπαράσταση της γραμμής με συγκεντρωμένες παραμέτρους απαιτεί τη χρήση πολλών κυκλωμάτων. Για το λόγο αυτό είναι χρήσιμη η κυματική θεώρηση της ΓΜ.

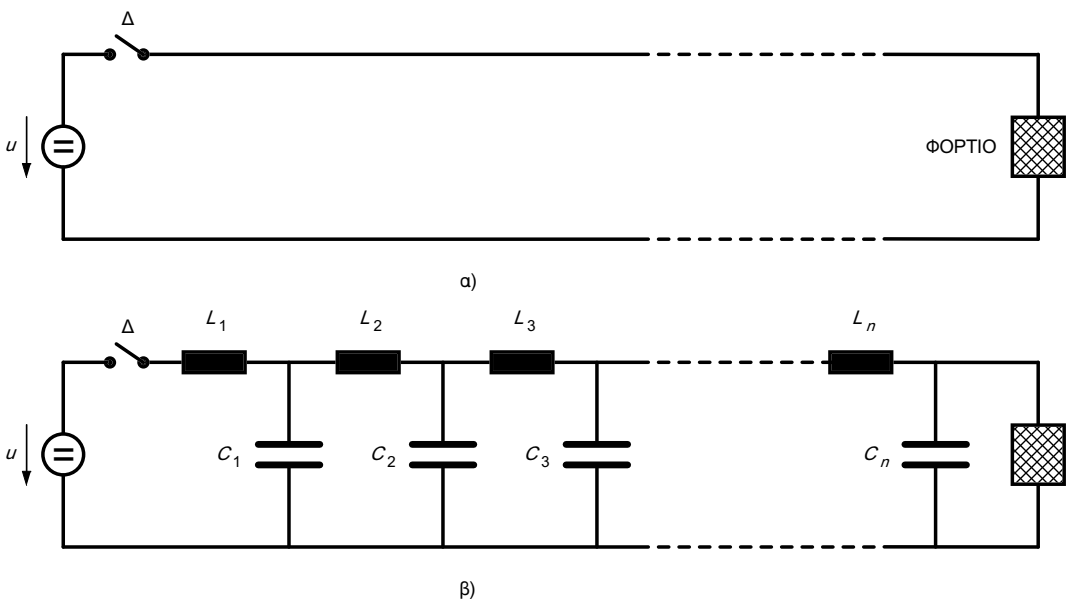
Σε μία ΓΜ μήκους ℓ , μπορούμε να ορίσουμε ένα χαρακτηριστικό *χρόνο* *όδευσης* (transit time)

$$\tau = \ell / v,$$

όπου v είναι η ταχύτητα όδευσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων κατά μήκος της γραμμής.

Αν τώρα επιβληθούν σ' ένα σημείο της γραμμής τάσεις που μεταβάλλονται σημαντικά (π.χ. κατά 100%), τόσο με τον χρόνο όσο και με τη θέση, τότε μπορούμε να πούμε ότι πρόκειται για *κυματικά φαινόμενα*. Κυματικά φαινόμενα δεν υπάρχουν στη στάσιμη κατάσταση λειτουργίας, δηλαδή για συχνότητα 50 Hz, σε ΓΜ μήκους μικρότερου των 300 km. Ειδικά στη περίπτωση της κοντής γραμμής (μικρότερης των 100 km), η τάση μεταξύ του άκρου αποστολής και του άκρου παραλαβής διαφέρει το πολύ κατά 15%.

Το χαρακτηριστικό λοιπόν των κυματικών φαινομένων είναι ότι, αν επιβάλλουμε απότομα μία τάση u σε ένα σημείο της ΓΜ, τότε παρατηρητές που βρίσκονται σε άλλα σημεία της γραμμής θα αργήσουν να αντιληφθούν την τάση κατά το χρόνο όδευσης των κυμάτων. Σε τέτοιες περιπτώσεις δεν μπορούμε ν' αναλύσουμε τη γραμμή θεωρώντας το Τ ή Π ισοδύναμο κύκλωμά της. Αυτό μπορεί να φανεί από την ομοιογενή ΓΜ δύο αγωγών του Σχ.2.1.α, η οποία, κλείνοντας το διακόπτη Δ , συνδέεται με μία πηγή σταθερής τάσης u και μηδενικής εσωτερικής αντίστασης. Η ΓΜ διαιρείται στο Σχ.2.1.β σε ένα μεγάλο αριθμό τμημάτων, σε κάθε ένα από τα οποία αντιστοιχίζεται μία συγκεντρωμένη αυτεπαγωγή L_j και χωρητικότητα C_j . Όταν ο διακόπτης Δ κλείνει, ένα ρεύμα (με μηδενική αρχικά τιμή) αρχίζει να ρέει μέσω της πρώτης αυτεπαγωγής L_1 και να φορτίζει την πρώτη χωρητικότητα C_1 . Τη στιγμή όμως που ο πυκνωτής αυτός αποκτά κάποιο (εστω απειροελάχιστο) φορτίο, αναπτύσσεται τάση κατά μήκος του επόμενου τμήματος της γραμμής και ένα ρεύμα αρχίζει αμέσως να ρέει μέσω της δεύτερης αυτεπαγωγής L_2 και να φορτίζει τη δεύτερη χωρητικότητα C_2 . Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται στο τρίτο, τέταρτο κ.ο.κ. τμήμα της γραμμής. Επομένως, με μία αναπαράσταση της γραμμής με συγκεντρωμένες παραμέτρους, ακόμη και η μικρότερη διαταραχή γίνεται αισθητή *ταυτόχρονα* με το κλείσιμο του διακόπτη, ακόμα και στο n -οστό τμήμα της γραμμής. Στην πραγματικότητα, η διαταραχή που δημιουργείται με το κλείσιμο του διακόπτη Δ στην ομοιογενή ΓΜ του Σχ.2.1.α, οδεύει κατά μήκος της γραμμής με μία πεπερασμένη ταχύτητα



Σχ.2.1: α) Ομοιογενής γραμμή μεταφοράς δύο αγωγών.

β) Αναπαράσταση της γραμμής με συγκεντρωμένες παραμέτρους.

και γίνεται αισθητή σε απομακρυσμένα σημεία της γραμμής μόνο μετά από *πεπερασμένο* χρονικό διάστημα. Το διάστημα αυτό προσδιορίζεται από την ταχύτητα διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο μέσο που περιβάλλει τη συγκεκριμένη γραμμή. Πρέπει λοιπόν να ληφθούν υπ' όψη οι κυματικές εξισώσεις της γραμμής, όπως επίσης πρέπει να γίνει κατανοητό ότι τόσο το ρεύμα όσο και η τάση δεν είναι πια συνεχείς πάνω στη γραμμή.

Τάσεις που επιβάλλονται απότομα είναι πιθανό να παρουσιαστούν πολλές φορές κατά τη διάρκεια μίας μέρας, όπως κατά το ανοιγοκλείσιμο διακοπών ή, κάπως σπανιότερα, στις περιπτώσεις βραχυκυκλωμάτων ή πτώσης κεραυνών επί των γραμμών.

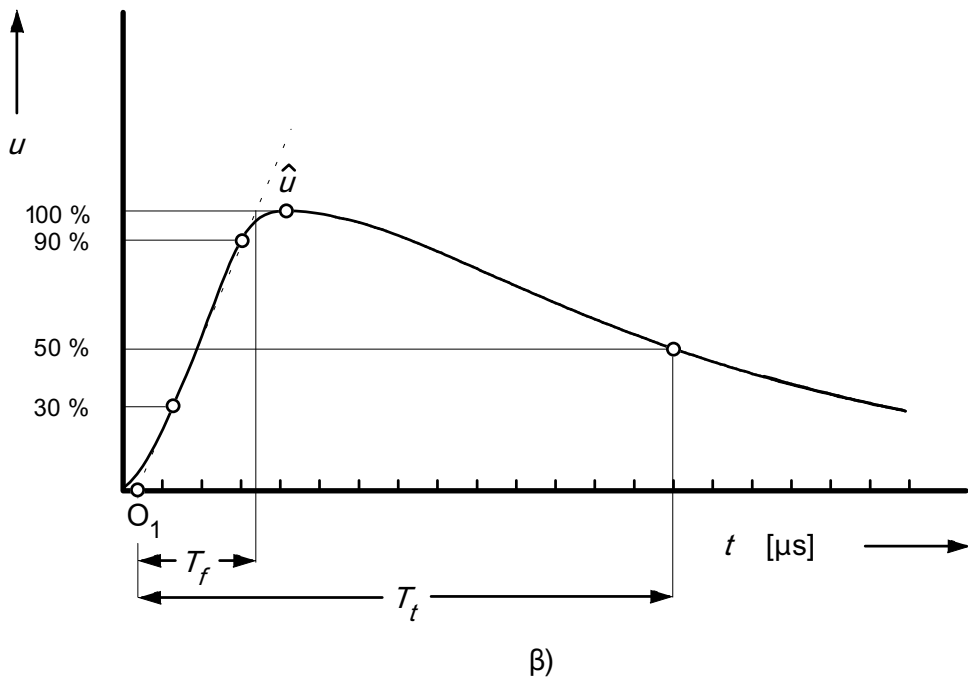
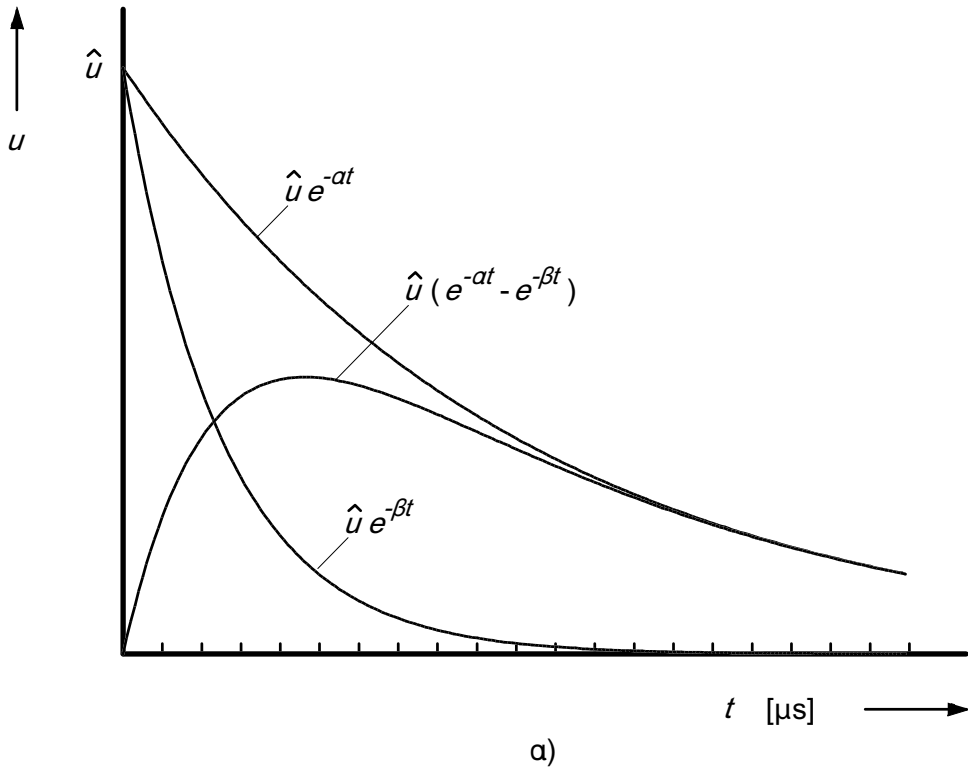
Τα κυματικά φαινόμενα ενδιαφέρουν στην πράξη, γιατί οι υπερτάσεις (και οι παράγωγοί τους) που δημιουργούνται από τις ανακλάσεις και ενισχύσεις των οδευόντων κυμάτων στους τερματισμούς των ΓΜ, προσδιορίζουν τη μόνωση των συσκευών, την προστασία τους, τη μορφή του τυλίγματος στους μετασχηματιστές ισχύος και διάφορα άλλα στοιχεία. Δυστυχώς η ανάλυση των τριφασικών γραμμών, έτσι όπως παρουσιάζονται στις εφαρμογές, είναι δύσκολη, γιατί έχουμε τέσσερεις αγωγούς και οι αντιστάσεις των κυκλωμάτων δεν είναι σταθερές λόγω του φαινομένου *κορώνα*, του *επιδερμικού φαινομένου* και των αντιδράσεων που εισάγονται από την *επίδραση του εδάφους*. Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε κυρίως μόνο με *ομοιογενείς γραμμές δύο αγωγών χωρίς απώλειες*, με κύριο στόχο την κατανόηση των φαινομένων και των μεθόδων ανάλυσής τους. Συνήθως η εφαρμογή της θεωρίας των γραμμών χωρίς απώλειες οδηγεί σε αποτελέσματα *απαισιόδοξα*, δηλαδή βρισκόμαστε στην *ασφαλή πλευρά*. Σε ορισμένες μόνο περιπτώσεις θα λάβουμε υπ' όψη τις απώλειες.

2.2 Η τυποποίηση του κρουστικού κύματος

Αν μετρήσουμε την τάση που επάγεται κατά την πτώση ενός κεραυνού σε ένα σημείο μίας ΓΜ, θα διαπιστώσουμε ότι τις περισσότερες φορές έχει τη μορφή του διπλού εκθετικού κύματος που δίνεται από την

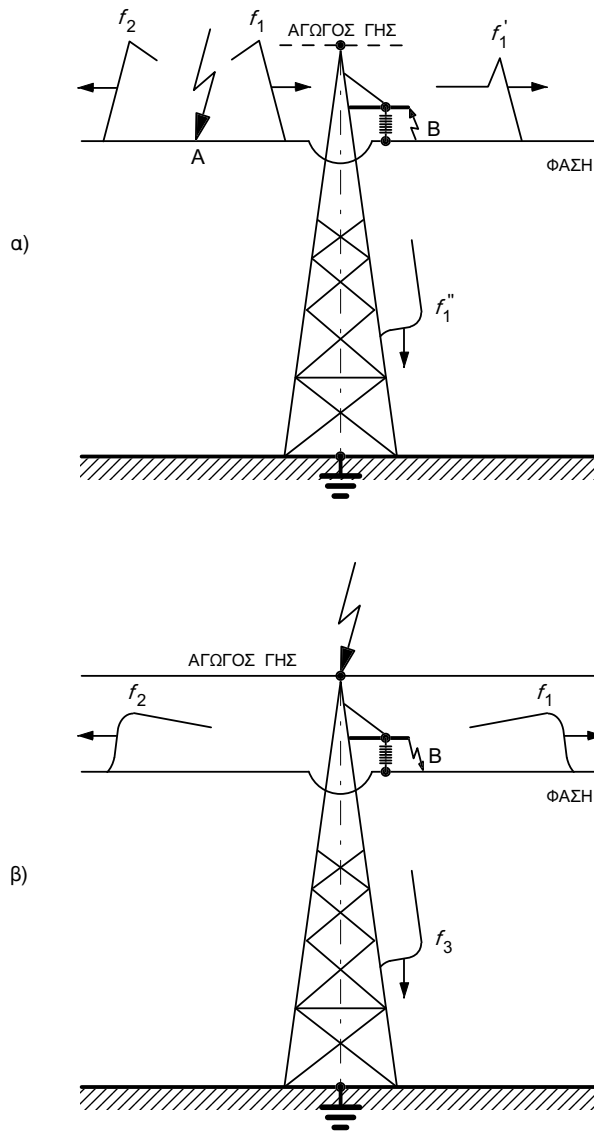
$$u(t) = \hat{u}(e^{-at} - e^{-bt}) \quad (2.1)$$

και φαίνεται στο Σχ.2.2.α. Η μορφή αυτή ονομάζεται *κρουστικό κύμα* (impulse wave) και χαρακτηρίζεται από γρήγορους χρόνους ανόδου (1-5 μ s) και χρόνους ελάττωσης που κυμαίνονται από 5-100 μ s. Ο χρόνος ανόδου του κύματος λέγεται *χρόνος μετώπου* (front time), ενώ ο χρόνος ελάττωσής του λέγεται *χρόνος ουράς* (tail time). Τέτοιου είδους κύματα



Σχ.2.2: α) Διπλό εκθετικό κύμα (ορίζεται από τη σχέση (2.1))

β) Τυποποιημένο κρουστικό κύμα: \hat{u} είναι η μέγιστη τιμή, T_f ο χρόνος του μετώπου και T_t ο χρόνος ημίσειας τιμής.



Σχ.2.3: Σχηματική παράσταση πτώσης κεραυνού σε ΓΜ.

- α) Ο κεραυνός πέφτει στο σημείο Α του αγωγού μίας φάσης. Το κύμα f_1 οδεύει προς τον πυλώνα και δημιουργεί υπερπήδηση του μονωτήρα ανάρτησης στο σημείο Β. Μετά την υπερπήδηση, το κύμα συνεχίζει να οδεύει στον αγωγό, με άλλη όμως μορφή f_1' . Μέρος του ρεύματος f_1'' οδεύει μέσω του πυλώνα προς τη γη.
- β) Ο κεραυνός πέφτει στον αγωγό γης (προστασίας) και δημιουργεί υπερπήδηση του μονωτήρα ανάρτησης στο σημείο Β. Μετά την υπερπήδηση, δύο κύματα f_1 και f_2 οδεύουν εκατέρωθεν του αγωγού φάσης, ενώ το μεγαλύτερο μέρος του ρεύματος f_3 οδεύει μέσω του πυλώνα προς τη γη.

μπορούν να αναπαραχθούν σε εργαστήριο και κατά συνέπεια να προσομοιώσουν το χρόνο ανόδου που παρουσιάζει το κύμα του κεραυνού. Μεταβάλλοντας τη σταθερά β στη σχέση (2.1), είναι δυνατό να τροποποιήσουμε τη διάρκεια του μετώπου, ενώ μεταβάλλοντας τη σταθερά α τροποποιούμε τη διάρκεια της ουράς του κύματος.

Στην πράξη, εξ' αιτίας κυρίως παρασιτικών χωρητικοτήτων, τα κρουστικά αυτά κύματα έχουν τη μορφή του Σχ.2.2.β και έχουν τυποποιηθεί σύμφωνα με τους διεθνείς κανονισμούς (βλ. βιβλιογραφία [17]-[21]). Η τυποποίηση κρίθηκε απαραίτητη, επειδή τόσο το ύψος όσο και η μορφή της κρουστικής τάσης επηρεάζει την αντοχή των μονωτικών υλικών και συσκευών του συστήματος. Σύμφωνα λοιπόν με τους κανονισμούς και το Σχ.2.2.β, ονομάζουμε *χρόνο μετώπου* T_f το χρόνο μεταξύ των σημείων με 30% και 90% του μέγιστου της τάσης του κύματος, πολλαπλασιασμένο με 1,6. Ονομάζουμε επίσης *χρόνο ημίσειας τιμής* T_t το χρόνο μεταξύ των σημείων της υποθετικής αρχής των αξόνων O_1 και του σημείου με 50% της τάσης στην ουρά του κύματος. Ένα τυποποιημένο κρουστικό κύμα χαρακτηρίζεται από τρεις αριθμούς, π.χ. 300 kV 1,2 × 50, το οποίο σημαίνει ότι το μέγιστο του κύματος $\hat{u}=300$ kV, ο χρόνος μετώπου $T_f=1,2$ μs και ο χρόνος ημίσειας τιμής $T_t=50$ μs. Οι δύο τελευταίοι αριθμοί χαρακτηρίζουν τη *μορφή* του κύματος και δίνονται πάντα σε μs. Οι πιο συνηθισμένες μορφές με τις οποίες γίνονται οι δοκιμές των διαφόρων συσκευών των ΣΗΕ είναι τα κύματα 1,2 × 50, 1,2 × 5 και 5 × 20.

Το Σχ.2.3 δείχνει σχηματικά τι συμβαίνει κατά την πτώση ενός κεραυνού σε ΓΜ. Ο πλησιέστερος πυλώνας οδηγεί μεγάλο μέρος του ρεύματος στη γη, ενώ μέρος του ρεύματος διοχετεύεται στη γραμμή. Στο σχήμα φαίνεται ότι έχει σχηματιστεί τόξο στο μονωτήρα, δηλαδή μεταξύ αγωγού και γης. Στην περίπτωση αυτή η πτώση του κεραυνού οδηγεί σε βραχυκύκλωμα του δικτύου, ένα μεταβατικό φαινόμενο που θα μας απασχολήσει στο επόμενο κεφάλαιο.

2.3. Η εξίσωση του κύματος σε ομοιογενή ΓΜ χωρίς απώλειες

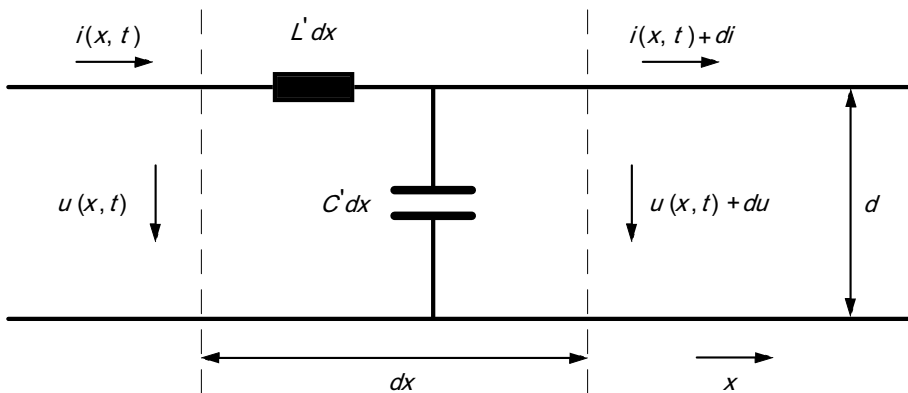
Αν οι αγωγοί μιάς ΓΜ έχουν απόσταση d μεταξύ τους και αν τα φαινόμενα που εξετάζουμε περιέχουν συχνότητες f τόσο μικρές, ώστε το μήκος κύματος $\lambda = v / f$ να είναι πολύ μεγαλύτερο του d , τότε θεωρούμε ότι η μεταφορά ενέργειας γίνεται κατά μήκος της γραμμής. Στις γραμμές αυτές, το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι πάντα εγκάρσιο, δηλαδή οι διευθύνσεις των εντάσεων του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετες στη διεύθυνση διάδοσης. Όπως είναι γνωστό από τη θεωρία του ΗΜ πεδίου, αναφερόμαστε τότε σε γραμμές με *ρυθμούς εγκάρσιου κύμα-*

τος (Transverse Electromagnetic Modes, TEM) ή απλά σε γραμμές μεταφοράς.

Η ταχύτητα όδευσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων v σε εναέριες ΓΜ είναι περίπου ίση με τη ταχύτητα του φωτός c . Επειδή οι αποστάσεις d των αγωγών κυμαίνονται από 0,6 - 15 m, η θεωρία των γραμμών μεταφοράς ισχύει για συχνότητες αντίστοιχα μικρότερες από 500 - 20 MHz. Στα καλώδια που χρησιμοποιούνται στα ΣΗΕ, όπου η ταχύτητα όδευσης v είναι περίπου ίση με $1,7 \cdot 10^8$ m / s και οι αποστάσεις d κυμαίνονται από 0,01 - 0,05 m, η θεωρία ισχύει για συχνότητες αντίστοιχα μικρότερες από 17 - 3,4 GHz. Για μεγαλύτερες συχνότητες από τις ανωτέρω, θα έχουμε μετάδοση ΗΜ ενέργειας και κάθετα προς τη γραμμή. Η περίπτωση αυτή δεν θα μας απασχολήσει στα επόμενα.

Θεωρούμε στο Σχ.2.4 ένα στοιχείο μήκους dx μίας ομοιογενούς γραμμής δύο αγωγών χωρίς απώλειες. Η αυτεπαγωγή του στοιχείου θα είναι $L' dx$ και η χωρητικότητά του ως προς τη γη $C' dx$. Αν εξετάσουμε την τάση u στο σημείο x και κατά τη χρονική στιγμή t θα έχουμε

$$u(x, t) = L' \frac{\partial i}{\partial t} dx + u(x, t) + \frac{\partial u}{\partial x} dx \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -L' \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.2.a)$$



Σχ.2.4: Στοιχείο, μήκους dx , ομοιογενούς ΓΜ δύο αγωγών χωρίς απώλειες.

ενώ, με όμοιο τρόπο για το ρεύμα i στο σημείο x και κατά τη χρονική στιγμή t θα έχουμε

$$i(x, t) = C' \frac{\partial}{\partial t} [u(x, t) + du] dx + i(x, t) + di \Rightarrow \quad (2.2.β)$$

$$i(x, t) = C' \frac{\partial u}{\partial t} dx + i(x, t) + \frac{\partial i}{\partial x} dx \Rightarrow \frac{\partial i}{\partial x} = -C' \frac{\partial u}{\partial t}$$

αν παραλείψουμε το διαφορικό δεύτερης τάξης. Η (2.2.α), με παραγωγή ως προς x και αντικατάσταση από την (2.2.β) δίνει

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L' C' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.3.a)$$

και με αντίστοιχο τρόπο, για το ρεύμα θα έχουμε

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = L' C' \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (2.3.β)$$

όπου

$$v = \sqrt{\frac{1}{L' C'}} \quad (2.4)$$

είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος στο μέσο που περιβάλλει τη γραμμή.

Η λύση της (2.3.α) φαίνεται εύκολα ότι ικανοποιείται από συναρτήσεις της μορφής

$$u(x, t) = f(x \mp vt) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) \quad (2.5.a)$$

ή εναλλακτικά

$$u(x, t) = f\left(t \mp \frac{x}{v}\right) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad (2.5.β)$$

όπου η (2.5.α) είναι χρήσιμη όταν ενδιαφερόμαστε για μία συγκεκριμένη θέση και ζητάμε τη μεταβολή της τάσης σαν συνάρτηση του χρόνου, ενώ η (2.5.β) είναι χρήσιμη όταν ενδιαφερόμαστε για μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή και ζητάμε τη μορφή της κυματομορφής της τάσης σαν συνάρτηση της θέσης. Οι συναρτήσεις f_1 και f_2 προσδιορίζονται από τις οριακές συνθήκες, δηλαδή από τη μορφή της πηγής και από το είδος του τερματισμού της γραμμής.

Αν ορίσουμε τη χαρακτηριστική αντίδραση της γραμμής Z_0

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (2.6)$$

για την ένταση $i(x, t)$ από τη σχέση (2.2.α) θα έχουμε διαδοχικά:

$$\frac{\partial i}{\partial t} = -\frac{1}{L'} \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{L'} [f_1'(x-vt) + f_2'(x+vt)] \Rightarrow$$

$$\int \frac{\partial i}{\partial t} dt = -\frac{1}{L'} \left[\int f_1'(x-vt) dt + \int f_2'(x+vt) dt \right] \Rightarrow$$

$$i(x,t) = \sqrt{\frac{C'}{L'}} [f_1(x-vt) - f_2(x+vt)] \Rightarrow$$

$$i(x,t) = \frac{1}{Z_0} [f_1(x-vt) - f_2(x+vt)] \quad (2.7)$$

2.4. Φυσική ερμηνεία της λύσης

Θεωρούμε κατ' αρχή τη συνάρτηση $f_1(y)$ του Σχ.2.5, όπου $y = x - vt$. Τη χρονική στιγμή $t=t_0$ η συνάρτηση έχει χωρική κατανομή $f_1(x-vt_0)$, και στο σημείο x_0 έχει τιμή $f_1(x_0-vt_0)$. Σε χρόνο $t_1 > t_0$ έχει την ίδια τιμή στο σημείο x_1 , για το οποίο ισχύει $x_1 - vt_1 = x_0 - vt_0$ ή $x_1 - x_0 = v(t_1 - t_0) > 0$. Άρα η χωρική κατανομή της τάσης μετακινήθηκε προς τα *αυξανόμενα* x , δηλαδή το κύμα $f_1(x-vt)$ *προχωρεί* με ταχύτητα v που δίνεται από τη σχέση (2.4). Με αντίστοιχο τρόπο προκύπτει ότι η συνάρτηση $f_2(x+vt)$ παριστάνει μία χωρική κατανομή που μετακινείται προς τα αρνητικά x , δηλαδή το κύμα $f_2(x+vt)$ *επιστρέφει* με την ίδια ταχύτητα v .

Παρατηρώντας τις (2.5.α) και (2.7), και για θετική φορά του ρεύματος ίδια με τη θετική φορά των x , συμπεραίνουμε ότι:

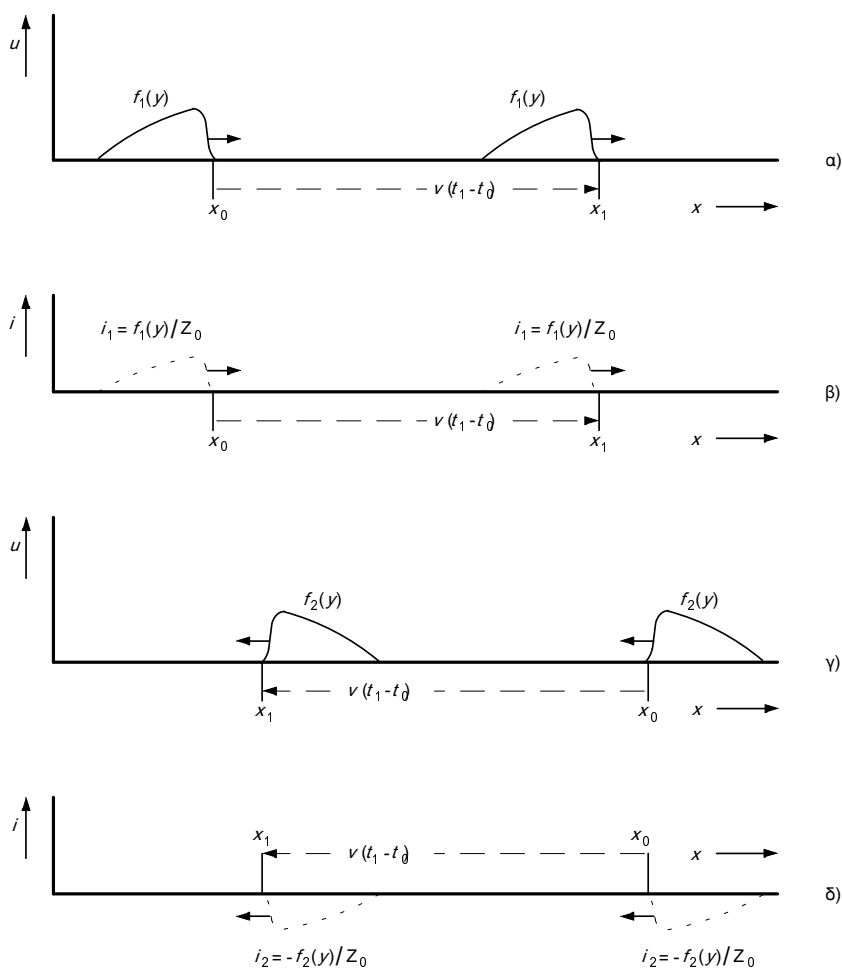
- α) το ρεύμα του προχωρούντος κύματος έχει το ίδιο πρόσημο με το προχωρούν κύμα τάσης με το οποίο αντιστοιχίζεται, και
- β) το ρεύμα του επιστρέφοντος κύματος έχει αντίθετο πρόσημο με το επιστρέφον κύμα τάσης με το οποίο αντιστοιχίζεται.

Δηλαδή η *ισχύς ρέει πάντα προς τη διεύθυνση προς την οποία οδεύει το κύμα*. Πράγματι, θεωρώντας θετική φορά για την ροή της ισχύος τη φορά των αυξανομένων x , θα έχουμε

$$p_1(x,t) = u_1(x,t) i_1(x,t) = f_1(x,t) \frac{1}{Z_0} f_1(x,t) = \frac{f_1^2(x,t)}{Z_0} \quad (2.8)$$

$$p_2(x,t) = u_2(x,t) i_2(x,t) = f_2(x,t) \left[-\frac{1}{Z_0} f_2(x,t) \right] = -\frac{f_2^2(x,t)}{Z_0} \quad (2.9)$$

όπου $p_1(x, t)$ και $p_2(x, t)$ είναι η ισχύς του προχωρούντος και του επιστρέφοντος κύματος αντίστοιχα.



Σχ.2.5: Οδεύοντα κύματα σε ΓΜ.

α) Προχωρούν κύμα τάσης
 γ) Επιστρέφον κύμα τάσης

β) Προχωρούν κύμα ρεύματος
 δ) Επιστρέφον κύμα ρεύματος

Για την κατανόηση του τρόπου υπολογισμού των κατανομών των τάσεων πάνω στη ΓΜ, ακολουθούν δύο παραδείγματα. Στα παραδείγματα αυτά θα θεωρήσουμε μόνο το προχωρούν κύμα, επειδή για το επιστρέφον κύμα οι υπολογισμοί γίνονται ανάλογα.

Παράδειγμα 2.4.1.

Δίνεται η χωρική κατανομή του προχωρούντος κύματος τάσης $u(x, t_0) = \varphi(x)$, δηλαδή τη χρονική στιγμή $t = t_0$. Ζητούνται:

- α) η χωρική κατανομή του κύματος αυτού, τη χρονική στιγμή $t = t_1$, και
 β) η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου, την οποία θα μετρήσει παρατηρητής στο σημείο $x = x_1$.

ΛΥΣΗ:

α) Στο Σχ.2.6 φαίνεται, στο σύστημα συντεταγμένων τάσης - απόστασης ($u-x$), η γνωστή συνάρτηση $u(x, t_0) = \varphi(x)$. Το μέτωπο του κύματος βρίσκεται, κατά τη δεδομένη χρονική στιγμή $t = t_0$, στο σημείο $x_0 = v \cdot t_0$. Εφ' όσον θεωρούμε μόνο το προχωρούν κύμα στη ΓΜ, η τάση στο τυχόν σημείο x και στην τυχαία χρονική στιγμή t θα δίνεται, βάσει της (2.5.α), από τη σχέση

$$u(x, t) = f_1(x - vt) \quad (2.10)$$

και για τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_0 θα ισχύει

$$u(x, t_0) = f_1(x - vt_0) = \varphi(x) \quad (2.11)$$

Επομένως, η συνάρτηση $f_1(x - vt_0)$ είναι γνωστή.

Η χωρική κατανομή του κύματος αυτού, τη χρονική στιγμή $t = t_1$, θα δίνεται από μία άγνωστη συνάρτηση $\psi(x)$ με μορφή

$$\psi(x) = u(x, t_1) \quad (2.12)$$

για την οποία θα έχουμε διαδοχικά

$$\begin{aligned} \psi(x) = u(x, t_1) &\stackrel{(2.10)}{=} f_1(x - vt_1) = f_1[x - v(t_1 - t_0) - vt_0] \stackrel{(2.11)}{\Rightarrow} \\ \psi(x) &= \varphi[x - v(t_1 - t_0)] \end{aligned} \quad (2.13)$$

δηλαδή η άγνωστη συνάρτηση $\psi(x)$ εκφράζεται απλά μέσω της γνωστής συνάρτησης $\varphi(x)$. Το μέτωπο του κύματος, όπως φαίνεται στο Σχ.2.6, έχει μετατεθεί κατά την απόσταση $v(t_1 - t_0)$.

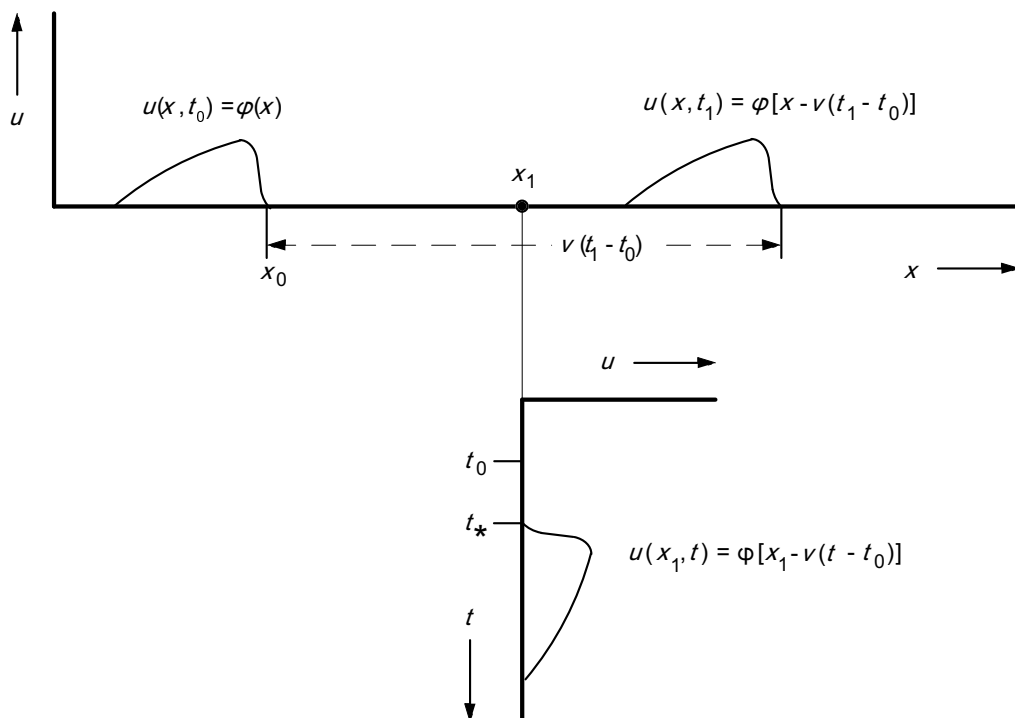
β) Ένας παρατηρητής που βρίσκεται στο σημείο x_1 , θα μετρήσει στο σύστημα συντεταγμένων τάσης - χρόνου ($u-t$) του Σχ.2.6 μία τάση που θα δίνεται από την άγνωστη συνάρτηση $g(t)$. Η τάση αυτή για το συγκεκριμένο σημείο x_1 θα έχει τη μορφή

$$g(t) = u(x_1, t) \quad (2.14)$$

και για την οποία θα έχουμε διαδοχικά

$$g(t) = u(x_1, t) \stackrel{(2.10)}{=} f_1(x_1 - vt) = f_1[x_1 - v(t - t_0) - vt_0] \stackrel{(2.11)}{\Rightarrow}$$

$$g(t) = \varphi[x_1 - v(t - t_0)] \quad (2.15)$$



Σχ.2.6: Υπολογισμός της χωρικής κατανομής της τάσης κατά τη χρονική στιγμή t_1 , και της τάσης σαν συνάρτηση του χρόνου στο σημείο x_1 , αν δίνεται η χωρική κατανομή της τάσης κατά τη χρονική στιγμή t_0 .

δηλαδή η άγνωστη συνάρτηση $g(t)$ εκφράζεται πάλι μέσω της γνωστής συνάρτησης $\varphi(x)$. Ο παρατηρητής θα αρχίσει να μετρά την τάση κατά τη χρονική στιγμή t_* , η οποία ορίζεται από τη σχέση

$$t_* = t_0 + \frac{x_1 - x_0}{v} \quad (2.16)$$

Παράδειγμα 2.4.2.

Δίνεται η τάση του προχωρούντος κύματος σαν συνάρτηση του χρόνου $u(x_0, t) = g(t)$, δηλαδή στο σημείο $x = x_0$. Ζητούνται:

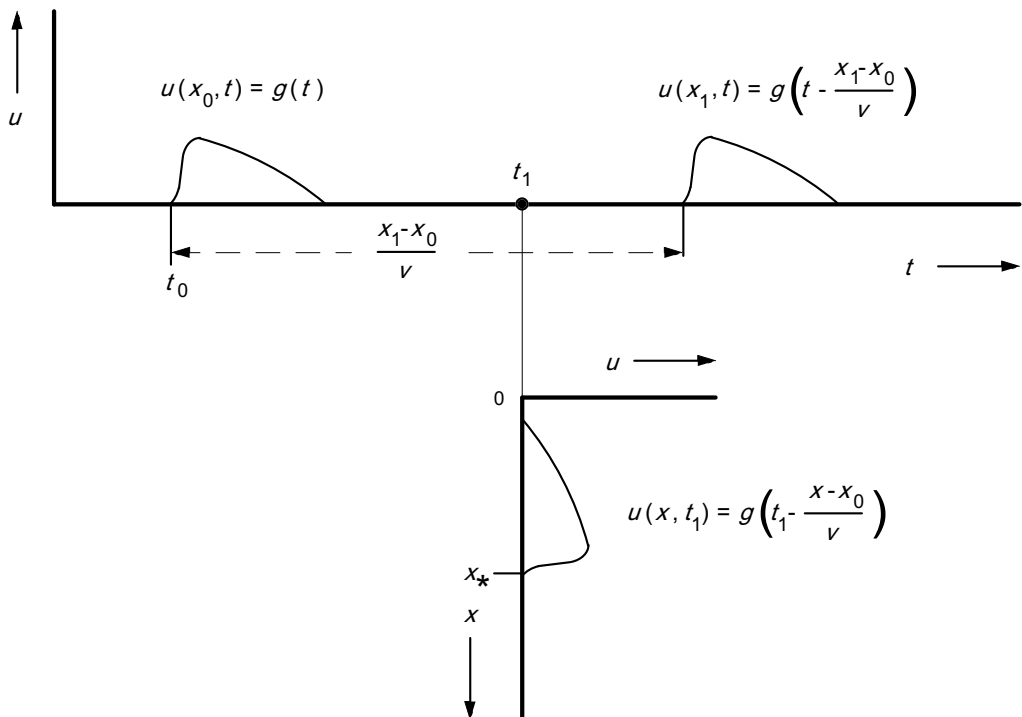
- η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου, την οποία θα μετρήσει παρατηρητής στο σημείο $x = x_1$, και

β) η κατανομή της τάσης κατά μήκος της γραμμής, τη χρονική στιγμή $t = t_1$.

ΛΥΣΗ:

α) Στο Σχ.2.7 φαίνεται, στο σύστημα συντεταγμένων τάσης - χρόνου ($u - t$) το οποίο βρίσκεται στο σημείο x_0 , η γνωστή συνάρτηση $u(x_0, t) = g(t)$. Ο παρατηρητής θα αρχίσει να μετρά την τάση κατά τη χρονική στιγμή $t_0 = x_0 / v$, όταν δηλαδή το μέτωπο του κύματος φθάσει στο γνωστό σημείο x_0 . Η τάση στο τυχόν σημείο x και στην τυχαία χρονική στιγμή t θα δίνεται πάλι από τη σχέση (2.10), ενώ για το συγκεκριμένο σημείο x_0 θα ισχύει

$$u(x_0, t) = f_1(x_0 - vt) = g(t) \quad (2.17)$$



Σχ.2.7: Υπολογισμός της τάσης σαν συνάρτηση του χρόνου στο σημείο x_1 , και της κατανομής της τάσης κατά μήκος της γραμμής κατά τη χρονική στιγμή t_1 , αν δίνεται η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στο σημείο x_0 .

Επομένως, η συνάρτηση $f_1(x_0 - vt)$ είναι γνωστή.

Η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στο σημείο $x = x_1$ θα δίνεται από μία άγνωστη συνάρτηση $h(t)$ με μορφή

$$h(t) = u(x_1, t) \quad (2.18)$$

για την οποία θα έχουμε διαδοχικά

$$h(t) = u(x_1, t) \stackrel{(2.10)}{=} f_1(x_1 - vt) = f_1 \left[x_0 - v \left(t - \frac{x_1 - x_0}{v} \right) \right] \stackrel{(2.17)}{\Rightarrow}$$

$$h(t) = g \left[t - \frac{x_1 - x_0}{v} \right] \quad (2.19)$$

δηλαδή η άγνωστη συνάρτηση $h(t)$ εκφράζεται απλά μέσω της γνωστής συνάρτησης $g(t)$. Ο παρατηρητής που βρίσκεται εκεί θα αρχίσει να μετρά την τάση, όπως φαίνεται από το Σχ.2.7, μετά από χρόνο $(x_1 - x_0) / v$.

β) Η κατανομή της τάσης κατά μήκος της γραμμής τη χρονική στιγμή $t = t_1$, στο σύστημα συντεταγμένων τάσης - απόστασης $(u - x)$ του Σχ.2.7, θα δίνεται από μία άγνωστη συνάρτηση $\varphi(x)$ με μορφή

$$\varphi(x) = u(x, t_1) \quad (2.20)$$

για την οποία θα έχουμε διαδοχικά

$$\varphi(x) = u(x, t_1) \stackrel{(2.10)}{=} f_1(x - vt_1) = f_1 \left[x_0 - v \left(t_1 - \frac{x - x_0}{v} \right) \right] \stackrel{(2.17)}{\Rightarrow}$$

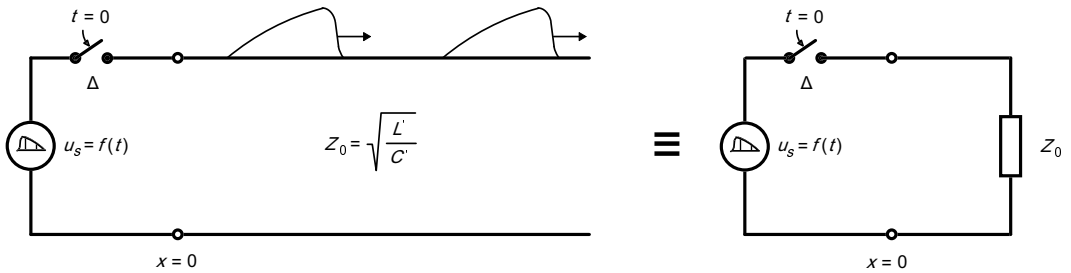
$$\varphi(x) = g \left[t_1 - \frac{x - x_0}{v} \right] \quad (2.21)$$

δηλαδή η άγνωστη συνάρτηση $\varphi(x)$ εκφράζεται πάλι μέσω της γνωστής συνάρτησης $g(t)$. Το μέτωπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = t_1$ θα βρίσκεται στο σημείο x_* , το οποίο ορίζεται από τη σχέση

$$x_* = x_0 + v(t_1 - t_0) \quad (2.22)$$

2.5. Ζεύξη γραμμής με πηγή

Θεωρούμε μία ομοιογενή γραμμή κυματικής αντίστασης Z_0 και άπειρης έκτασης, όπως φαίνεται στο Σχ.2.8. Συνδέουμε το ένα της άκρο με πηγή τάσης $u_s = f(t)$ τη χρονική στιγμή $t = 0$, κλείνοντας το διακόπτη Δ . Θα υπολογίσουμε τις τάσεις $u(x, t)$ και τα ρεύματα $i(x, t)$ στη γραμμή, σαν συνάρτηση των x και t .



Σχ.2.8: Ζεύξη ημιάπειρης γραμμής με πηγή και ισοδύναμο κύκλωμα.

Αν θέσουμε την αρχή $x = 0$ του συστήματος τάσης-μήκους στην πηγή, τότε δεν έχουν έννοια τα επιστρέφοντα κύματα γιατί δεν ενδιαφερόμαστε για $x < 0$. Επομένως θεωρούμε μόνο το προχωρούν κύμα, δηλαδή η τάση και το ρεύμα γενικά θα δίνονται από τις σχέσεις

$$u(x, t) = f_1(x - vt) \quad (2.23)$$

$$i(x, t) = \frac{1}{Z_0} f_1(x - vt) \quad (2.24)$$

με οριακές συνθήκες για την τάση (δηλαδή για $x = 0$)

$$u(0, t) = \begin{cases} f(t) , & t \geq 0 \\ 0 , & t < 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

Από τις (2.23) και (2.25) και για $t > 0$ θα έχουμε

$$\left. \begin{aligned} u(0, t) &= f_1(-vt) = f(t) \\ u(x, t) &= f_1(x - vt) = f_1\left[-v\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$u(x, t) = f\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad \text{για} \quad t - \frac{x}{v} \geq 0 \quad (2.26)$$

επομένως, για τις τάσεις και τα ρεύματα θα ισχύουν οι σχέσεις

$$\left. \begin{aligned} u(x, t) &= f\left(t - \frac{x}{v}\right) \\ i(x, t) &= \frac{1}{Z_0} f\left(t - \frac{x}{v}\right) \end{aligned} \right\} \quad \text{για} \quad t \geq \frac{x}{v} \quad (2.27.α)$$

και

$$\left. \begin{array}{l} u(x,t) = 0 \\ i(x,t) = 0 \end{array} \right\} \text{για } t < \frac{x}{v} \quad (2.27.\beta)$$

Από τις (2.27α-β) προκύπτει για οποιοδήποτε x ότι

$$u(x,t) = Z_0 i(x,t) \Rightarrow u(0,t) = Z_0 i(0,t) \Rightarrow \frac{f(t)}{i(0,t)} = Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (2.28)$$

Από την τελευταία αυτή εξίσωση για τη σχέση τάσης και ρεύματος στην αρχή της γραμμής μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:

- ♦ Μία ημιάπειρη ομοιογενής ΓΜ χωρίς απώλειες, συμπεριφέρεται στο άκρο της σαν μία ωμική αντίσταση ίση με την κυματική της αντίσταση Z_0 .

Επομένως, μία γραμμή με οδεύον κύμα παριστάνεται με το ισοδύναμο κύκλωμα που φαίνεται στο Σχ.2.8. Το ισοδύναμο αυτό μας επιτρέπει να εξετάσουμε με απλό τρόπο τη συμπεριφορά της ΓΜ, όταν η ζεύξη της γίνεται με οποιαδήποτε πηγή.

Στην ανάλυση που προηγήθηκε θεωρήσαμε ότι στη ΓΜ δεν υπάρχουν άλλα οδεύοντα κύματα, δηλαδή ότι η γραμμή ηρεμεί για χρόνους $t < 0$. Αν υπήρχαν ήδη κύματα στη γραμμή, τότε η συνολική κατανομή της τάσης στη γραμμή υπολογίζεται με υπέρθεση των επι μέρους κυμάτων.

Παράδειγμα 2.5.1.

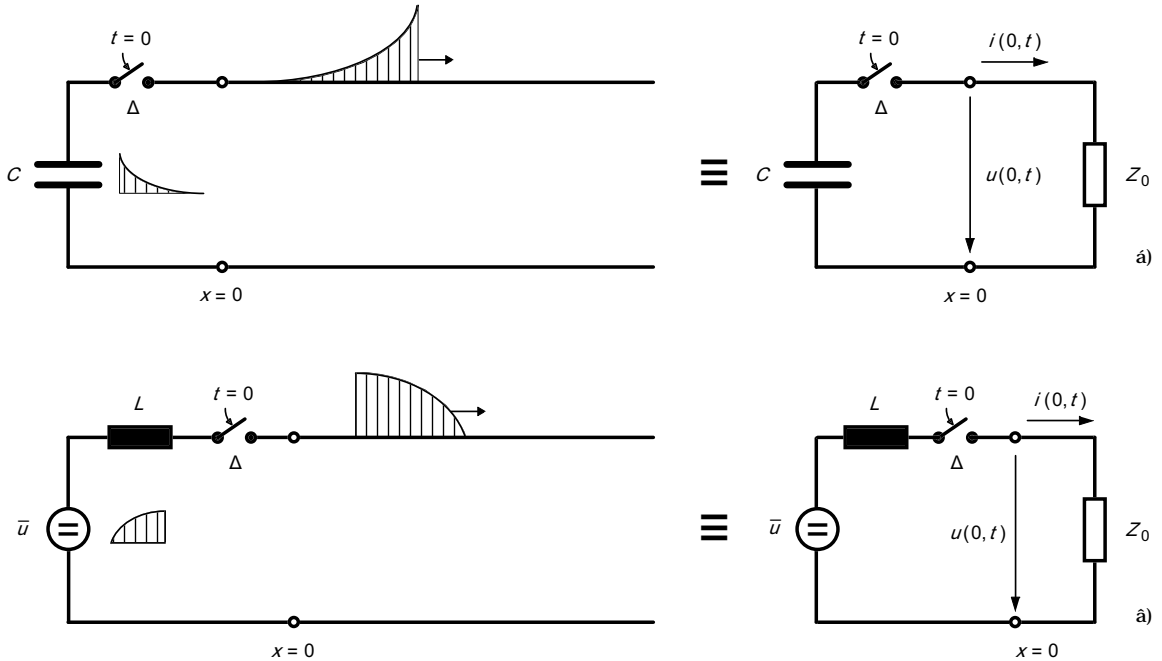
Ο πυκνωτής C του Σχ.2.9.α είναι φορτισμένος στην τάση \hat{u}_C και συνδέεται με ημιάπειρη γραμμή τη χρονική στιγμή $t=0$. Ζητείται η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στα διάφορα σημεία της γραμμής.

ΛΥΣΗ:

Το ισοδύναμο κύκλωμα της διάταξης, όπως φαίνεται στο Σχ.2.9.α, είναι ένας πυκνωτής C που εκφορτίζεται σε ωμική αντίσταση Z_0 . Η τάση στην αρχή της γραμμής $u(0,t)$ είναι ίση με την τάση του πυκνωτή $u_C(t)$. Η διαφορική εξίσωση και η αρχική συνθήκη του κυκλώματος είναι

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{T_s} u_C = 0 \quad (2.29)$$

$$u_C(0) = \hat{u}_C$$



Σχ.2.9: Ζεύξη ημιάπειρης γραμμής με
 α) φορτισμένο πυκνωτή, και
 β) πηγή συνεχούς τάσης μέσω αυτεπαγωγής.

όπου $T_s = CZ_0$ είναι η χρονική σταθερά του κυκλώματος. Κατά τα γνωστά, με τη μέθοδο χωρισμού μεταβλητών, η λύση της (2.29) προκύπτει

$$u_C(t) = \dot{\omega}_C e^{-\frac{t}{T_s}} \quad \text{για } t \geq 0 \quad (2.30)$$

οπότε, η αντίστοιχη σχέση της (2.25) για την τάση στην αρχή της γραμμής έχει τη μορφή

$$u(0,t) = \begin{cases} \dot{\omega}_C e^{-\frac{t}{T_s}} = f(t) , & t \geq 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

και η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στα διάφορα σημεία της γραμμής προκύπτει με εφαρμογή της (2.27.α)

$$u(x,t) = \begin{cases} \bar{u}_C e^{-\frac{t-x}{T_s}} & , \quad t \geq \frac{x}{v} \\ 0 & , \quad t < \frac{x}{v} \end{cases} \quad (2.32)$$

Παράδειγμα 2.5.2.

Η πηγή συνεχούς τάσης $u_s = \bar{u}$ του Σχ.2.9.β συνδέεται μέσω αυτεπαγωγής L με ημιάπειρη γραμμή τη χρονική στιγμή $t=0$. Ζητείται η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στα διάφορα σημεία της γραμμής.

ΛΥΣΗ:

Το ισοδύναμο κύκλωμα της διάταξης, όπως φαίνεται στο Σχ.2.9.β, είναι μία πηγή συνεχούς τάσης πίσω από ένα σύνθετο φορτίο αυτεπαγωγής L και ωμικής αντίστασης Z_0 . Για το ρεύμα στην αρχή της γραμμής $i(0,t)$, το οποίο είναι ίσο με το ρεύμα που διαρρέει την αυτεπαγωγή $i_L(t)$, θα έχουμε τη διαφορική εξίσωση και την αρχική συνθήκη

$$\frac{di_L}{dt} + \frac{1}{T_s} i_L = \frac{\bar{u}}{L} \quad (2.33)$$

$$i_L(0) = 0$$

όπου $T_s = L / Z_0$ είναι η χρονική σταθερά του κυκλώματος. Κατά τα γνωστά, με τη μέθοδο ολοκληρωτικών παραγόντων, η λύση της (2.33) προκύπτει

$$i_L(t) = \frac{\bar{u}}{Z_0} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_s}} \right) \quad \text{για } t \geq 0 \quad (2.34)$$

Η τάση στην αρχή της γραμμής $u(0,t)$ είναι ίση με την πτώση τάσης στην ωμική αντίσταση Z_0 , δηλαδή

$$u(0,t) = Z_0 i_L(t) = \bar{u} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_s}} \right) \quad (2.35)$$

οπότε, η αντίστοιχη σχέση της (2.25) για την τάση στην αρχή της γραμμής έχει τη μορφή

$$u(0,t) = \begin{cases} \bar{u} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_s}} \right) = f(t) , & t \geq 0 \\ 0 & , \quad t < 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

και η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στα διάφορα σημεία της γραμμής προκύπτει με εφαρμογή της (2.27.α)

$$u(x,t) = \begin{cases} \bar{u} \left(1 - e^{-\frac{t-\frac{x}{v}}{T_s}} \right) & , \quad t \geq \frac{x}{v} \\ 0 & , \quad t < \frac{x}{v} \end{cases} \quad (2.37)$$

2.6. Επίδραση του τερματισμού σε γραμμές με οδεύοντα κύματα

Ο τερματισμός των ΓΜ αποτελεί μία χαρακτηριστική ασυνέχεια στην ομοιογένεια τους. Θεωρώντας τον τερματισμό γενικά σαν μία σύνθετη αντίσταση, εκτείνεται από το ανοικτό κύκλωμα στο βραχυκύκλωμα, περιλαμβάνοντας όλες τις ενδιάμεσες περιπτώσεις.

Θεωρούμε πάλι μία ομοιογενή γραμμή κυματικής αντίστασης Z_0 και άπειρης έκτασης, όπως φαίνεται στο Σχ.2.10. Στη γραμμή οδεύει κύμα $f_1(x-vt)$ προς το άκρο της $x = x_0$, ενώ στο άκρο της συνδέεται με ένα παθητικό δίπολο $R(t)$ με σχέση τάσης-ρεύματος

$$u(x_0,t) = R(t) i(x_0,t) \quad (2.38)$$

Εστω ότι το κύμα φθάνει στο άκρο $x = x_0$ τη χρονική στιγμή $t = 0$, οπότε για αρνητικούς χρόνους θα υπάρχει στη γραμμή μόνο το προχωρούν κύμα, δηλαδή

$$u(x,t) = f_1(x-vt) \quad \text{για } t < 0 \quad (2.39)$$

ενώ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ και μετά θα ισχύει η (2.5.α)

$$u(x,t) = u_1(x,t) + u_2(x,t) = f_1(x-vt) + f_2(x+vt) \quad \text{για } t \geq 0 \quad (2.40)$$