

## Πρόλογος

Το βιβλίο αυτό αποτελεί τον πρώτο τόμο του μαθήματος των *Μαθηματικών Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης της Γ' τάξης του Ενιαίου Λυκείου*.

Περιέχει τη διδακτέα και εξεταστέα ύλη των κεφαλαίων:

- 1) Μιγαδικοί αριθμοί
- 2) Όριο και συνέχεια συνάρτησης.

Κάθε κεφάλαιο περιέχει σε γενικές γραμμές τα εξής:

- α) **Θεωρία**, η οποία περιλαμβάνει ορισμούς των εννοιών, ιδιότητες και αποδείξεις θεωρημάτων.
- β) **Παρατηρήσεις, σχόλια** και ένθετα σημειώματα, τα οποία συμπληρώνουν τη θεωρία και υποδεικνύουν μεθόδους επεξεργασίας θεμάτων ή επίλυσης προβλημάτων.
- γ) **Παραδείγματα** για κάθε περίπτωση, λυμένα με υποδειγματικό τρόπο.
- δ) **Ασκήσεις** όλων των τύπων.
- ε) **Διαγωνίσμα** με τέσσερα αντιπροσωπευτικά θέματα.

Με την ολοκλήρωση της ύλης γίνεται μια **επανάληψη** με τη θεωρία σε ερωτήσεις και κατάλληλα επιλεγμένες **γενικές ασκήσεις**.

Στο τέλος του βιβλίου υπάρχει παράρτημα με **απαντήσεις** ή **υποδείξεις** για όλες τις ασκήσεις και τα θέματα των διαγωνισμάτων.

Με ευχαρίστηση θα δεχθώ οποιαδήποτε υπόδειξη που θα μπορούσε να συμβάλει στη βελτίωση αυτού του βιβλίου.

# Περιεχόμενα

## 1<sup>ο</sup>

### ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

#### Μέρος

1.1	Η έννοια του μιγαδικού αριθμού .....	11
1.2	Πράξεις μιγαδικών αριθμών .....	12
	<i>Παραδείγματα</i> .....	15
	<i>Ασκήσεις</i> .....	25
1.3	Μέτρο μιγαδικού αριθμού .....	31
	<i>Παραδείγματα</i> .....	33
	<i>Ασκήσεις</i> .....	55
	<i>Διαγώνισμα Πρώτου Μέρους</i> .....	63

## 2<sup>ο</sup>

### ΟΡΙΟ ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

#### Μέρος

2.1	Επανάληψη βασικών εννοιών .....	67
2.1.1	Το σύνολο των πραγματικών αριθμών και τα υποσύνολά του .....	67
2.1.2	Διάταξη στο $\mathbb{R}$ .....	68
2.1.3	Αξιοσημείωτες ταυτότητες .....	68
2.1.4	Απόλυτες τιμές .....	68
2.1.5	Δυνάμεις στο $\mathbb{R}$ .....	69
2.1.6	Διώνυμες εξισώσεις .....	70
2.1.7	Εξισώσεις δεύτερου βαθμού .....	70
2.1.8	Εξισώσεις ανώτερου βαθμού .....	70
2.1.9	Επίλυση ανισώσεων .....	71
2.1.10	Άρρητες εξισώσεις και ανισώσεις .....	72
2.1.11	Τριγωνομετρικές εξισώσεις .....	73

2.1.12	Αριθμητική και γεωμετρική πρόοδος.....	73
2.1.13	Λογάριθμοι.....	73
<b>2.2</b>	<b>Συναρτήσεις.....</b>	<b>74</b>
2.2.1	Η έννοια της πραγματικής συνάρτησης.....	74
2.2.2	Γραφική παράσταση συνάρτησης.....	75
2.2.3	Μερικές βασικές συναρτήσεις.....	77
2.2.4	Ισότητα συναρτήσεων.....	80
2.2.5	Πράξεις συναρτήσεων.....	81
2.2.6	Σύνθεση συναρτήσεων.....	81
	<i>Παραδείγματα</i> .....	82
	<i>Ασκήσεις</i> .....	97
<b>2.3</b>	<b>Μονότονες συναρτήσεις – Αντίστροφη συνάρτηση.....</b>	<b>101</b>
2.3.1	Μονοτονία συνάρτησης.....	101
2.3.2	Ακρότατα συνάρτησης.....	102
2.3.3	Συνάρτηση 1-1.....	102
2.3.4	Αντίστροφη συνάρτηση.....	104
	<i>Παραδείγματα</i> .....	105
	<i>Ασκήσεις</i> .....	119
<b>2.4</b>	<b>Όριο συνάρτησης στο <math>x_0 \in \mathbb{R}</math>.....</b>	<b>124</b>
	<i>Παραδείγματα</i> .....	125
	<i>Ασκήσεις</i> .....	126
<b>2.5</b>	<b>Ιδιότητες των ορίων.....</b>	<b>127</b>
2.5.1	Όριο και διάταξη.....	127
2.5.2	Όρια και πράξεις.....	127
2.5.3	Κριτήριο παρεμβολής.....	129
2.5.4	Τριγωνομετρικά όρια.....	130
	<i>Παραδείγματα</i> .....	130
	<i>Ασκήσεις</i> .....	145
<b>2.6</b>	<b>Μη πεπερασμένο όριο συνάρτησης στο <math>x_0 \in \mathbb{R}</math>.....</b>	<b>150</b>
2.6.1	Η έννοια του άπειρου ορίου.....	150
2.6.2	Ιδιότητες του άπειρου ορίου.....	151
2.6.3	Όριο αθροίσματος και γινομένου.....	152
	<i>Παραδείγματα</i> .....	153
	<i>Ασκήσεις</i> .....	162
<b>2.7</b>	<b>Όριο συνάρτησης στο άπειρο.....</b>	<b>165</b>
2.7.1	Η έννοια του ορίου στο άπειρο.....	165
2.7.2	Βασικά όρια στο άπειρο.....	166

2.7.3	Όριο πολωνυμικής και ρητής συνάρτησης στο άπειρο .....	166
2.7.4	Όριο εκθετικής και λογαριθμικής συνάρτησης .....	167
	<i>Παραδείγματα</i> .....	168
	<i>Ασκήσεις</i> .....	195
<b>2.8</b>	<b>Συνέχεια συνάρτησης</b> .....	201
2.8.1	Ορισμός της συνέχειας .....	201
2.8.2	Συνεχείς συναρτήσεις .....	202
2.8.3	Θεώρημα του Bolzano .....	202
2.8.4	Πρόσημο συνεχούς συνάρτησης .....	203
2.8.5	Θεώρημα ενδιάμεσων τιμών .....	204
2.8.6	Θεώρημα μέγιστης και ελάχιστης τιμής .....	204
2.8.7	Σύνολο τιμών συνεχούς συνάρτησης .....	205
	<i>Παραδείγματα</i> .....	206
	<i>Ασκήσεις</i> .....	228
	<b>Διαγώνισμα Δεύτερου Μέρους</b> .....	236
	<b>Επανάληψη</b>	
	<i>Ερωτήσεις θεωρίας</i> .....	239
	<i>Ασκήσεις επανάληψης</i> .....	241
	<b>Γενικό Διαγώνισμα</b> .....	247
	<b>Απαντήσεις – Υποδείξεις των Ασκήσεων</b> .....	249