Μιχαήλ Κουϊμτζής

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ EXCEL-ΙΞΕΙΣ

στο έργο του Μηχανικού

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ

Κάθε γνήσιο αντίτυπο φέρει την υπογραφή του συγγραφέα

Για επικοινωνία
με το συγγραφέα:

Μιχαήλ Κουϊμτζής
☎ 2310 226977
e-mail: camelot@the.forthnet.gr

ISBN 960-431-994-9

www.ziti.gr

Φωτοστοιχειοθεσία
Εκτύπωση

Π. ΖΗΤΗ & Σια ΟΕ
18ο χλμ Θεσσαλονίκης-Περαίας
Τ.Θ. 4171 • Περαία Θεσσαλονίκης • Τ.Κ. 570 19
Τηλ.: 23920-72.222 (5 γραμ.) - Fax: 23920-72.229
e-mail: info@ziti.gr

Βιβλιοπωλείο

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ
Αρμενοπούλου 27 • 546 35 Θεσσαλονίκη
Τηλ. 2310-203.720, Fax 2310-211.305
e-mail: sales@ziti.gr

Αντί προλόγου

Την τεχνολογική επανάσταση
ή την ελέγχεις ή την υφίστασαι
Jaques Delor

Υπάρχει ένα απόφθεγμα που λέει «Μη μαθαίνεις τα τεχνάσματα του εμπορίου, μάθε το εμπόριο», ωστόσο κάποια «τεχνάσματα» είναι σχεδόν αναγκαία για τους μηχανικούς, τους μαθηματικούς, τους φυσικούς και για πολλούς ακόμη επιστήμονες, που πρέπει να υποστούν την κόπωση πολύπλοκων υπολογισμών προκειμένου να εξάγουν ένα ασφαλές συμπέρασμα στη δουλειά τους. Βέβαια, είναι γνωστό ότι στην εποχή του μονοδιάστατου ανθρώπου το να προτείνει κανείς εναλλακτικούς τρόπους αντιμετώπισης της δουλειάς του (δηλαδή «τεχνάσματα») αξιολογείται συχνά ως αναχρονισμός ή στην καλύτερη περίπτωση ένα γραφικό ακαδημαϊκό κατάλοιπο. Η κατάσταση επιδεινώνεται, όταν γνωρίζει κανείς ότι απευθύνεται εκεί, όπου ο ελεύθερος χρόνος είναι πια ανύπαρκτος. Πραγματικά, δεν θα το επιχειρούσα ποτέ, αν δεν ήμουν σίγουρος ότι ο υπολογιστής αποτελεί στο έργο κάθε επιστήμονα και ιδιαίτερα του μηχανικού το *ενοποιητικό* και ταυτόχρονα το *αναλυτικό εργαλείο* για τη βαθύτερη κατανόηση του έργου του. Ένα είδος εσωστρέφειας ας πούμε, που οδηγεί στην «κατανόηση της κατανόησης».

Οι υπολογιστικές Excel-ίξεις στο έργο του Μηχανικού έχουν δύο μόνο στόχους:

α. Να εξοικειώσουν το Μηχανικό με τα υπολογιστικά φύλλα εργασίας και να τον υποψιάσουν τι μπορεί να κάνει πάνω στη δουλειά του με ένα από αυτά, (το Excel της Microsoft), που – δυστυχώς – μέχρι σήμερα, θεωρείται ότι εξυπηρετεί δευτερεύουσες μόνο και βοηθητικές εργασίες, και

β. Να τον εισάγουν σε μια άλλη αντίληψη αντιμετώπισης υπολογιστικών προβλημάτων, όπου θα κυριαρχεί η αναζήτηση νέων τρόπων επίλυσης, η διεξοδική διερεύνηση κάθε αποτελέσματος και η πλήρης και εις βάθος κατανόηση *όλων των παραμέτρων του προβλήματος με την αναγκαία προσέγγιση στις βασικές αρχές της επιστήμης.*

Θέλω να πω, ότι δεν ήθελα να περιοριστώ μόνο σε μια απλή παρουσίαση κάποιων τεχνικο-μαθηματικών μεθόδων μέσω του υπολογιστή, αλλά κυρίως, να υποβάλω τον αναγνώστη σε μια φιλοσοφική θέση που οδηγεί στη μελέτη της αναλλοίωτης αφετηρίας των *αρχών και των μεθόδων*. Δεν κρύβω ότι εδώ και πολύ καιρό, με προβληματίζει η «μορφωτική διχοτομία» που έχει υποβληθεί στο σύγχρονο άνθρωπο: από τη μια όχθη, όσοι έχουν «ανθρωπιστική» παιδεία και από την άλλη οι «τεχνικοί». Λες και όσοι έτυχε να περπατούν στα απόκρημνα μονοπάτια της μιας όχθης, δεν μπορούν να εξερευνήσουν και τις απάτητες περιοχές της απέναντι όχθης. Πραγματικά δεν καταλαβαίνω, γιατί όταν κάποιος υπολογίζει το ολοκλήρωμα για τη ροπή αδράνειας ενός επιφανειακού ή χωρικού μορφώματος δεν μπορεί να γοητεύεται από τις *Λέξεις* του Σαρτρ ή να αντιλαμβάνεται τον συμβολισμό των στίχων του Βαλερύ ή να συγκινείται από τα διανοητικο-συναισθηματικά διλήμματα του *Βέρθερου* του «γόνου» της Φραγκφούρτης.

Η αλήθεια βέβαια, είναι ότι όσα ταξίδια έχουν σημειωθεί μέχρι σήμερα, ανάμεσα στις δύο όχθες, εκτός από ελάχιστες περιπτώσεις, δεν είναι ούτε αρκετά συχνά, ούτε και πολύ πετυχημένα. Ωστόσο, η οδοιπορία και στις δύο όχθες, φαίνεται στις μέρες μας να γίνεται ολοένα και περισσότερο αναγκαία ως αντιστάθμισμα τουλάχιστον της περιρρέουσας — και δυστυχώς καταρρέουσας — παιδείας. Μόνο με τον τρόπο αυτό, πιστεύω, ο μηχανικός έρχεται κοντά στο μοναδικό στοιχείο που μπορεί να διασώσει αυτόν και το έργο του: στην εξαντλητική μελέτη δηλαδή κάθε *αρχής και μεθόδου* των θετικών επιστημών που θα συνδυάζεται με μια ανθρωπιστική παιδεία και θα προέρχεται από μια *φιλοσοφική θέση*. Στην περίπτωση αυτή η κατανόηση της συμπεριφοράς των τεχνικών έργων θα έχει τα αναγκαία θεωρητικά ερείσματα και η σύλληψη της κατασκευής τους θα περιέχει μια ιδέα που θα προσδίδει σ' αυτά την αναγκαία διαχρονικότητα.

Έτσι, εάν ο αναγνώστης παρακινηθεί, διαβάζοντας τις σελίδες αυτού του βιβλίου, να ανατρέξει στις αρχικές και θεμελιώδεις αρχές και συνδυάσει τις «κλασικές γνώσεις» με τις «νέες τεχνολογίες», ο στόχος του βιβλίου θα έχει εκπληρωθεί. Αν αναζητήσει την επιβεβαίωση του περιεχομένου του μπροστά στην οθόνη «τρέχοντας» το Excel, τότε θα έχει κάνει και το πρώτο σημαντικό βήμα.

Θα εκπληρωθεί επίσης ο στόχος του βιβλίου, αν ο αναγνώστης αφυπνίσει τη λανθάνουσα σε πολλές περιπτώσεις ευρηματικότητά του και αναζητήσει την καινοτόμο ιδέα που θα τον οδηγήσει σε άλλες λύσεις πιο απλές, σύντομες και αποτελεσματικές παραφράζοντας το «ξυράφι του Όκκαμ[1]»: «*Frustra fit per plura quod potest fieri per pauciora*» (*«είναι άσκοπο να υπολογίζει κανείς με πολλά, εκείνο που μπορεί να υπολογίσει με λίγα»)*.

Το περιεχόμενο του βιβλίου χωρίστηκε σε δύο μέρη που το καθένα περιέχει τρία κεφάλαια. Το πρώτο μέρος είναι εισαγωγικό με πολλά παραδείγματα και τεχνικές εφαρμογές, ενώ το δεύτερο είναι περισσότερο αναλυτικό και περιλαμ-

[1]. *Wilhelm Okham ή Occam (1300 – 1349), Άγγλος σχολαστικός φιλόσοφος και μαθηματικός. Ένας από τους ευφυέστερους φραγκισκανούς μοναχούς που δίδαξε Φιλοσοφία και Θεολογία στην Οξφόρδη και στο Παρίσι. Με το έργο του «Suma totius logicae», μία ολοκληρωμένη σύνοψη λογικής, διατύπωσε πλήθος νέων εννοιών και ορισμών και άσκησε τεράστια επίδραση στους συγχρόνους του. Με τον όρο «ξυράφι του Όκκαμ», η παράδοση διέσωσε τον τρόπο της σκέψης του με την παραπάνω πρόταση που σημαίνει «είναι άσκοπο να εξηγεί κανείς με πολλά, εκείνο που μπορεί να εξηγήσει με λίγα».*

βάνει αρκετές μεθόδους αριθμητικής ανάλυσης που χρησιμοποιούνται σε πολλές εφαρμογές από το έργο του μηχανικού. Ωστόσο, καταβλήθηκε προσπάθεια κάθε κεφάλαιο να διατηρήσει την αυτοτέλειά του.

Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η χρήση των ενσωματωμένων συναρτήσεων του Excel σε κάποια προβλήματα από την καθημερινή δραστηριότητα του μηχανικού. Τα προβλήματα αυτά είναι γνωστά και επιλύονται σχετικά εύκολα, αφού περιέχονται σε πολλά από τα σχετικά συγγράμματα που κυκλοφορούν. Η σκοπιμότητα της παρουσίασής τους είναι να γίνει αντιληπτός ο διαφορετικός τρόπος αντιμετώπισής τους με την προτεινόμενη πινακοποίηση και παραμετροποίηση των μεταβλητών τους.

Το δεύτερο κεφάλαιο μπορεί να θεωρηθεί και αυτό εισαγωγικό, αλλά ταυτόχρονα παρουσιάζει κάποιες προεκτάσεις από τις δυνατότητες του Excel σε προβλήματα τεχνικών εφαρμογών τα οποία μέχρι σήμερα λύνονταν μόνο με παραδοσιακό τρόπο. Άλλωστε, ο υπολογισμός του κέντρου βάρους και της ροπής αδράνειας σύνθετων διατομών ποτέ δεν έπαψε να έχει τη χρησιμότητά του για την τελική διαστασιολόγηση των τεχνικών έργων.

Το τρίτο κεφάλαιο (το τελευταίο του πρώτου μέρους) παρουσιάζει την επίλυση ισοστατικών φορέων με πλήρη παραμετροποίηση των γεωμετρικών και φορτιστικών στοιχείων. Ενδιαφέρον στην ενότητα αυτή παρουσιάζουν οι επιλύσεις των δικτυωτών φορέων, των τοξοτών φορέων και των σύνθετων ισοστατικών φορέων (δοκοί Gerber, τριαρθρωτά τόξα, ενισχυμένοι φορείς) γιατί καλύπτουν ένα σημαντικό μέρος από το υπολογιστικά επίπονο έργο του μηχανικού.

Το τέταρτο κεφάλαιο καταγίνεται με την επίλυση αλγεβρικών και υπερβατικών εξισώσεων. Ίσως με μια πρώτη ματιά χαρακτήριζε κανείς το περιεχόμενο αυτού του κεφαλαίου λίγο θεωρητικό και ξένο με το αντικείμενο του μηχανικού. Αν ανατρέξει όμως, στα προβλήματα των πρακτικών εφαρμογών στο τέλος του κεφαλαίου, όπου παρουσιάζονται επιλεγμένα και αντιπροσωπευτικά τεχνικά προβλήματα που αντιμετωπίζονται με την επίλυση κάποιων εξισώσεων, σίγουρα θα βρει το περιεχόμενο του κεφαλαίου χρήσιμο και αναγκαίο.

Το πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζει την επίλυση γραμμικών και μη γραμμικών συστημάτων πολλών εξισώσεων με πολλούς αγνώστους, ένα θέμα που για πολλά χρόνια ταλαιπώρησε πολλές γενιές μηχανικών και τους οδήγησε σε απλουστευτικές παραδοχές και χονδροειδείς προσεγγίσεις στο προσομοιωτικό μοντέλο που ήταν μακράν της πραγματικής συμπεριφοράς των κατασκευών.

Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο (το τελευταίο του δεύτερου μέρους) παρουσιάζεται συνοπτικά ο τρόπος της αριθμητικής παραγώγισης και της αριθμητικής ολοκλήρωσης συνεχών συναρτήσεων με το Excel και διάφορες εφαρμογές του *Λογισμού* σε σχεδιαστικά και υπολογιστικά θέματα των κατασκευών.

Πριν παραδώσω τον παρόντα τόμο στην κρίση των αναγνωστών θα ήθελα να καταθέσω μία τελευταία σκέψη.

Το γράψιμο ενός βιβλίου παρέχει στον εργάτη του μία σπάνια ευκαιρία για να εκφράσει δημόσια κάποιες ευχαριστίες σε ορισμένα πρόσωπα που θεωρεί ότι έκαναν κάτι γι’ αυτόν: από τον δάσκαλο των μαθηματικών του δημοτικού, που του έμαθε να σκέπτεται αυτό που πρόκειται να κάνει, μέχρι τον φιλόλογο του γυμνασίου που θα του έλεγε ότι μπορούσε να το γράψει καλύτερα αποφεύγοντας κάποια λάθη και μέχρι την οικογένειά του που του συνιστούσε να είναι αποφασιστικότερος, συντομότερος και συνοπτικότερος. Η αλήθεια πάντως είναι αυτή ακριβώς: κάνεις πάντα το αντίθετο από αυτό που σου λένε.

Πέρα από τις αυτονόητες ευχαριστίες μου στα παραπάνω πρόσωπα, πρέπει να ευχαριστήσω όλους, όσους με ενθάρρυναν σε αυτή την προσπάθεια: από τους διάφορους πελάτες του γραφείου μου που υπέστησαν την καθυστέρηση της μελέτης τους, μέχρι κάποιους φίλους και συναδέλφους που άκουγαν σε κάθε ευκαιρία με ευγένεια αλλά με καταφανή δυσφορία την εξέλιξη των *Υπολογιστικών Excel-ίξεων στο έργο του Μηχανικού*.

Ονομαστικά θα ήθελα να ευχαριστήσω την καλή συνάδελφο πολ. μηχανικό Δώρα Γιαταγάνα η οποία, πέρα από την ερευνητική και πειραματική διάθεση που επικρατούσε στο Γραφείο σχετικά με τα υπολογιστικά φύλλα του Excel, με έπεισε ότι όλο το υλικό έπρεπε να συγκεντρωθεί και να ταξινομηθεί κατάλληλα για να πάρει δημοσιεύσιμη μορφή. Την ευχαριστώ για την όλη βοήθειά της αν και στον τόμο αυτό τελικά δημοσιεύεται ενα μικρό μόνο μέρος από το υλικό εκείνο. Ευχαριστώ την πολ. μηχανικό ΄Εργων Υποδομής Βασιλική Παυλίδου, η οποία κατά την εξάμηνη άσκησή της στο Γραφείο μου ξεπέρασε τις αρχικές επιφυλλάξεις της, ασχολήθηκε με το Excel και επέλυσε αρκετούς δικτυωτούς φορείς με τη χρήση του Solver επαληθεύοντας τα αποτελέσματα που προέκυπταν με παραδοσιακές μεθόδους.

Τους πολ. μηχανικούς και καλούς φίλους Γιάννη Διαμαντή και Παναγιώτη Μιχαλόπουλο που στήριξαν από την πρώτη στιγμή την προσπάθειά μου αυτή, αλλά και για την πίεση που μου άσκησαν για να την ολοκληρώσω, ευχαριστώ θερμά.

Ευχαριστώ επίσης, τον κοσμήτορα της Πολυτεχνικής Σχολής του Α.Π.Θ. καθ. κ. Δημήτριο Τολίκα για το χρόνο που διέθεσε και τις χρήσιμες παρατηρήσεις που μου έκανε.

Τέλος, είμαι ιδιαίτερα ευτυχής, διότι κατά την τελευταία δεκαετία έχω το προνόμιο να συνεργάζομαι στενά με έναν ευφυή, δύσπιστο αλλά καλά καταρτισμένο πολ. μηχανικό, τον Γεώργιο Πιλιτσόπουλο. Πολλές διερευνήσεις προβλημάτων που περιέχονται στον παρόντα τόμο οφείλονται στην άρνησή του να δεχτεί εξαρχής τα εξαγόμενα αποτελέσματα αν δεν γινόταν προηγουμένως πολλαπλή διασταύρωση και με άλλες μεθόδους. Δεν θα ήταν υπερβολή να ισχυριστώ ότι κατά το ήμισυ η μεγάλη έκταση του βιβλίου οφείλεται στην επιμονή του να συμπεριλάβω σε αυτό πολλά παραδείγματα πρακτικών εφαρμογών ταυτίζοντας την άποψή του αυτή με την άποψη του Νεύτωνα που πίστευε ότι *«exempla non minus doceunt quam praecepta» («τα παραδείγματα δεν διδάσκουν λιγότερο από τη θεωρία»)*.

Κατά το άλλο ήμισυ βέβαια, η έκταση του βιβλίου οφείλεται στον γράφοντα, ο οποίος φαίνεται τελικά ότι παρά την πρόθεσή του δεν μπόρεσε να εφαρμόσει το «ξυράφι του Όκκαμ».

Μιχ. Κουϊμτζής

Περιεχόμενα

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

3. *Ισοστατικοί φορείς* (Ολόσωμοι και δικτυωτοί)

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

4. *Επίλυση Εξισώσεων* (Αλγεβρικών και Υπερβατικών)

5. *Επίλυση συστημάτων*

6. Αριθμητική Παραγώγιση και Ολοκλήρωση

Εισαγωγή

Quis custodiet ipsos custodes

1. Το «αμαρτωλό» παρελθόν και η εξέλιξη των κατασκευών

Η αιφνιδιαστική και απρόβλεπτη είσοδος των υπολογιστών στη ζωή του μηχανικού την τελευταία εικοσαετία θεωρείται ένα γεγονός πέρα από κάθε αμφιβολία. Στην αρχή, (μόλις πριν από 15-20 χρόνια), ο υπολογιστής αντιμετωπίστηκε από πολλούς με μεσαιωνική άρνηση, ενώ οι «χρήστες» θεωρήθηκαν ότι κατείχαν εξωγήινη φώτιση. Οι μηχανικοί χωρίστηκαν αμέσως σε δύο στρατόπεδα: από τη μια οι οπαδοί του ραπιδογράφου και του λογαριθμικού κανόνα και από την άλλη οι νεοφώτιστοι του «ποντικιού» και της οθόνης. Ακούστηκαν υπερβολικές απόψεις και από τις δύο πλευρές. Τα συμπεράσματα και οι γενικεύσεις εκατέρωθεν εξάγονταν με την ταχύτητα του φωτός. Στη λογική, όμως, *η άκαιρη εξαγωγή συμπεράσματος αποτελεί μορφή επαγωγικού σφάλματος, στη ζωή όταν δεν είναι μορφή μονομανίας γίνεται διεστραμμένη προκατάληψη.*

Διατυπώθηκαν (και καμιά φορά διατυπώνονται ακόμη) διάφορες δοξασίες, που έφταναν στα όρια της δεισιδαιμονίας. Προτάσεις όπως: *«μειώνεται το στατικό κριτήριο του μηχανικού», «μηδενίζεται η επαφή με τον υπολογιστικό έλεγχο», «ο μηχανικός μετατρέπεται σε ένα μανιακό πληκτρολόγο χωρίς στατική γνώση», «περιορίζεται η δημιουργική φαντασία της αρχιτεκτονικής σύνθεσης»* ακούγονταν συχνά (και συνήθως από τα –πολύ– επηρμένα γραφεία των Δημόσιων Υπηρεσιών). Η αλήθεια, όπως συνήθως, βρίσκεται κάπου στη μέση: ο καλός μηχανικός με τη χρήση του υπολογιστή γίνεται καλύτερος· ο κακός χειρότερος.

Πράγματι, –και κατά την άποψη του γράφοντα– πολλοί μελετητές μετατράπηκαν σε *μανιακούς πληκτρολόγους.* Θεοποίησαν τις δυνατότητες του υπολογιστή και στήριξαν σ' αυτόν τη θεωρητική τους ένδεια. Ασχολήθηκαν περισσότερο με τις δυνατότητες, τη χρήση και τη λειτουργία των προγραμμάτων και λιγότερο με τη βαθύτερη γνώση της συμπεριφοράς των υλικών και του στατικού συστήματος του έργου που μελετούσαν. Δυστυχώς, οι υπερβολές αυτές αποπροσανατόλισαν το μηχανικό από το ουσιαστικό του έργο και τον απομάκρυναν από την αναλυτική θεωρία που διέπει τη συμπεριφορά, τη σχεδίαση και τον υπολογισμό των κατασκευών που είναι και το ζητούμενο. Οι υπολογιστικοί έλεγχοι έχασαν το νόημά τους και εκφυλίστηκαν σε μια τυπική και μηχανική διαδικασία. Ο έλεγχος των στατικών μελετών (κυρίως από τις Δημόσιες Υπηρεσίες) έγινε «περισπούδαστα εποπτικός», έχασε κάθε έννοια ουσιαστικής παρέμβασης και περιορίστηκε μόνο στην επιθεώρηση συντελεστών που εξάγονταν με σκοτεινό και ακατανόητο τρόπο.

Πολλοί αναρωτήθηκαν: οδηγούμαστε άραγε, προς τη σωστή εξέλιξη; Πολλοί απάντησαν αστραπιαία και καταφατικά, αλλά εξακολούθησαν να ελέγχουν τους συντελεστές στο πέμπτο δεκαδικό ψηφίο! Άλλοι επικαλέστηκαν την εμπειρία τους και ζήτησαν επανασύνταξη της μελέτης! Άλλοι πάλι, θυμήθηκαν τον φυσικό και αστρονόμο Άρθουρ Στάνλεϋ ΄Εντινγκτον (Sir Arthur Stanley Eddington), ο οποίος το 1958 στο αριστουργηματικό βιβλίο του *Η φιλοσοφία της φυσικής επιστήμης* (The Philosophy of Physical Science), έθετε προφητικά το ερώτημα σχετικά με την επιστημονική εξέλιξη: «*Quis custodiet ipsos custodes*» *(«ποιος θα ελέγχει τους ελέγχοντες»).* Το ερώτημα αυτό πράγματι, συνεχίζει έντονα και οδυνηρά να προβάλλει και σήμερα με μια περίεργη επικαιρότητα στον τομέα του ελέγχου των μελετών.

Από την άλλη πλευρά, είναι αλήθεια, ο μηχανικός βρέθηκε ξαφνικά να έχει στη διάθεσή του ένα ισχυρό, γρήγορο και αξιόπιστο εργαλείο που έπρεπε με κάθε τρόπο να αξιοποιήσει, αν ήθελε να συμπλεύσει με τις εξελίξεις της εποχής του. Του δινόταν η ευκαιρία να απαλλαγεί από τους χρονοβόρους αυστηρούς μαθηματικούς υπολογισμούς – ιδιαίτερα σε μεγάλα και σοβαρά έργα – που κατά κανόνα γίνονταν σε βάρος πολλών άλλων παραγόντων που καθόριζαν τη γενική ποιότητά τους. (Είναι γνωστό, ότι ο κοπιώδης αναλυτικός υπολογισμός ενός έργου, παρά τις όποιες προσεγγιστικές μεθόδους του παρελθόντος, απορροφούσε από τον μελετητή το μεγαλύτερο μέρος του διαθέσιμου χρόνου του με αποτέλεσμα να παραμελούνται πολλές φορές άλλοι ουσιαστικοί έλεγχοι, όπως για παράδειγμα η έγκαιρη αποπεράτωση, η διάρκειά του στο χρόνο, η λειτουργικότητα, το χαμηλό κόστος κ.λπ. Επίσης, είναι γνωστό ότι ο «δια χειρός στατικός υπολογισμός», λόγω του όγκου του, απαγόρευε και απέκλειε στο μηχανικό να προβεί σε εναλλακτικές επιλύσεις του στατικού συστήματος προκειμένου να επιλέξει τελικά την καλύτερη δυνατή λύση και τον υποχρέωνε σε εμπειρικές επιλογές, σε χονδροειδείς προσεγγίσεις και σε μοντελοποίηση του έργου που βρισκόταν μακράν της πραγματικής συμπεριφοράς του).

΄Ετσι, σε ένα διάστημα είκοσι ετών περίπου, κατορθώσαμε να έχουμε στα χέρια μας πανίσχυρους και αφάνταστα γρήγορους προσωπικούς υπολογιστές, ικανούς να μας υπολογίσουν ταχύτατα τις πιο πολύπλοκες συνθήκες ισορροπίας για το βελτιωμένο πια μοντέλο μιας κατασκευής και προγράμματα έτοιμα να μας δώσουν απάντηση σε οποιοδήποτε ερώτημά μας. Παράλληλα, —και αυτό υπήρξε μια μεγάλη έκπληξη για τους μελετητές κτιριακών έργων —δόθηκε η ευκαιρία να χρησιμοποιήσουμε την τρίτη διάσταση στη σχεδίαση ενός έργου, να «μπούμε» στο εσωτερικό του, να το προβάλλουμε σε διάφορα επίπεδα, να το δούμε από διάφορες οπτικές γωνίες, να το προσαρμόσουμε στο περιβάλλον του και τόσα άλλα που είναι πια γνωστά σε όλους τους μηχανικούς.

Ο υπολογιστής τελικά, στη γενική του χρήση, βοήθησε τον μηχανικό σε αυτό ακριβώς το σημείο: έδωσε τη δυνατότητα να βελτιώσει το μοντέλο της προσομοίωσης, να ξεπεράσει τις υπολογιστικές δυσκολίες, τους χρονοβόρους και εξαντλητικούς ελέγχους και να στραφεί σε μια γενικότερη θεώρηση της κατασκευής. Έτσι, απομακρύνθηκε από την άποψη:

> *«σχεδιάζουμε, και κατασκευάζουμε μόνο εκείνο που μπορούμε να υπολογίσουμε»,*

μία άποψη του παρελθόντος και υιοθέτησε την άποψη:

> *«υπολογίζουμε και σχεδιάζουμε εκείνο ακριβώς που θέλουμε να κατασκευάσουμε»,*

που είναι η άποψη του παρόντος.

Ο υπολογιστής με άλλα λόγια, έδωσε ***χρόνο και άποψη στο μηχανικό*** και τον βοήθησε να δει σφαιρικότερα τη σχεδιαζόμενη κατασκευή. Και αυτό δεν μπορεί να το αμφισβητήσει κανείς πια!

2. Η «ακατανόητη» χρήση των Υπολογιστικών Φύλλων

Στην περίπτωση ενός μελετητή Μηχανικού, η χρήση του προσωπικού υπολογιστή είναι πια αυτονόητη, τουλάχιστον εδώ και αρκετά χρόνια. Η αντιμετώπιση πολλών προβλημάτων της αρμοδιότητάς του με τη χρήση του προσωπικού υπολογιστή άλλαξε (για την ακρίβεια «ανέτρεψε») τον παραδοσιακό τρόπο αντιμετώπισης των διάφορων προβλημάτων και τροποποίησε τον αρχικό τρόπο της σκέψης του. Αναθεώρησε και βελτίωσε τα μοντέλα προσομοίωσης των κτιριακών έργων, κατάργησε τις απλουστευτικές και προσεγγιστικές θεωρίες υπολογισμού δομικών φορέων και για πρώτη φορά στην ιστορία των κατασκευών, ξεπέρασε υπολογιστικά προβλήματα που είχαν θεωρηθεί στο παρελθόν ανυπέρβλητα.

Αυτό έγινε κυρίως με τα προγράμματα *Στατικών Μελετών* και *Αρχιτεκτονικής Σχεδίασης* κτιριακών και άλλων έργων, που είναι πια καθημερινής χρήσης και εφαρμογής σε κάθε τεχνικό γραφείο και αποτελούν το βασικό πια εξοπλισμό του. Αυτή η μεγάλη «ανατροπή» στον τρόπο της σκέψης του Μηχανικού, των παραδοχών προσομοίωσης και των μεθόδων αντιμετώπισης των καθημερινών προβλημάτων της αρμοδιότητάς του έγινε και με τα λεγόμενα ολοκληρωμένα πακέτα *Υπολογιστικών Φύλλων (spreadsheets)*. Τα πακέτα αυτά εξασφαλίζουν την πλατφόρμα πάνω στην οποία μπορούν να στηριχτούν ολόκληρα σύνολα υπολογιστικών μεθόδων και με τη διαχείριση διάφορων μεταβλητών και παραμέτρων να καταστήσουν δυνατή την επίλυση κάθε τεχνικού προβλήματος. Με τον κατάλληλο χειρισμό των πακέτων αυτών είναι δυνατό να αντιμετωπιστούν όλα τα καθημερινά – διαχειριστικά ή υπολογιστικά – προβλήματα ενός Γραφείου Μελετών Τεχνικών Έργων (χωρίς η άποψη αυτή να φαίνεται υπερβολική).

Προβλήματα διαχείρισης δεδομένων, οργάνωσης και προγραμματισμού των έργων, προβλήματα υπολογισμού της εντατικής κατάστασης μεταλλικών στοιχείων ή στοιχείων από οπλισμένο σκυρόδεμα, προβλήματα στατικής επάρκειας διάφορων δομικών στοιχείων ή ολόκληρων κατασκευών, προβλήματα ταξινόμησης κάθε αρχειακού υλικού, χρονικο-οικονομικής διαχείρισης και στατιστικής εκτίμησης διάφορων επενδύσεων είναι λίγες από τις δυνατότητες των πακέτων αυτών. Δεν υπάρχει, ίσως, χώρος επαγγελματικής εφαρμογής που να μην αντιμετωπίζεται με τα πακέτα των υπολογιστικών φύλλων διαχείρισης δεδομένων.

Ίσως, στη χώρα μας δεν αξιολογήθηκαν επαρκώς ακόμα όλες οι ωφέλειες και η σπουδαία χρησιμότητα των πακέτων αυτών στον ευρύτερο χώρο των Μηχανικών, των Φυσικών, των Μαθηματικών και των άλλων ειδικοτήτων. Αυτό φαίνεται και από τη λιγοστή βιβλιογραφία που υπάρχει μέχρι σήμερα. Είναι, όμως, παρήγορο που έστω και καθυστερημένα η γνώση των υπολογιστικών φύλλων εργασίας (και συγκεκριμένα του Excel) άρχισε πρόσφατα να διδάσκεται ως υποχρεωτικό μάθημα στα διάφορα τμήματα των Πολυτεχνείων, στις Σχολές Θετικών Επιστημών (πρώην Φυσικομαθηματικές Σχολές) και στα διάφορα τμήματα των ΤΕΙ. (Στα πανεπιστήμια της Αμερικής και της Ευρώπης η διδασκαλία των υπολογιστικών φύλλων σε Πολυτεχνικές Σχολές και σε Σχολές Θετικών Επιστημών, άρχισε πολύ νωρίτερα).

Στην πραγματικότητα, μπορεί να φαίνεται λίγο ακατανόητη ίσως και ανοίκεια η ιδέα της δυνατότητας που έχει ένα υπολογιστικό φύλλο να αντιμετωπίζει τεχνικές εφαρμογές με σύνθετες μαθηματικές πράξεις ή στατιστικές αναλύσεις ή ακόμη καθημερινά προβλήματα στατικού σχεδιασμού και ελέγχου στατικής επάρκειας δομικών στοιχείων. Περίεργο φαίνεται ακόμη ότι μπορεί ένα τέτοιο υπολογιστικό φύλλο με την κατάλληλη διαμόρφωση να δώσει λύση σε σύνθετα και πολυμεταβλητά τεχνικά προβλήματα και να αναζητήσει την ευαισθησία της λύσης τους.

Η μεγάλη αξία των προγραμμάτων αυτών οφείλεται σε αυτήν ακριβώς τη δυνατότητά τους: να υπολογίζουν τα αποτελέσματα κάτω από εναλλακτικές υποθέσεις για τις τιμές των βασικών παραμέτρων ενός προβλήματος με τη λογική **τι θα συμβεί-αν** (what-if analysis). Και όσο περισσότερο παραμετροποιημένο είναι ένα πρόβλημα που εισάγεται στο υπολογιστικό φύλλο, τόσο περισσότερο διαφαίνεται και η χρησιμότητα του φύλλου, γιατί ο μηχανικός μπορεί να διαπιστώσει πόσο ευαίσθητα είναι τα αποτελέσματα στις μεταβολές των παραμέτρων (sensitivity analysis), ώστε να λάβει με βεβαιότητα τις αποφάσεις του.

Το Excel της Microsoft έχει πλέον επικρατήσει στο χώρο των προσωπικών υπολογιστών (όπως άλλωστε και τα άλλα προγράμματα της Microsoft) και υπολογίζεται ότι καταλαμβάνει ποσοστό μεγαλύτερο του 85% της διεθνούς αγοράς. Παρόλο που οι λειτουργίες και οι δυνατότητές του είναι παρόμοιες με εκείνες των άλλων δύο ανταγωνιστικών προγραμμάτων (του Lotus 1-2-3 και του Quattro-Pro για Windows) θα παρουσιάσουμε τις «*Υπολογιστικές εξελίξεις στο έργο του μηχανικού*» με το Excel.

Στόχος του βιβλίου **δεν είναι η εκμάθηση του Excel, αλλά η εφαρμογή του σε υπολογιστικά θέματα της αρμοδιότητας του Μηχανικού, του Φυσικού και του Μαθηματικού**. Υποθέτουμε ότι ο αναγνώστης γνωρίζει τις βασικές λειτουργίες του προγράμματος και είναι έτοιμος, με τις ανάλογες υποδείξεις που αναφέρονται στα κεφάλαια που ακολουθούν, να κάνει άμεση εφαρμογή των φύλλων εργασίας που προτείνονται.

Τέλος, οφείλουμε μία απάντηση στο αυτονόητο ερώτημα του αναγνώστη:

«γιατί πρέπει να χρησιμοποιήσει ο μηχανικός, ο φυσικός, ο μαθηματικός κ.λπ το Excel, όταν κυκλοφορούν στην ελληνική και διεθνή αγορά ειδικά προγράμματα που δίνουν ικανοποιητικές λύσεις σε όλα σχεδόν τα τεχνικά, φυσικά ή μαθηματικά προβλήματα;».

Η απάντηση έχει δύο σκέλη:

1ον. Το Excel μπορεί και πρέπει να χρησιμοποιηθεί από κάθε επιστήμονα, γιατί ακριβώς δεν είναι ένα κλειστό πρόγραμμα όπως, για παράδειγμα, το Mathematica ή το Matlab, που παρέχουν απευθείας, αλλά με ανεξήγητο και αδιαφανή τρόπο, τη ζητούμενη απάντηση. Αντίθετα είναι μια βάση, μια πλατφόρμα, με ανοικτή αρχιτεκτονική, πάνω στην οποία καταστρώνει κανείς το δικό του τρόπο αναζήτησης μιας λύσης, με διαδικασία που ο ίδιος επιλέγει, χρησιμοποιώντας μεθοδολογία της δικής του προτίμησης και χρησιμοποιώντας σχέσεις ή συναρτήσεις απόλυτα κατανοητές.

2ον. Το Excel έχει σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο, ώστε επιτρέπει σε κάθε επιστήμονα, αλλά ιδιαίτερα στο Μηχανικό:

- ❑ **να διαμορφώσει, να καταστρώσει, να επιλύσει και να παρουσιάσει ένα πρόβλημα**, με απόλυτη ελευθερία, με την επιθυμητή λεπτομέρεια και με κατανοητή υπολογιστική διαδικασία, όσο σύνθετο κι αν είναι αυτό.
- ❑ **να επιλέξει ο ίδιος την παραμετροποίηση** που θεωρεί ότι είναι αναγκαία για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα, και τέλος
- ❑ **να παρουσιάσει τη διαδικασία επίλυσης και τα αποτελέσματα** όλου του προβλήματος με όση λεπτομέρεια επιθυμεί και με τρόπο που είναι απόλυτα εποπτικός και κατανοητός.

Η άμεση ωφέλεια που προκύπτει από τη διαμόρφωση του φύλλου εργασίας που σχεδιάζεται για την επίλυση ενός τεχνικού προβλήματος είναι ότι με το Excel ο μελετητής **υποχρεώνεται να ερμηνεύσει** όλες τις λεπτομερείς πτυχές του προβλήματος, **να αντιμετωπίσει** όλες τις δυσκολίες της επίλυσης και ως εκτούτου **να κατανοήσει** σε βάθος τις κρυφές πλευρές όλων των παραμέτρων του προβλήματος. Για παράδειγμα, η αναζήτηση των αντιδράσεων και των αξονικών δυνάμεων των ράβδων ενός δικτυωτού φορέα για μια τυχούσα εξωτερική φόρτιση διαφορετικά αντιμετωπίζεται από τα σχετικά προγράμματα του εμπορίου και διαφορετικά στις σελίδες αυτού του πονήματος (*ΚΕΦ. 3*). Επίσης, η αναζήτηση των ριζών (πραγματικών ή μιγαδικών) μιας τριτοβάθμιας εξίσωσης (κάτι που το συναντάει κανείς συχνά στη δουλειά του) γίνεται με πολύ «σκοτεινό» τρόπο σε άλλα προγράμματα (στο Mathematica π.χ.) και με διαφορετικό τρόπο στο Excel (*ΚΕΦ. 4*).

3. Το «μικρό οδοιπορικό» των υπολογιστικών φύλλων

Το πρώτο ηλεκτρονικό υπολογιστικό φύλλο του κόσμου, το **VisiCalc**, επινοήθηκε από τους Robert Frankston και Dan Briclin το 1978, σε μία εποχή, όταν ακόμη οι προσωπικοί υπολογιστές ήταν άγνωστοι στο περιβάλλον γραφείου. Το VisiCalc γράφτηκε για τον υπολογιστή Apple II και όταν εμφανίστηκε, στην κυριολεξία «τάραξε» τον παραδοσιακό τρόπο αντιμετώπισης διάφορων προβλημάτων. Για πρώτη φορά, μηχανικοί, φυσικοί, μαθηματικοί, στελέχη επιχειρήσεων, μπορούσαν να συνθέσουν το επαγγελματικό τους μοντέλο και να αναλύσουν οποιονδήποτε αριθμό σεναρίων γρήγορα, με ακρίβεια και χωρίς κόστος. Το VisiCalc έθεσε ουσιαστικά τα θεμέλια για τα μελλοντικά υπολογιστικά φύλλα, αφού η σύνταξη των τύπων και η διάρθρωσή του με γραμμές και στήλες συναντώνται μέχρι σήμερα στα πιο σύγχρονα προϊόντα υπολογιστικών φύλλων. Αμέσως η δημοτικότητα και οι δυνατότητες των λογιστικών φύλλων αυξήθηκαν κατακόρυφα. Το VisiCalc διαδόθηκε γρήγορα και πολλές εταιρείες που έβλεπαν στο μέλλον, αγόρασαν τα Apple II με μοναδικό σκοπό την ανάπτυξη των προϋπολογισμών τους με το VisiCalc. Δεν είναι λίγοι, άλλωστε, εκείνοι που ισχυρίζονται μέχρι σήμερα, ότι η εντυπωσιακή κυκλοφορία των υπολογιστών Apple II στις αρχές της δεκαετίας του 1980, οφείλεται και στις πρωτόγνωρες δυνατότητες του VisiCalc.

Όταν το 1981 εμφανίστηκε στο προσκήνιο ο νέος υπολογιστής IBM PC, το VisiCalc προσαρμόστηκε γρήγορα στο νέο υπολογιστικό περιβάλλον και κάλυψε τις νέες υπολογιστικές ανάγκες που προέκυψαν στην αγορά των υπολογιστών. Παράλληλα, η εταιρεία Sorcim δημιούργησε μία νέα έκδοση που την ονόμασε **SuperCalc** για PC, ένα πακέτο υπολογιστικών φύλλων βασισμένο στις αρχικές ιδέες του VisiCalc. Με τα σημερινά δεδομένα τόσο το VisiCalc, όσο και το SuperCalc ήταν προγράμματα εξαιρετικά «ακατέργαστα», παρ' όλα αυτά όμως, διέγραψαν μία εντυπωσιακή πορεία με τεράστια, για την εποχή, εμπορική επιτυχία.

Η επιτυχία του VisiCalc ενέπνευσε μια μικρή ομάδα φανατικών φίλων των υπολογιστών μιας νέας εταιρείας στο Cambridge της Μασσαχουσέτης, που βελτίωσαν σημαντικά τα υπολογιστικά φύλλα και δημιούργησαν ένα νέο πρόγραμμα το **Lotus 1-2-3**. Επικεφαλής της ομάδας αυτής ήταν ο Mitch Kapor και ο Jonathan Sachs. Το Lotus 1-2-3 όχι μόνο βελτίωσε όλες τις βασικές έννοιες που είχαν ενσωματωθεί στο VisiCalc και το SuperCalc, αλλά ήταν και το πρώτο πρόγραμμα που επωφελήθηκε από τα νέα, και προχωρημένα για την εποχή τους, χαρακτηριστικά που είχε το ισχυρό IBM PC AT 16-bit. Για παράδειγμα, το on-line σύστημα βοήθειας που εισήγαγε ήταν ένα εντυπωσιακό βήμα και το εφευρετικό είδος μενού με κινούμενη μπάρα έθεσε ένα στάνταρτ που χρησιμοποιήθηκε για πολλά χρόνια αργότερα. Η ενσωμάτωση άλλωστε, των μακροεντολών στο βασικό κορμό του λογιστικού πακέτου, έδινε μία μοναδική δυνατότητα στους χρήστες να καταγράφουν τις πληκτρολογήσεις τους με τρόπο που να αυτοματοποιούν πολλές διαδικασίες.

Έτσι, ενώ το Lotus 1-2-3 δεν ήταν το πρώτο ολοκληρωμένο πακέτο, ήταν το πρώτο επιτυχημένο πακέτο στο είδος του. Κατόρθωσε να συνδυάσει ένα ισχυρό ηλεκτρονικό υπολογιστικό φύλλο με καλά γραφικά και ορισμένα εύχρηστα χαρακτηριστικά βάσεων δεδομένων.

Η Lotus συνέχισε την αρχική *Έκδοση 1* του 1-2-3 με τη βελτιωμένη *Έκδοση 1Α*, τον Απρίλιο του 1983. Τον Σεπτέμβριο του 1985, ακολούθησε η *Έκδοση 2*, που ήταν πληρέστερη από τις προηγούμενες. Η Έκδοση αυτή εισήγαγε τις λεγόμενες *προσθήκες,* που ήταν κάποια προγράμματα ειδικού σκοπού τα οποία θα μπορούσαν να επισυναφθούν και να δώσουν σε μία εφαρμογή νέα χαρακτηριστικά, ώστε η εφαρμογή αυτή να αποκτήσει επαγγελματική μορφή και ευρύτερη χρησιμότητα. Επίσης, η *Έκδοση 2*, βελτίωσε τη διαχείριση της μνήμης, τετραπλασίασε τις γραμμές και τις στήλες του φύλλου εργασίας από την προηγούμενη Έκδοση και πρόσθεσε υποστήριξη μαθηματικού συνεπεξεργαστή.

Η *Έκδοση 3* εμφανίστηκε σχετικά αργά (καλοκαίρι του 1989), αλλά είχε όλα τα χαρακτηριστικά που οραματιζόταν σχεδόν κάθε χρήστης: υπολογιστικά φύλλα πολλαπλών επιπέδων, δυνατότητα εργασίας με πολλαπλά αρχεία εργασίας ταυτόχρονα, σύνδεση αρχείων, βελτιωμένα γραφικά και άμεση πρόσβαση σε εξωτερικά αρχεία βάσεων δεδομένων. Έτσι, η *Έκδοση 3* χρειαζόταν έναν υπολογιστή ιδιαίτερα υψηλών απαιτήσεων (υπολογιστή βασισμένο σε επεξεργαστή 80286 με ελάχιστη μνήμη RAM 1MB) και αναγκαστικά απευθυνόταν, στην αρχή τουλάχιστον, σε μία αγορά με μειωμένο αγοραστικό κοινό. Για να ισορροπήσει τη ζημία η Lotus, αναβάθμισε την *Έκδοση 2* και εμφάνισε την *Έκδοση 2.2*, που ήταν μία Έκδοση με πολλά από τα παραπάνω χαρακτηριστικά αλλά απευθυνόταν σε χρήστες που θα είχαν υπολογιστές με μικρότερες επιδόσεις. Το σημαντικότερο χαρακτηριστικό της *Έκδοσης 2.2* ήταν το *Always*, μία προσθήκη που έδινε στους χρήστες τη δυνατότητα να δημιουργούν ελκυστικές αναφορές συμπληρωμένες με πολλές γραμματοσειρές, περιγράμματα και σκιάσεις. Επιπλέον, οι χρήστες θα μπορούσαν να δουν τα αποτελέσματα στην οθόνη με έναν τρόπο WYSIWYG [What You See Is What You Get–Ό,τι βλέπετε (στην οθόνη), αυτό θα πάρετε (στην εκτύπωση)].

Το Μάιο του 1990, η Microsoft παρουσίασε τα Windows 3.0. Όπως πολλοί θα γνωρίζουν τα Windows άλλαξαν τον τρόπο χρήσης των προσωπικών υπολογιστών (κάτι που η Apple είχε ήδη κατορθώσει πολύ νωρίτερα με τεράστια επιτυχία εισάγοντας στην αγορά των υπολογιστών τους μαγευτικούς και εξαιρετικά αξιόπιστους Macintosh). Η Lotus δεν κατανόησε έγκαιρα ότι τα Windows ήταν ένα σημαντικό προϊόν και άργησε πολύ να δημιουργήσει το πρώτο υπολογιστικό της φύλλο για να υποστηρίξει τα Windows. Το Lotus 1-2-3 για Windows εμφανίστηκε μόλις στα τέλη του 1991 και ήταν μία Έκδοση πολύ πρόχειρη που δεν έδωσε μεγάλη βαρύτητα στις νέες δυνατότητες των Windows και απογοήτευσε πολλούς χρήστες. Κατά συνέπεια, το Excel που είχε εμφανιστεί ήδη ως το πρώτο υπολογιστικό φύλλο στο περιβάλλον των Windows έγινε ο ηγέτης του είδους και το κορυφαίο πακέτο που κατέκτησε την αγορά, μία θέση που κατέχει αναμφισβήτητα μέχρι σήμερα. Αν και τον Ιούνιο του 1993 η Lotus επανήλθε με τη νέα βελτιωμένη *Έκδοση 4* για Windows και το 1994 με την *Έκδοση 5* με περισσότερες βελτιώσεις, δεν μπόρεσε να βρει το δρόμο της και να διατηρήσει τους χρήστες που την είχαν τόσο αγαπήσει. Με τα χρόνια το ενδιαφέρον της Lotus για τα υπολογιστικά φύλλα μειώθηκε και η προσπάθειά της επικεντρώθηκε σε άλλα πακέτα (Notes). Στα μέσα του 1995, η IBM αγόρασε την εταιρεία Lotus Development Corporation και προχώρησε στην κυκλοφορία δύο νέων εκδόσεων του Lotus 1-2-3, αλλά ήταν ήδη πολύ αργά. Το Excel είχε κατακτήσει ήδη την αμερικανική και ευρωπαϊκή αγορά και το Lotus 1-2-3 συνέχισε να χάνει έδαφος.

Εντωμεταξύ εμφανίστηκαν στην αγορά των προγραμμάτων και άλλα πακέτα υπολογιστικών φύλλων με σημαντικότερη παρουσία το **Quattro Pro**. Το 1994, η εταιρεία Novel αγόρασε την WordPerfect International και την Borland. Το 1996, το WordPerfect και το Quattro Pro αγοράστηκαν και τα δύο από την Corel Corporation, η οποία έκανε αλεπάλληλες εκδόσεις με διάφορες επεκτάσεις, προσθήκες και βελτιώσεις, που κατέστησαν το Quattro Pro αρκετά προσφιλές και αγαπητό στους χρήστες. Για μικρό χρονικό διάστημα το Quattro Pro έμοιαζε να είναι η μόνη λύση για τους προγραμματιστές. Ιδιαίτερα όταν εμφανίστηκαν οι *Εκδόσεις 5* και *6* με τις αναβαθμισμένες επιδόσεις του Quattro Pro και ιδιαίτερα όταν εμφανίστηκε η *Έκδοση 9*, η οποία διέθετε στον χρήστη τη δυνατότητα υποστήριξης 1 εκατομμυρίου γραμμών και 18 278 στηλών φάνηκε στην κυριολεξία να κυριαρχεί στο προσκήνιο. Για λίγο όμως, γιατί εμφανίστηκε τότε το Excel, με την *Έκδοση 5*, που ανέτρεψε εντελώς το σκηνικό, υποσκέλισε όλα τα πακέτα υπολογιστικών φύλλων που υπήρχαν και στην κυριολεξία κυριάρχησε στην παγκόσμια αγορά.

Αυτά τα προϊόντα αποτέλεσαν σταθμό στην εξέλιξη των προγραμμάτων υπολογιστικών φύλλων και η συμβολή τους με την καθολική εφαρμογή τους σε όλους τους χώρους της επιστήμης υπήρξε τόσο σημαντική που δεν έχει εκτιμηθεί ίσως ακόμη στο βαθμό που τους αρμόζει.

Ωστόσο, οι χρήστες ήθελαν περισσότερες δυνατότητες στα λογιστικά φύλλα για να κατασκευάζουν μεγαλύτερα μοντέλα και να δημιουργούν διάφορες ιεραρχικές σχέσεις. Διαπιστώθηκε εξάλλου, ότι αν και οι μακροεντολές ήταν το πιο δυναμικό χαρακτηριστικό των προγραμμάτων λογιστικών φύλλων, εντούτοις ήταν ακόμη δύσκολες στη χρήση τους και μέχρι το 1985 υπήρχαν προγράμματα που δεν τις περιελάμβαναν καθόλου.

Το 1985, η Microsoft κυκλοφόρησε για πρώτη φορά, το **Excel για τον Macintosh,** το πρώτο πρόγραμμα λογιστικών φύλλων που ήταν ειδικά σχεδιασμένο για τις ανάγκες κάθε χρήστη. Όπως όλες οι εφαρμογγές των Macs, το Excel ήταν ένα πρόγραμμα βασισμένο σε γραφικά (σε αντίθεση με ό,τι επικρατούσε μέχρι τότε που ήταν βασισμένο σε χαρακτήρες MultiPlan). Το Νοέμβριο του 1987, η Microsoft διένειμε την πρώτη έκδοση του Excel για Windows με την ετικέτα Excel 2.0, (για να αντιστοιχεί με την έκδοση για

Macintosh). Μολονότι, οι εκδόσεις αυτές ήταν πολύ «αρχέγονες» συγκριτικά με τα σημερινά στάνταρτς και δεν είχαν την ελκυστική εμφάνιση των επόμενων εκδόσεων, προσέλκυσαν μια μικρή αλλά φανατική ομάδα υποστηρικτών που εξασφάλισαν θαυμάσια θεμέλια για τη μελλοντική ανάπτυξή τους. Η γλώσσα μακροεντολών (XLM) σχηματίστηκε αρχικά από συναρτήσεις που υπολογίζονταν στη σειρά. Ήταν αρκετά ισχυρή, αλλά αρκετά δύσκολη στην εκμάθησή της και ακόμη πιο δύσκολη στη χρήση της.

Έξι μήνες μόλις μετά την εμφάνιση των Windows 3 (Μάιος 1990), τον Δεκέμβριο του 1990, η Microsoft διένειμε το Excel 3 για Windows, που ήταν μία σημαντική βελτίωση και στην εμφάνιση και στα χαρακτηριστικά. (Η αντίστοιχη έκδοση για τον Macintosh της Apple είχε ήδη εμφανιστεί λίγο νωρίτερα). Η νέα αναβάθμιση συμπεριελάμβανε μία γραμμή εργαλείων, δυνατότητες σχεδίασης, ένα ισχυρό χαρακτηριστικό βελτιστοποίησης (τον Solver), υποστήριξη προσθηκών, υποστήριξη για Σύνδεση και Συγχώνευση αντικειμένων (OLE), γραφήματα 3D, κουμπιά μακροεντολών, απλοποιημένη ενοποίηση αρχείων, επεξεργασία ομάδων εργασίας, αναδίπλωση κειμένου σε ένα κελί και πολλά πολλά ακόμη, που κατέπληξαν τους χρήστες. Η έκδοση αυτή του Excel, ήταν πραγματικά ένα μικρό «έργο τέχνης» και γοήτευσε τους πάντες.

Από τότε πραγματοποιήθηκαν αλλεπάλληλες εκδόσεις, τόσο για το περιβάλλον του Macintosh, όσο και για το περιβάλλον των Windows, που κάλυπταν ολοένα και περισσότερες ανάγκες των πιο απαιτητικών χρηστών. Οι τελευταίες εκδόσεις του Excel για Macintosh και οι αντίστοιχες για τα Windows XP, περιέχουν τόσες δυνατότητες που πριν λίγα χρόνια θα τις θεωρούσαμε αδιανόητες.

Σήμερα, το Excel, θεωρείται το πιο γνωστό και διαδεδομένο πακέτο υπολογιστικών φύλλων και υπάρχει στον υπολογιστή σχεδόν κάθε επιστήμονα οποιασδήποτε κατεύθυνσης και κάθε επαγγελματία οποιασδήποτε ειδικότητας.

4. Τα «δυνατά» χαρακτηριστικά του Excel

Το Excel, όπως είναι γνωστό, είναι ένα ολοκληρωμένο πακέτο διαχείρισης δεδομένων που περιλαμβάνει τρία περιβάλλοντα εργασίας:

- **Λογιστικά φύλλα** (που μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για σχεδιασμό βάσεων δεδομένων)
- **Γραφικά** και
- **Μακροεντολές.**

Το Excel, παρόλο που έχει εξαιρετικές δυνατότητες στον τομέα των γραφικών και των μακροεντολών, είναι κυρίως πρόγραμμα λογιστικού φύλλου. Το φύλλο εργασίας που πρωτοεμφανίζεται όταν ανοίγει το Excel, είναι ένα ηλεκτρονικό υποκατάστατο παραδοσιακών εργαλείων υπολογισμού και σχεδίασης. Ιδιαίτερα στις τελευταίες εκδόσεις του Excel οι δυνατότητες που παρέχονται στο χρήστη με τα διάφορα εργαλεία που εμφανίζονται είναι απόλυτα ικανοποιητικές. Ακόμη, το φύλλο εργασίας του Excel μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως διαχειριστής βάσεων δεδομένων και επειδή αποθηκεύει τις αναφορές, τις αναλύσεις και τις ταξινομήσεις στη μνήμη του υπολογιστή, δίνει τη δυνατότητα για μια ανάλυση ευαισθησίας, δηλαδή με απλή χρήση να τροποποιεί τις υποθέσεις και να παρουσιάζει τις διάφορες επιδράσεις στα τελικά αποτελέσματα. Κάθε φύλλο εργασίας του Excel έχει 256 στήλες και 65.536 γραμμές, δηλαδή 16.777.216 κελιά, που είναι ένας αριθμός αρκετά ικανοποιητικός για κάθε εφαρμογή (οι εκδόσεις πριν το Excel 97 είχαν συνολικά μόνο 16.384 γραμμές, δηλαδή 4.194.304=16.777.216/4 κελιά). Εάν αρχίσουμε να εισάγουμε ένα ψηφίο σε κάθε κελί, με ταχύτητα ένα κελί ανά δευτερόλεπτο, για να γεμίσουμε ένα φύλλο εργασίας, θα χρειαστούμε περίπου 194 ημέρες με 24ωρη εργασία χωρίς διακοπή! Η συμπλήρωση, βέβαια, ενός ολόκληρου φύλλου εργασίας με διάφορες τιμές δεν συνιστάται σε καμιά περίπτωση, γιατί ένα τέτοιο αρχείο θα ήταν τεράστιο και η επεξεργασία του εξαιρετικά αργή. Θυμίζουμε ότι κάθε κελί έχει τη δυνατότητα να περιλάβει 1024 χαρακτήρες σε αριθμούς ή γράμματα.

Εκτός από αυτό το ισχυρό λογιστικό φύλλο, το Excel διαθέτει και πολύ καλά γραφικά. Οι διαταγές προσαρμογής διαγραμμάτων επιτρέπουν τη δημιουργία εκατοντάδων παραλλαγών διαγραμμάτων σε δύο ή τρεις διαστάσεις. Τα διαγράμματα αυτά είναι δυνατό να εμφανιστούν ή να τυπωθούν σαν ξεχωριστά έγγραφα ή να ενσωματωθούν στα δεδομένα φύλλων εργασίας για τη δημιουργία εγγράφων πολύ κατάλληλων για επαγγελματικές παραστάσεις.

Τέλος, το Excel επιτρέπει τη δημιουργία μακροεντολών με τη γλώσσα VBA που αυτοματοποιούν τις επαναλαμβανόμενες εργασίες ή που διαμορφώνουν εξελιγμένα προγράμματα εφαρμογών στο αρχικό φύλλο εργασίας. Ίσως το πιο συναρπαστικό χαρακτηριστικό των μακροεντολών είναι το ότι επιτρέπουν στο χρήστη να δημιουργεί τις δικές του συναρτήσεις που μπορεί να τις προσθέτει στις ενσωματωμένες συναρτήσεις του Excel, όπως επίσης και τα δικά του μενού στα ειδικά πλαίσια διαλόγου.

Παρακάτω, αναφέρουμε επιγραμματικά τις σπουδαιότερες δυνατότητες του Excel που περιέχονται στις τελευταίες εκδόσεις του και που είναι πολύ σημαντικές για την αντιμετώπιση τεχνικών και άλλων προβλημάτων. Δεν προχωρούμε φυσικά σε αναλυτική περιγραφή τους, ούτε και σε λεπτομερή ανάλυση των δυνατοτήτων τους, αφού στο εμπόριο κυκλοφορούν πλήρη και λεπτομερή εγχειρίδια για τη χρήση του Excel.

Βιβλία εργασίας. Στις τελευταίες εκδόσεις του Excel ο χώρος εργασίας έχει αντικατασταθεί από ένα πιο ευέλικτο σχήμα σύνδεσης εγγράφων, το βιβλίο εργασίας (workbook). Τα έγγραφα που ανήκουν σ' ένα βιβλίο εργασίας μπορεί είτε να είναι δεμένα (bound) στο βιβλίο εργασίας, είτε να είναι άδετα (unbound) (να συνδέονται μ' αυτό αλλά να αποθηκεύονται σαν ξεχωριστά αρχεία). Το Excel δημιουργεί αυτόματα έναν πίνακα περιεχομένων για κάθε βιβλίο εργασίας και επιτρέπει την επιλογή κάθε φύλλου πολύ απλά (με το πάτημα του ποντικιού).

Επώνυμες απόψεις λογιστικών φύλλων. Το πρόγραμμα View Manager επιτρέπει την απόδοση ονόματος σε διάφορους συνδυασμούς ρυθμίσεων, παραθύρων και εκτυπώσεων για εύκολη επαναχρησιμοποίηση.

Επώνυμα σενάρια. Το πρόσθετο πρόγραμμα Scenario Manager (Διαχειριστής Σεναρίων) επιτρέπει τον καθορισμό ενός αριθμού κελιών εισόδου για κάποιο μοντέλο και στη συνέχεια την απόδοση κάποιου ονόματος σε διάφορους συνδυασμούς των τιμών αυτών των εισόδων. Μπορεί κανείς να διατρέξει όλα τα επώνυμα σενάρια για να ελέγξει τις επιδράσεις τους σε συγκεκριμένα κελιά εξόδου ή μπορεί να δημιουργήσει ένα νέο πίνακα στο φύλλο εργασίας στο οποίο συνοψίζονται οι επιδράσεις που έχει το κάθε σενάριο στα τελικά αποτελέσματα.

Analysis ToolPac. Το πρόγραμμα Analysis ToolPac (Πακέτο Εργαλείων Ανάλυσης) προσφέρει στο χρήστη μια συλλογή από εξελιγμένες τεχνικές, στατιστικές και οικονομικές συναρτήσεις που η εφαρμογή τους επιτρέπει την προχωρημένη ανάλυση οικονομικών μαθηματικών, στατιστικής και θεωρίας πιθανοτήτων. Στο πρόγραμμα αυτό περιλαμβάνονται επίσης διαταγές για τη δημιουργία συχνογραμμάτων και την εκτέλεση αναλύσεων κατανομής, τη δημιουργία ομοιόμορφα ή ανομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών, την παραγωγή περιγραφικών στατιστικών μετρήσεων, την εκτέλεση αναλύσεων διασποράς και άλλων στατιστικών δοκιμών, τη δημιουργία κινητού μέσου όρου και εκθετικής εξομάλυνσης κ.ά.

Solver. Ο Solver (επιλυτής εξισώσεων) είναι ίσως το πιο ισχυρό εργαλείο του Excel ιδιαίτερα με τις βελτιώσεις που έχει υποστεί στις τελευταίες εκδόσεις. Είναι ένα εργαλείο που χρησιμοποιείται για τις αναλύσεις What-if (τι θα συμβεί-αν). Μπορεί να επιλύει πολύπλοκες σχέσεις μεταξύ μεταβλητών, ακόμη και όταν δεν υπάρχουν οι εξισώσεις, αλλά απαιτείται η χρήση πινάκων αναζήτησης. Τέλος, όπως θα δούμε αναλυτικότερα και στα επόμενα Κεφάλαια είναι ένα πρόγραμμα επίλυσης προβλημάτων γραμμικής και μη γραμμικής βελτιστοποίησης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί εύκολα και γρήγορα σε φύλλα εργασίας και μάλιστα με δυνατότητα ακέραιων περιορισμών.

Crosstab ReportWizard. Το πρόγραμμα αυτό (Πρόγραμμα διασταύρωσης) δίνει τη δυνατότητα να γίνονται διασταυρώσεις σε μία βάση δεδομένων του Excel σε τρία εύκολα βήματα. Επιλέγονται ένα ή περισσσότερα πεδία που θα εμφανιστούν στη διάσταση του πίνακα διασταύρωσης, ένα ή περισσότερα πεδία που θα εμφανιστούν στη διάσταση στηλών, και ένα ή περισσότερα πεδία που θα διασταυρωθούν. Το Excel συμπληρώνει τον πίνακα προσθέτοντας, υπολογίζοντας μέσους όρους, καταμετρώντας ή εφαρμόζοντας κάποια άλλη στατιστική συνάρτηση στα πεδία διασταύρωσης που έχουν καθοριστεί. Και επειδή δημιουργείται αυτόματα ένας σκελετός για τον πίνακα, δίνει τη δυνατότητα να εξεταστεί ο πίνακας αυτός αναλυτικά, συνοπτικά ή σε κάποιο ενδιάμεσο επίπεδο.

Οι δυνατότητες αυτές του Excel στη διάθεση ενός μελετητή γίνονται πανίσχυρα εργαλεία για την ανάλυση και σύνθεση σχεδόν κάθε προβλήματος που προκύπτει καθημερινά στην πράξη.

Στα κεφάλαια που ακολουθούν παρουσιάζονται πολλά προβλήματα (κυρίως υπολογιστικά) και διάφορες εφαρμογές από την καθημερινή ασχολία του μηχανικού. Φυσικά δεν καλύπτουν όλους τους τομείς και δεν αντιμετωπίζουν όλες τις περιπτώσεις. Δεν είναι, άλλωστε, αυτός ο στόχος του βιβλίου. Τα παραδείγματα και οι διάφορες εφαρμογές που παρουσιάζονται έχουν ως σκοπό να καταδείξουν, ως ένα βαθμό, την άγνωστη ακόμα χρησιμότητα και αξία των υπολογιστικών φύλλων και το είδος των προβλημάτων που μπορεί να αντιμετωπίσει κανείς εκμεταλλευόμενος τις απεριόριστες δυνατότητες του Excel. Καταβλήθηκε προσπάθεια όλες οι εφαρμογές να παρουσιαστούν με απλό και επαγωγικό τρόπο και να δώσουν φυσικά το ερέθισμα στον αναγνώστη για περαιτέρω μελέτη και εφαρμογή.

Όλα τα παραδείγματα που ακολουθούν αντιμετωπίζονται με τις ενσωματωμένες *παραδοσιακές συναρτήσεις* του Excel και τις διάφορες άλλες δυνατότητές του. Δεν χρησιμοποιήθηκαν σε καμιά εφαρμογή *οι ενσωματωμένες μακροεντολές* με τη γλώσσα VBA του Excel. (Αυτές θα παρουσιαστούν σε άλλο σύγγραμμα που βρίσκεται σε επεξεργασία).

Μέρος Α′

Κεφάλαιο 1

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ EXCEL-ΙΞΕΙΣ

1.1 Η γοητεία των συναρτήσεων

Όπως είναι γνωστό, το Excel παρέχει έναν τεράστιο αριθμό ενσωματωμένων συναρτήσεων και μπορούμε να αυξήσουμε τον αριθμό συτό επισυνάπτοντας την προσθήκη Analysis ToolPak. Ο ευκολότερος τρόπος για να εντοπίσουμε τη συνάρτηση που χρειαζόμαστε είναι να χρησιμοποιήσουμε το παράθυρο διαλόγου Insert Function ή συντομότερα επιλέγοντας το εργαλείο με την ένδειξη της συνάρτησης (***fx***). Ωστόσο, στις τελεταίες εκδόσεις, το Excel μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε μία συνάρτηση αναζητώντας μία λέξη-κλειδί. Εάν δυσκολευόμαστε δηλαδή, να θυμηθούμε το ακριβές όνομα της συνάρτησης, μπορούμε να δώσουμε μία λέξη συγγενή με τη λειτουργία της ζητούμενης συνάρτησης και το Excel θα μας εμφανίσει τις συναρτήσεις που είναι σχετικές με την εκτέλεση της λειτουργίας αυτής. Για παράδειγμα, αν ψάχνουμε για τη συνάρτηση που μετατρέπει το κείμενο σε κώδικα ASCI, μπορούμε να ψάξουμε για τη λέξη «code» και να κάνουμε κλικ στο Go, οπότε το Excel μας εμφανίζει τρεις συναρτήσεις CODE, CELL και CHAR.

Οι ενσωματωμένες συναρτήσεις του Excel δίνουν απαντήσεις σε πολλά ποσοτικά ή ποιοτικά ερωτήματα και χρησιμοποιούνται είτε μεμονωμένες, είτε σε συνδυασμό με άλλες, σε μια λογική διαδικασία αναζήτησης ενός αποτελέσματος. Επίσης, όταν το πρόβλημα είναι πιο σύνθετο και η επίλυσή του απαιτεί πολλά μερικά αποτελέσματα με σύνθετες μαθηματικές πράξεις, οι συναρτήσεις είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν ως ενδιάμεσοι «μεταβατικοί κρίκοι» σε μια αλυσίδα συλλογισμών, των οποίων τα μερικά εξαγόμενα είναι χρήσιμα για την εξαγωγή του τελικού συμπεράσματος (της ολοκληρωμένης λύσης).

Ας παρακολουθήσουμε λίγα παραδείγματα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.1

Αν δοθούν επτά σημεία μη κείμενα ανά τρία επί ευθείας, πόσα τρίγωνα είναι δυνατό να σχηματιστούν αν τα ενώσουμε με ευθείες;

Με τον παραδοσιακό τρόπο σκέψης θα απαντούσαμε: σχηματίζονται τόσα τρίγωνα όσοι είναι οι συνδυασμοί των 7 σημείων ανά τρία, δηλαδή:

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35 \text{ τρίγωνα.}$$

Η συνάρτηση του Excel που δίνει τους συνδυασμούς των 7 πραγμάτων ανά 3 είναι η COMBIN, δέχεται δύο ορίσματα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί μεμονωμένα. Άρα, αρκεί να πληκτρολογήσουμε σε ένα κελί τον τύπο:

=COMBIN(7,3),

οπότε προκύπτει αμέσως η απάντηση: 35.

Στο παράδειγμα που προηγήθηκε, ίσως δεν ήταν και τόσο αναγκαία η χρησιμοποίηση της συνάρτησης του Excel, αφού ήταν εύκολο να υπολογίσουμε τους συνδυασμούς των 7 ανά 3. Υπάρχουν περιπτώσεις όμως, όπου η απάντηση με παραδοσιακά εργαλεία δεν είναι τόσο ευχερής, ενώ αντίθετα με το Excel η απάντηση προσδιορίζεται εύκολα και γρήγορα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.2

Ποιος από τους δύο αριθμούς είναι μεγαλύτερος;

$$\mathbf{A} = \frac{100^{100} + 1}{100^{90} + 1} \quad \text{ή} \quad \mathbf{B} = \frac{100^{99} + 1}{100^{89} + 1}.$$

Στο ερώτημα αυτό η απάντηση δεν είναι εύκολη, δεδομένου ότι οι συνηθισμένες υπολογιστικές μηχανές γραφείου (calculators) δεν μας επιτρέπουν να προβούμε σε τέτοιες συγκρίσεις, γιατί η δυνατότητα υπολογισμού που έχουν φτάνει ως τον αριθμό:

$$100^{49.99999} = 9.999 \text{ X } 10^{99}.$$

Η απάντηση λαμβάνεται απλά και γρήγορα με τη συνάρτηση IF του Excel που μπορεί να χρησιμοποιηθεί επίσης μεμονωμένα: σε ένα φύλλο εργασίας εισάγουμε στο κελί A1 τον αριθμό A με την εισαγωγή του τύπου:

=(100^100+1)/(100^90+1),

και στο κελι A2 τον αριθμό B με την εισαγωγή του τύπου:

=(100^99+1)/(100^89+1).

Σε ένα τρίτο κελί, έστω το A3, εισάγουμε τον τύπο:

=IF(A1>A2, "ο A είναι μεγαλύτερος του B","ο A δεν είναι μεγαλύτερος του B"),

οπότε προκύπτει αμέσως το συμπέρασμα ότι:

"ο A δεν είναι μεγαλύτερος του B".

Με τον ίδιο τρόπο (χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση IF και εφόσον δεν εξαντλούνται οι υπολογιστικές δυνατότητες του Excel) παίρνουμε απαντήσεις σε διάφορα ερωτήματα αυτού του είδους.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.3

Να αποδειχθεί η ανισότητα A > B, αν:

$$A=1.5^{1325} \quad \text{και} \quad B=1.3^{1987}.$$

Η ανισότητα μπορεί να αποδειχθεί παραδοσιακά, αλλά θα πρέπει να διαθέτουμε μεγάλη επινοητικότητα (ή να έχουμε αρκετό χρόνο στη διάθεσή μας) για να σκεφθούμε ότι ο αριθμός A= 1.5^{1325} μπορεί να γραφεί:

$$A=1.5^{1325}=1.5\cdot 1.5^{1324}=1.5\cdot 2.25^{662}>1.3\cdot 2.197^{662}=1.3\cdot 1.3^{1986}=1.3^{1987}.$$

Η απάντηση λαμβάνεται πιο απλά και γρήγορα με τη συνάρτηση IF του Excel που μπορεί να χρησιμοποιηθεί μεμονωμένα: σε ένα φύλλο εργασίας εισάγουμε στο κελί A1 τον αριθμό A με την εισαγωγή του τύπου:

=1.5^1325,

και στο κελί A2 τον αριθμό B με την εισαγωγή του τύπου:

=1.3^1987.

Σε ένα τρίτο κελί, έστω το A3, εισάγουμε τον τύπο:

=IF(A1>A2, "ο A είναι μεγαλύτερος του B","ο A δεν είναι μεγαλύτερος του B"),

οπότε προκύπτει αμέσως το συμπέρασμα ότι:

"ο A είναι μεγαλύτερος του B",

διαψεύδοντας ίσως την αναμενόμενη απάντηση που διαισθητικά θα δίναμε για το αντίθετο αποτέλεσμα.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Η συνάρτηση IF είνα μία από τις «λογικές» συναρτήσεις του Excel (οι άλλες είναι οι AND, FALSE, NOT, OR και TRUE) και είναι πολύ σημαντική, γιατί μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε σύνθετα ερωτήματα στα οποία απαιτούνται περισσότεροι από ένας λογικοί έλεγχοι. Συνήθως, χρησιμοποιείται στον ίδιο τύπο, είτε μόνη της σε επαναλαμβανόμενους λογικούς ελέγχους, είτε σε συνδυασμό με άλλες συναρτήσεις (*ΠΑΡΑΔ. 1.12*).

Μία άλλη κατηγορία προβλημάτων, όπου κάποια ενσωματωμένη συνάρτηση του Excel (ή ένας συνδυασμός ενσωματωμένων συναρτήσεων) μπορεί να προσφέρει τεράστιο υπολογιστικό έργο, είναι όταν ζητούμε το εξαγόμενο μιας πράξης που με άλλο τρόπο θα ήταν αρκετά δύσκολο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.4

Να βρεθεί το εξαγόμενο της παράστασης:

$$z = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right)^{21}.$$

Η ύψωση ενός μιγαδικού αριθμού που έχει τη μορφή x+yi σε μία δύναμη γίνεται με τη συνάρτηση IMPOWER. Σε ένα κελί του Excel εισάγουμε το μιγαδικό αριθμό 0.5+0.866i (έστω ότι μας αρκεί η ακρίβεια των τριών δεκαδικών ψηφίων) και σε ένα άλλο τον τύπο:

=IMPOWER(A1,21),

οπότε προκύπτει αμέσως το εξαγόμενο (με την ακρίβεια του Excel!):

z= – 0.999538060985789+0.00026662239120068i.

Βλέποντας το αποτέλεσμα υποπτευόμαστε βέβαια, ότι το εξαγόμενο της ύψωσης του μιγαδικού αριθμού στην 21 δύναμη, ίσως είναι και ανεξάρτητο της φανταστικής μονάδας. Πράγματι, αν στο κελί A1 δεν περιοριστούμε στην ακρίβεια των τριών δεκαδικών ψηφίων, αλλά εισάγουμε τον συντελεστή της φανταστικής μονάδας με μεγαλύτερη προσέγγιση (έστω με επτά δεκαδικά ψηφία), δηλαδή 0.5+0.8660254i, το αποτέλεσμα επιβεβαιώνει την αρχική υποψία μας:

z= – 0.999999931174181+3.97365996870752E – 08i.

δηλαδή πρακτικά z= – 1, που είναι ένα εξαγόμενο που θα δυσκολευόμασταν να εντοπίσουμε με διαφορετικό τρόπο, εάν δεν ανατρέχαμε στη θεωρία των μιγαδικών αριθμών.

Οι υπολογισμοί περιπλέκονται πολύ και θα δυσκολευόμασταν αρκετά (έστω και αν ανατρέχαμε στη θεωρία των μιγαδικών αριθμών), αν έπρεπε να υπολογίσουμε την αριθμητική τιμή μιας παράστασης της μορφής:

$$z = \frac{\cos(3+5i) - [(5+4i)^3 \cdot \sin(3+5i)]}{\sqrt{5+4i} + \sin^2((3+5i) + e^{(2+3i)}}.$$

Στην περίπτωση αυτή το Excel παρέχει τις ενσωματωμένες συναρτήσεις για κάθε περίπτωση και συγκεκριμένα:

- ❑ Τη συνάρτηση IMDIV, που υπολογίζει το πηλίκο δύο μιγαδικών αριθμών που είναι γραμμένοι σε μορφή x+yi. Το πηλίκο των δύο μιγαδικών αριθμών υπολογίζεται με τον τύπο:

$$\text{IMDIV}(z_1, z_2) = \frac{(\alpha + bi)}{(c + di)} = \frac{(\alpha c + bd)\,(bc + \alpha d)i}{c^2 + d^2}.$$

- ❑ Τη συνάρτηση IMSUB, που υπολογίζει τη διαφορά δύο μιγαδικών αριθμών που είναι γραμμένοι σε μορφή x+yi. Η διαφορά μεταξύ δύο μιγαδικών αριθμών δίνεται από τον τύπο:

$$(\alpha+bi) - (c+di) = (\alpha - c) + (b - d)i.$$

- ❑ Τη συνάρτηση IMCOS, που υπολογίζει το συνημίτονο ενός μιγαδικού αριθμού που είναι γραμμένος σε μορφή x+yi. Το συνημίτονο ενός μιγαδικού αριθμού υπολογίζεται με τον τύπο:

$$\cos(x+yi) = \cos(x)\cosh(y) - \sin(x)\sinh(y)i,$$

  όπου cosh και sinh το υπερβολικό συνημίτονο και υπερβολικό ημίτονο.

- ❑ Τη συνάρτηση IMPRODUCT που υπολογίζει το γινόμενο δύο μιγαδικών αριθμών που είναι γραμμένοι σε μορφή x+yi. Το γινόμενο δύο μιγαδικών αριθμών δίνεται από τον τύπο:

$$(\alpha+bi)\,(c+di) = (\alpha c - bd) + (\alpha d + bc)i.$$

- ❑ Τη συνάρτηση IMPOWER που υπολογίζει την ύψωση σε κάποια δύναμη ενός μιγαδικού αριθμού που είναι γραμμένος σε μορφή x+yi. Ο τύπος που δίνει το εξαγόμενο αυτό είναι:

$$(x+yi)^n = r^n e^{in\theta} = r^n \cos n\theta + ir^n \sin n\theta$$

  όπου: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ και $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ με $\theta \in (-\pi, \pi]$.

- ❑ Τη συνάρτηση IMSIN, που υπολογίζει το ημίτονο ενός μιγαδικού αριθμού που είναι γραμμένος σε μορφή x+yi. Το ημίτονο ενός μιγαδικού αριθμού υπολογίζεται με τον τύπο:

$$\sin(x+yi)=\sin(x)\cosh(y)-\cos(x)\sinh(y)i,$$

όπου cosh και sinh το υπερβολικό συνημίτονο και υπερβολικό ημίτονο.

- ❏ Τη συνάρτηση IMSUM, που υπολογίζει το άθροισμα δύο μιγαδικών αριθμών που είναι γραμμένοι σε μορφή x+yi. Το άθροισμα δύο μιγαδικών αριθμών δίνεται από τον τύπο:

$$(\alpha+bi)+(c+di)=(\alpha+c)+(b+d)i.$$

- ❏ Τη συνάρτηση IMSQRT, που υπολογίζει την τετραγωνική ρίζα ενός μιγαδικού αριθμού που είναι γραμμένος σε μορφή x+yi, με τον τύπο:

$$\sqrt{x+yi}=\sqrt{r}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)+i\sqrt{r}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

- ❏ Τη συνάρτηση IMEXP που επιστρέφει την εκθετική αναπαράσταση ενός μιγαδικού αριθμού που είναι γραμμένος σε μορφή x+yi. Ο τύπος που δίνει το εξαγόμενο αυτό είναι:

$$\mathrm{IMEXP}(z)=e^{(x+yi)}=e^{x}e^{yi}=e^{x}(\cos y+i\sin y).$$

Μετά από τις διευκρινίσεις αυτές, προκειμένου να υπολογίσουμε την αριθμητική τιμή της δοθείσας παράστασης, εισάγουμε σε ένα κελί του Excel, έστω το B1, τον παρακάτω τύπο με τις αναγκαίες ενσωματωμένες συναρτήσεις:

=IMDIV(IMSUB(IMCOS(A1),IMPRODUCT(IMPOWER(A2,5),IMSIN(A1))),IMSUM(IMSQRT(A2),IMPOWER(IMSIN(A1),2),IMEXP(A3))),

όπου A1, A2 και A3 είναι τα κελιά στα οποία έχουμε εισάγει τους μιγαδικούς αριθμούς (3+5i), (5+4i) και (2+3i) αντίστοιχα. Η αριθμητική τιμή που προκύπτει είναι (με την ακρίβεια πάντα του Excel):

$$z=-13.1706617440479+144.342685170081i.$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.5

Να αποδειχθεί ότι η παράσταση:

$$\boldsymbol{\alpha=2^{18}+3^{18}=\text{πολ. }13.}$$

Θεωρητικά, για να αποδείξουμε το ζητούμενο θα πρέπει να σκεφτούμε ότι ο αριθμός α που δόθηκε μπορεί να μετασχηματιστεί κατάλληλα, ώστε να προκύψει ότι είναι πολλαπλάσιο του 13. Πράγματι:

$$\alpha=2^{18}+3^{18}=2^{2\cdot 9}+3^{2\cdot 9}=4^{9}+9^{9}=(4+9)(4^{8}-4^{7}\cdot 9+\ldots+9^{8})=\text{πολ.}13.$$

Η συνάρτηση MOD του Excel υπολογίζει το ακέραιο μέρος του υπολοίπου της διαίρεσης ενός αριθμού με έναν διαιρέτη (δέχεται δύο ορίσματα έναν αριθμό και έναν διαιρέτη). Συνεπώς, μπορούμε να εισάγουμε σε ένα κελί ενός φύλλου εργασίας, έστω το A1, τη συνάρτηση MOD και να θεωρήσουμε ως αριθμό τον α και διαιρέτη τον 13:

=MOD(2^18+3^18,13),

οπότε προκύπτει αμέσως ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι 0, δηλαδή προκύπτει ότι ο αριθμός α είναι πολλαπλάσιο του 13.

Εναλλακτικά, για το συγκεκριμένο παράδειγμα, θα μπορούσαμε να λάβουμε την ίδια απάντηση αν, αντί της συνάρτησης MOD, εισάγουμε σε ένα κελί έναν διαφορετικό τύπο (με χρήση της συνάρτησης INT), που δίνει ισοδύναμο αποτέλεσμα με τη συνάρτηση MOD:

=(2^18+3^18) – 13*INT((2^18+3^18) /13),

αφού MOD(n,d)=n – d*INT(n/d). Έτσι, επιβεβαιώνεται για άλλη μία φορά με διαφορετική προσέγγιση, ότι ο αριθμός $\alpha=2^{18}+3^{18}=$πολ. 13.

Το Excel, με τη χρήση των ενσωματωμένων συναρτήσεων έχει και μία έμμεση αποδεικτική δυνατότητα, η οποία μπορεί να είναι μεν εποπτική, αλλά είναι αλάνθαστη. Πολλές φορές ένας μηχανικός αντιμετωπίζει ζητήματα της μορφής:

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.6

Αν η μεταβλητή x ενός προβλήματος παίρνει τιμές από – 1 έως +1, δηλαδή όταν $-1\le x\le 1$, και $f(x)= 16x^5 - 20x^3+5x$, να αποδειχθεί ότι $|f(x)|\le 1$.

Η θεωρητική απόδειξη της σχέσης απαιτεί από το μηχανικό αρκετή επινοητικότητα: πρέπει να σκεφτεί ότι αν προσθέσουμε το 1 στη δοθείσα συνάρτηση $f(x)$, τότε αυτή μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$f(x)+1=16x^5-20x^3+5x+1 \quad \text{ή} \quad f(x)+1=(x+1)\,(4x^2-2x-1)^2$$

από την οποία προκύπτει ότι $f(x)+1\ge 0$ για $x\ge -1$.

Ενώ, αν αφαιρέσουμε το 1 από τη συνάρτηση, τότε μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$f(x)-1=16x^5-20x^3+5x-1 \quad \text{ή} \quad f(x)-1=(x-1)\,(4x^2+2x-1)^2$$

από την οποία προκύπτει ότι $f(x)-1\le 0$ για $x\le 1$.

Επομένως, για $-1\le x\le 1$ ισχύει: $f(x)+1\ge 0$ και $f(x)-1\le 0$, ή

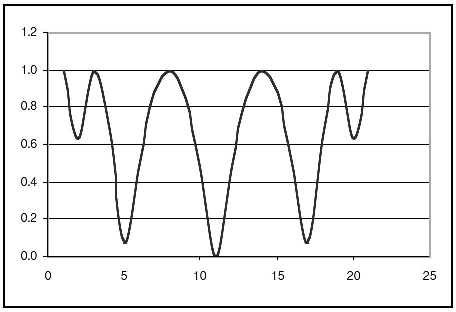
$$f(x)\ge -1 \text{ και } f(x)\le 1, \quad \text{δηλαδή} \quad |f(x)|\le 1.$$

Η απόδειξη με το Excel απαιτεί σαφώς λιγότερο κόπο: σε ένα φύλλο εργασίας (Εικ. 1.1) εισάγουμε σε μία στήλη (την A) τις μεταβολές της ανεξάρτητης μεταβλητής στο συγκεκριμένο διάστημα $-1 \leq x \leq 1$ με τυχαίο βήμα, έστω 0.10. Στη στήλη B εισάγουμε την τιμή της συνάρτησης για όλες τις τιμές του x, εισάγοντας τον τύπο:

=ABS(16*A1^5 – 20*A1^3+5*A1).

Διαπιστώνουμε ότι όλες οι αριθμητικές τιμές της συνάρτησης είναι πράγματι μικρότερες του 1. Για να είμαστε και απολύτως βέβαιοι, ότι δεν υπάρχει κάποια ενδιάμεση τιμή του x για την οποία η συνάρτηση γίνεται μεγαλύτερη του 1, ζητούμε από το Excel τη γραφική παράσταση των τιμών της συνάρτησης για το συγκεκριμένο διάστημα. Με τη γραφική παράσταση αίρεται κάθε επιφύλαξη για την αλήθεια της αποδεικτέας πρότασης.

	A	B
1	Τιμές του x	Τιμές του f(x)
2	-1.00	1.00000
3	-0.90	0.63216
4	-0.80	0.99712
5	-0.70	0.67088
6	-0.60	0.07584
7	-0.50	0.50000
8	-0.40	0.88384
9	-0.30	0.99888
10	-0.20	0.84512
11	-0.10	0.48016
12	0.00	0.00000
13	0.10	0.48016
14	0.20	0.84512
15	0.30	0.99888
16	0.40	0.88384
17	0.50	0.50000
18	0.60	0.07584
19	0.70	0.67088
20	0.80	0.99712
21	0.90	0.63216
22	1.00	1.00000



Εικ. 1.1 *Πίνακας αριθμητικών τιμών και γραφική παράσταση συνάρτησης.*

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Η τεχνική του *ΠΑΡΑΔ. 1.6*, μπορεί να εφαρμοστεί με διάφορους τρόπους σε μία ποικιλία προβλημάτων πρακτικών εφαρμογών που εκτείνονται σε όλο το εύρος της αρμοδιότητας ενός μηχανικού.

Πολύ συχνή είναι επίσης, η χρήση των ενσωματωμένων συναρτήσεων του Excel σε μαθηματικούς τύπους που χρησιμοποιούνται σε ένα υπο μελέτη πρόβλημα. Στην περίπτωση αυτή, το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι δυνατό να συνδυαστεί και με μία δισδιάστατη ή τρισδιάστατη γραφική παράσταση που παρέχει το Excel προκειμένου να έχουμε μία εποπτικότερη εικόνα του εξαγόμενου αποτελέσματος.

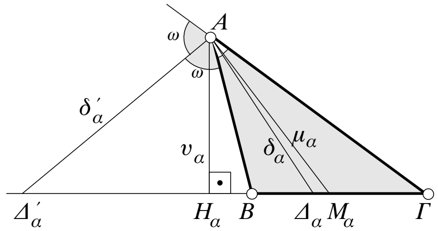
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.7

Εάν δοθούν οι συντεταγμένες των κορυφών (x_1,y_1), (x_2, y_2) και (x_3, y_3) ενός τριγώνου ΑΒΓ να προσδιοριστούν τα χαρακτηριστικά μεγέθη του (πλευρές, γωνίες, εμβαδό, ύψοι, διάμεσοι, διχοτόμοι κ.λπ.) και να γίνει η γραφική παράστασή του.

Όταν δίνονται οι συντεταγμένες των κορυφών ενός τριγώνου ΑΒΓ (Σχ. 1.1) μπορούμε εύκολα να προσδιορίσουμε τα χαρακτηριστικά μεγέθη του είτε με τύπους της αναλυτικής γεωμετρίας ή της κλασικής γεωμετρίας, είτε ακόμη με τύπους της τριγωνομετρίας.

Το εμβαδό του τριγώνου δίνεται από τον τύπο:

$$E = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}.$$



Σχ. 1.1 *Χαρακτηριστικά μεγέθη τριγώνου.*

Τα μήκη των πλευρών του προκύπτουν επίσης από τον τύπο της αναλυτικής γεωμετρίας που δίνει την απόσταση δύο σημείων σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων:

$$(AB) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}\ .$$

Οι γωνίες του τριγώνου είναι δυνατό να προκύψουν από τους τύπους:

$$\alpha^2=\beta^2+\gamma^2 - 2\beta\gamma\cos A,\quad \beta^2=\gamma^2+\alpha^2 - 2\gamma\alpha\cos B \quad \text{και} \quad \gamma^2=\alpha^2+\beta^2 - 2\alpha\beta\cos\Gamma$$

ενώ τα ύψη, οι διάμεσοι και οι εσωτερικές και εξωτερικές διχοτόμοι προκύπτουν από τους τύπους:

$$\upsilon_\alpha = \frac{2}{\alpha}\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}\ ,\qquad \mu_\alpha = \sqrt{\frac{2\beta^2+2\gamma^2-\alpha^2}{4}}\ ,$$

$$\delta_\alpha = \frac{2}{\beta+\gamma}\sqrt{\beta\gamma\tau(\tau-\alpha)}\ ,\qquad \delta'_\alpha = \frac{2}{|\gamma-\beta|}\sqrt{\beta\gamma(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}\ .$$

Ύστερα από αυτά, σε ένα φύλλο εργασίας του Excel εισάγουμε τα χαρακτηριστικά στοιχεία της αναζήτησης (Εικ. 1.3).

Πρώτα υπολογίζεται το εμβαδό του τριγώνου στο κελί D6 με την εισαγωγή του τύπου:

=ABS(MDETERM(B3:D5)/2).

Τα μήκη των πλευρών του τριγώνου υπολογίζονται στα κελιά F3, F4 και F5 με την εισαγωγή των τύπων αντίστοιχα:

=SQRT((C4 – C5)^2+(B4 – B5)^2),

=SQRT((C3 – C5)^2+(B3 – B5)^2),

=SQRT((C3 – C4)^2+(B3 – B4)^2).

Στο κελί F6 υπολογίζεται η ημιπερίμετρος τ του τριγώνου που είναι ένα μέγεθος που χρησιμοποιείται στους υπόλοιπους τύπους.

Οι εσωτερικές γωνίες του τριγώνου Α, Β και Γ υπολογίζονται στα κελιά H3, H4 και H5, με την εισαγωγή των τύπων:

=DEGREES(ACOS((F4^2+F5^2 – F3^2)/(2*F4*F5))),

=DEGREES(ACOS((F3^2+F5^2 – F4^2)/(2*F3*F5))),

=DEGREES(ACOS((F3^2+F4^2 – F5^2)/(2*F3*F4))).

Τα ύψη του τριγώνου εισάγονται στα κελιά F8, F9 και F10 με την εισαγωγή των τύπων:

=(2/F3)*SQRT(F6*(F6 – F3)*(F6 – F4)*(F6 – F5)),

=(2/F4)*SQRT(F6*(F6 – F3)*(F6 – F4)*(F6 – F5)),

=(2/F5)*SQRT(F6*(F6 – F3)*(F6 – F4)*(F6 – F5)).

Τα μήκη των διαμέσων εισάγονται στα κελιά H8, H9 και H10 με την εισαγωγή των τύπων:

=SQRT((2*F4^2+2*F5^2 – F3^2)/4),

=SQRT((2*F3^2+2*F5^2 – F4^2)/4),

=SQRT((2*F3^2+2*F4^2 – F5^2)/4).

Οι εσωτερικές διχοτόμοι υπολογίζονται στα κελιά F12, F13 και F14 με την εισαγωγή των τύπων:

=ABS((2/(F4+F5)))*SQRT(F4*F5*F6*(F6 – F3)),

=ABS((2/(F3+F5)))*SQRT(F3*F5*F6*(F6 – F4)),

=ABS((2/(F3+F4)))*SQRT(F3*F4*F6*(F6 – F5)),

ενώ οι εξωτερικές διχοτόμοι υπολογίζονται στα κελιά H12, H13 και H14 με την εισαγωγή των τύπων:

=ABS((2/(F4 – F5))*SQRT(F4*F5*(F6 – F4)*(F6 – F5))),

=ABS((2/(F3 – F5))*SQRT(F3*F5*(F6 – F3)*(F6 – F5))),

=ABS((2/(F3 – F4))*SQRT(F3*F4*(F6 – F3)*(F6 – F4))).

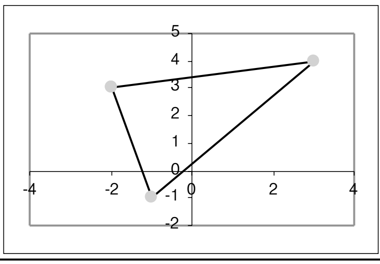
Η γραφική παράσταση του τριγώνου μπορεί να προκύψει ως συνάρτηση των συντεταγμένων των κορυφών του. Αυτό μπορεί να γίνει αν διαμορφώσουμε ένα νέο πίνακα των συντεταγμένων των σημείων Α, Β, Γ και Α, εξαρτώμενο από τον αρχικό, έστω στις στήλες K, L, M, και N με την εισαγωγή των συντεταγμένων κάθε σημείου σε κατακόρυφη διάταξη, δηλαδή στο κελί K4 εισάγεται ο τύπος =B3 (x_A), στο κελί K5 ο τύπος =C3 (y_A), στο κελί L4 ο τύπος =B4 (x_B), ενώ στο κελί L5 ο τύπος =C4 (y_B) κ.ο.κ. (Εικ. 1.2).

	K	L	M	N
3	Α	Β	Γ	Α
4	-2.000	3.000	-1.000	-2.000
5	3.000	4.000	-1.000	3.000

Εικ. 1.2 *Πίνακας για τη γραφική παράσταση του τριγώνου.*

Στη συνέχεια, ζητούμε τη γραφική παράσταση και των τεσσάρων σημείων (και του σημείου Α για να κλείσει η πολυγωνική γραμμή). Το γράφημα που μας χρειάζεται στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι από την ομάδα XY (Scatter), το γράφημα που βρίσκεται στη στήλη Chart sub-type με τον τίτλο Scatter with data points connected by lines.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ**							
2	α/α	x	y		Μήκη πλευρών τριγώνου		Εσωτερικές γωνίες τριγώνου	
3	Α	-2.000	3.000	1.000	α=	6.403	Α=	87.274
4	Β	3.000	4.000	1.000	β=	4.123	Β=	40.030
5	Γ	-1.000	-1.000	1.000	γ=	5.099	Γ=	52.696
6			ΕΜΒΑΔΟ=	**10.500**	τ=	**7.813**	Ελεγχ.	**180.000**
7					Ύψη τριγώνου		Διάμεσοι τριγώνου	
8					υα=	3.280	μα=	3.354
9					υβ=	5.093	μβ=	5.408
10					υγ=	4.118	μγ=	4.743
11					Εσωτερικές διχοτόμοι		Εξωτερικές διχοτόμοι	
12					δα=	3.300	δα΄=	29.733
13					δβ=	5.334	δβ΄=	17.138
14					δγ=	4.495	δγ΄=	10.278



Εικ. 1.3 *Φύλλο εργασίας του Excel με τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών μεγεθών ενός τριγώνου συναρτήσει των συντεταγμένων των κορυφών του και τη γραφική παράστασή του.*

΄Ετσι, ολοκληρώνεται το φύλλο εργασίας της Εικ. 1.3, στο οποίο αν για παράδειγμα είναι Α(-2.00, 3.00), Β(3.00, 4.00) και Γ(– 1.00, – 1.00), προκύπτουν τα εμφαινόμενα χαρακτηριστικά μεγέθη του τριγώνου καθώς και η γραφική του παράσταση.

Στη γραφική παράσταση θα μπορούσαμε πολύ εύκολα να σχεδιάσουμε όλα ή μερικά ακόμη από τα χαρακτηριστικά μεγέθη του τριγώνου που υπολογίστηκαν. Για παράδειγμα, αν θα επιθυμούσαμε να εμφανίζονται ταυτόχρονα με τις πλευρές και οι διάμεσοι του τριγώνου, θα χρειαζόταν να διαμορφώσουμε έναν βοηθητικό πίνακα (Εικ. 1.4) παραπλήσιο με εκείνον της Εικ. 1.2, με

	K	L	M	N	O	P
8	Διάμεσος δα		Διάμεσος δβ		Διάμεσος δγ	
9	-4.000	1.000	3.000	-2.500	-1.000	-0.500
10	3.000	1.500	4.000	1.000	-1.000	3.500

Εικ. 1.4 *Πίνακας για τη γραφική παράσταση του τριγώνου.*

τη διαφορά ότι εκτός απο τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου σε κατακόρυφη διάταξη, εισάγουμε και τις συντεταγμένες των μέσων κάθε πλευράς, αφού γνωρίζουμε ότι τα μέσα M_α, M_β, και M_γ έχουν συντεταγμένες:

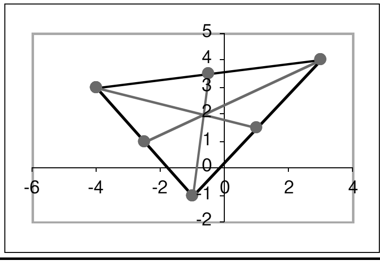
$M_\alpha=[(x_B+x_\Gamma)/2,\ (y_B+y_\Gamma)/2]$,

$M_\beta=[(x_A+x_\Gamma)/2,\ (y_A+y_\Gamma)/2]$,

$M_\gamma=[(x_A+x_B)/2,\ (y_A+y_B)/2]$.

Τα στοιχεία αυτά εισάγονται στα κελιά (L9, L10), (N9, N10) και (P9, P10). Στη συνέχεια σχεδιάζεται η κάθε διάμεσος ξεχωριστά σε νέο γράφημα με την ίδια, όπως προηγουμένως, διαδικασία, το οποίο στη συνέχεια αντιγράφεται και επικολλάται στο αρχικό γράφημα του τριγώνου. ΄Ετσι προκύπτει το νέο γράφημα (Εικ. 1.5) με τη γραφική παράσταση και των διαμέσων.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ**							
2	α/α	x	y		Μήκη πλευρών τριγώνου		Εσωτερικές γωνίες τριγώνου	
3	Α	-4.000	3.000	1.000	α=	6.403	Α=	61.260
4	Β	3.000	4.000	1.000	β=	5.000	Β=	43.210
5	Γ	-1.000	-1.000	1.000	γ=	7.071	Γ=	75.530
6			ΕΜΒΑΔΟ=	**15.500**	τ=	**9.237**	Ελεγχ.	**180.000**
7					Ύψη τριγώνου		Διάμεσοι τριγώνου	
8					υα=	4.841	μα=	5.220
9					υβ=	6.200	μβ=	6.265
10					υγ=	4.384	μγ=	4.528
11					Εσωτερικές διχοτόμοι		Εξωτερικές διχοτόμοι	
12					δα=	5.041	δα΄=	17.395
13					δβ=	6.248	δβ΄=	49.918
14					δγ=	4.439	δγ΄=	27.948



Εικ. 1.5 *Φύλλο εργασίας με τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών μεγεθών ενός τριγώνου και τη γραφική παράστασή των διαμέσων του.*

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Με ανάλογο τρόπο μπορούν να αντιμετωπιστούν και πιο σύνθετα προβλήματα από το χώρο των *Στοιχειωδών Μαθηματικών*, όπως για παράδειγμα ο προσδιορισμός της *Ευθείας του Simson*, της *Ευθείας του Euler* ή του *Κύκλου του Euler* (δηλαδή του *Κύκλου των 9 σημείων*) κ.λπ. ή ακόμη να επιβεβαιωθούν τα τρία (μετρικά) *Θεωρήματα του Πτολεμαίου* ή το (μετρικό) *Θεώρημα του Euler* κ.λπ. Οι εφαρμογές του Excel στα προβλήματα αυτά έχουν εξαιρετική γοητεία και ιδιαίτερο ενδιαφέρον, αλλά ίσως μόνο σε καθαρά θεωρητικό επίπεδο.

Στο χώρο των τριών διαστάσεων η προσφορά των ενσωματωμένων συναρτήσεων είναι εξίσου σημαντική. Χωρικά σχήματα όπως το ελλειψοειδές, το υπερβολοειδές, το παραβολοειδές και άλλα σχεδιάζονται εύκολα με τη βοήθεια ενός πίνακα δύο εισόδων.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.8

Να σχεδιαστεί ένα ελλειπτικό παραβολοειδές με τα κοίλα προς τα κάτω με βάση 4Χ4 και ύψος 4 μέτρα.

Η γενική εξίσωση ενός ελλειπτικού παραβολοειδούς είναι:

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = \frac{2\,p}{\beta^2}\,z.$$

Για την περίπτωσή μας επιλέγουμε: $z=4 - \alpha\, x^2 - \beta y^2$, όπου $\alpha=0.5$, $\beta=0.5$ και πεδία τιμών μεταβλητών x[– 2, 2] και y[–2, 2].

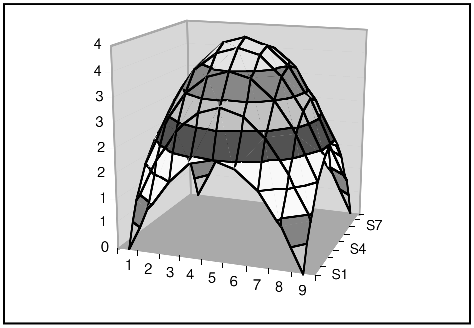
Διαμορφώνουμε έναν πίνακα διπλής εισόδου με βήμα μεταβολής των μεταβλητών x και y ίσο προς 0.50 (Εικ. 1.6). Ο πίνακας αυτός διαμορφώνεται

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Συντελεστές και μεταβλητές									
2	α=	0.500	x=							
3	β=	0.500	y=							
4	Πίνακας διπλής εισόδου για την παράσταση τρισδιάστατου γραφήματος									
5	4.000	-2.000	-1.500	-1.000	-0.500	0.000	0.500	1.000	1.500	2.000
6	-2.000	0.000	0.875	1.500	1.875	2.000	1.875	1.500	0.875	0.000
7	-1.500	0.875	1.750	2.375	2.750	2.875	2.750	2.375	1.750	0.875
8	-1.000	1.500	2.375	3.000	3.375	3.500	3.375	3.000	2.375	1.500
9	-0.500	1.875	2.750	3.375	3.750	3.875	3.750	3.375	2.750	1.875
10	0.000	2.000	2.875	3.500	3.875	4.000	3.875	3.500	2.875	2.000
11	0.500	1.875	2.750	3.375	3.750	3.875	3.750	3.375	2.750	1.875
12	1.000	1.500	2.375	3.000	3.375	3.500	3.375	3.000	2.375	1.500
13	1.500	0.875	1.750	2.375	2.750	2.875	2.750	2.375	1.750	0.875
14	2.000	0.000	0.875	1.500	1.875	2.000	1.875	1.500	0.875	0.000

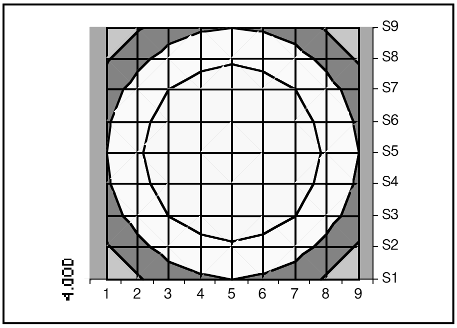
Εικ. 1.6 *Πίνακας τιμών για τη γραφική παράσταση ελλειπτικού παραβολοειδούς.*

με τη χρήση της εντολής Table από το μενού Data. Η γραφική παράσταση του ελλειπτικού παραβολοειδούς προκύπτει αν ζητηθεί από το Excel το γράφημα από την ομάδα γραφημάτων Surface εκείνο από τη στήλη Chart subtype που έχει τον τίτλο 3 – D Surface, για τις τιμές του πίνακα B6 έως J14. Έτσι, προκύπτει η Εικ. 1.7.

Πολλές φορές εκτός από τη σχεδιαστική κατασκευή ενός τέτοιου χωρικού σχήματος είναι επιθυμητή και η υλική κατασκευή του. Στην περίπτωση αυτή, όταν δεν έχουμε στη διάθεσή μας άλλα στοιχεία, υπάρχει πράγματι μία κατασκευαστική δυσκολία. Ο πίνακας διπλής εισόδου όμως, με τις αναλυτικές τιμές που περιέχει, δίνει τη δυνατότητα να κατασκευαστεί το χωρικό σχήμα αρκετά εύκολα, αφού για κάθε σημείο $K_{\mu\nu}$ συγκεκριμένων συντεταγμένων (x_μ, y_ν) υπάρχει και το αντίστοιχο υψόμετρο (z_κ). Για παράδειγμα, για ένα σημείο, έστω το K_{47}, που έχει συντεταγμένες (x_4= – 0.500, y_7=1.00) – κελί E12 – το υψόμετρο είναι z_κ=3.375. Έτσι, σημείο προς σημείο, είναι δυνατή



***Εικ. 1.7** Ελλειπτικό παραβολοειδές*



***Εικ. 1.8** Ισοϋψείς ελλειπτικού παραβολοειδούς.*

η κατασκευή του πιο περίπλοκου χωρικού σχήματος. Το Excel, βέβαια, παρέχει τη δυνατότητα της σχεδίασης και των ισοϋψών που είναι χρήσιμες στην κατασκευή της επιφάνειας του σχήματος, αν στη γραφική παράσταση της Εικ. 1.7 κάνουμε τις κατάλληλες ρυθμίσεις από την εντολή 3 – D Vieu του μενού Chart (Εικ. 1.8). Πιο αναλυτικά, για να προκύψουν οι ισοϋψείς του συγκεκριμένου παραβολοειδούς της Εικ. 1.8 επιλέγουμε τις ρυθμίσεις:

Elevation=90, Rotation=0, Perspective=0 και Height=100.

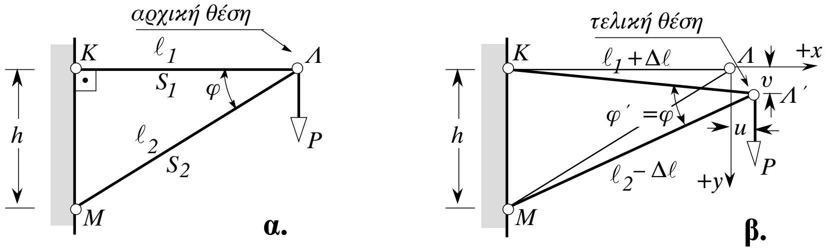
Παράλληλα με την απεικόνιση των ισοϋψών, η Εικ. 1.8 απεικονίζει έναν κάνναβο 9X9, σε κάθε κόμβο του οποίου ($K_{\mu\nu}$) αντιστοιχίζεται, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ένα υψόμετρο ανάλογο της τιμής που βρίσκεται στην αντίστοιχη θέση του πίνακα τιμών της Εικ. 1.6.

1.2 Επίλυση τεχνικών προβλημάτων

Στην ενότητα αυτή, θα περιοριστούμε στην παρουσίαση κάποιων παραδειγμάτων που αναφέρονται σε περισσότερο «τεχνικά» προβλήματα, που έχουν άμεση σχέση με πρακτικές εφαρμογές. Αν και με τα αριθμητικά παραδείγματα που προηγήθηκαν ο αναγνώστης υποψιάζεται ήδη τις δυνατότητες των ενσωματωμένων συναρτήσεων του Excel, η ανάλυση και η μελέτη κάποιων αντιπροσωπευτικών προβλημάτων που ακολουθούν, πιστεύουμε ότι θα βοηθήσει σε μια πληρέστερη και βαθύτερη γνώση της σημασίας τους. Η βαρύτητα φυσικά σε όλα τα παραδείγματα δίνεται στην ανάλυση της συμπεριφοράς των μεταβλητών που υπεισέρχονται στο πρόβλημα, που είναι ένα από τα κύρια ζητούμενα στο έργο κάθε επιστήμονα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.9

Στην ισοστατική κατασκευή του Σχ. 1.2α να υπολογιστούν οι αξονικές δυνάμεις των ράβδων S_1, S_2 και η μετατόπιση ΛΛ΄ του κόμβου Λ, όταν στον κόμβο αυτόν επιβάλλεται φορτίο P.



Σχ. 1.2 Υπολογισμός των τάσεων και της μετατόπισης του σημείου Λ.

Όπως είναι γνωστό, οι τιμές των αξονικών δυνάμεων S_1 και S_2 (Σχ. 1.2α) που αναπτύσσονται μετά την επιβολή του φορτίου P, προκύπτουν από τις συνθήκες ισορροπίας του κόμβου Λ:

$$S_1 = \frac{P}{\tan\varphi} \qquad \text{και} \qquad S_2 = \frac{P}{\sin\varphi}$$

Για τον υπολογισμό της μετατόπισης του κόμβου Λ θεωρούμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων με φορά του άξονα των y προς τα κάτω (Σχ. 1.2β). Έστω u και υ οι συνιστώσες της μετατόπισης κατά τους άξονες x, y αντίστοιχα. Εκφράζουμε τις μεταβολές $\Delta\ell_1$ και $\Delta\ell_2$ των ράβδων S_1 και S_2 συναρτήσει των μετατοπίσεων u και υ, με την παραδοχή ότι οι μεταβολές αυτές είναι ίσες με το άθροισμα των προβολών των u και υ στις αρχικές διευθύνσεις των ράβδων S_1 και S_2 αντίστοιχα, αφού πρακτικά οι γωνίες στα σημεία Λ και Λ΄ παραμένουν περίπου ίσες $\varphi' \approx \varphi$).

΄Ετσι, προκύπτουν οι σχέσεις: $\Delta\ell_1 = \text{u}\cos 0^\circ + \upsilon \sin 0^\circ$,

από την οποία προκύπτει $\Delta\ell_1 = \upsilon$, και $-\Delta\ell_2 = \text{u}\cos\varphi - \upsilon\sin\varphi$.

(Στη δεύτερη από τις παραπάνω σχέσεις τέθηκε το αρνητικό πρόσημο, γιατί η S_2 είναι θλιπτική, ενώ στο δεύτερο προσθετέο χρησιμοποιήθηκε πάλι το αρνητικό πρόσημο, γιατί η προβολή $\upsilon \sin\varphi$ της υ στη διεύθυνση της S_2 τείνει να προκαλέσει επιβράχυνση και όχι επιμήκυνση).

Εκφράζοντας τις μεταβολές μηκών $\Delta\ell_1$ και $\Delta\ell_2$ συναρτήσει των δυνάμεων S_1 και S_2 που τις προκάλεσαν από το νόμο του Hooke, έχουμε αντίστοιχα:

$$\Delta\ell_1 = \frac{S_1\,\ell_1}{E_1\,A_1} \qquad \text{και} \qquad \Delta\ell_2 = \frac{S_2\,\ell_2}{E_2\,A_2},$$

οπότε προκύπτουν οι τιμές των μετατοπίσεων u και υ:

$$\text{u} = \frac{S_1\,\ell_1}{E_1\,A_1} \qquad \text{και} \qquad \upsilon = \frac{\text{u}\cos\varphi + \dfrac{S_2\,\ell_2}{E_2\,A_2}}{\sin\varphi}.$$

Η τελική μετατόπιση βέβαια, ΛΛ΄ προκύπτει από τη σχέση:

$$\Lambda\Lambda' = \sqrt{\text{u}^2 + \upsilon^2}\,.$$

΄Υστερα από αυτά, μπορούμε να διαμορφώσουμε κατάλληλα ένα φύλλο εργασίας του Excel με τέτοιον τρόπο, ώστε να μπορούμε να υπολογίζουμε τις αξονικές δυνάμεις των ράβδων S_1 και S_2 και τη μετατόπιση ΛΛ΄ του κόμβου Λ για οποιαδήποτε τιμή του φορτίου P χωρίς τον επανυπολογισμό τους.

Πράγματι, σε ένα φύλλο εργασίας (Εικ. 1.9) εισάγονται πρώτα τα στοιχεία αναζήτησης και τα στοιχεία που δίνονται, δηλαδή το μήκος ℓ_1, το ύψος h, οι διατομές των ράβδων A_1 και A_2, το φορτίο P και τα μέτρα ελαστικότητας των υλικών E_1 και E_2. Αυτό γίνεται στα κελιά A3 έως D6. Στη συνέχεια εισάγονται τα στοιχεία που πρέπει να υπολογιστούν.

Στο κελί B8 υπολογίζεται το μήκος της ράβδου S_2 με την εισαγωγή του τύπου:

=SQRT(B3^2+B4^2).

Η γωνία φ υπολογίζεται στο κελί D8 με την εισαγωγή του τύπου:

=IF(B3="","",DEGREES(ACOS(B3/B8))).

Στα κελιά B9 και B10 υπολογίζονται οι αξονικές δυνάμεις των ράβδων S_1 και S_2 με την εισαγωγή των τύπων:

=IF(D3="","",D3/TAN(RADIANS(D8))) και

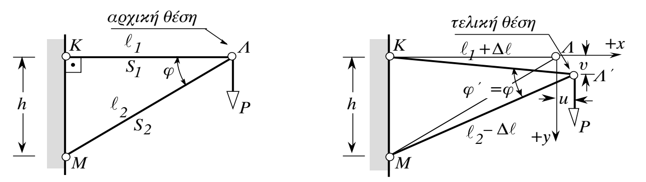
=IF(D3="","",D3/SIN(RADIANS(D8))) αντίστοιχα.

Στα κελιά B11 και B12 υπολογίζονται οι μεταβολές των μηκών από το Νόμο του Hooke με την εισαγωγή των τύπων:

=IF(B9="","",B9*B3/(D5*B5)), και

=IF(B10="","",B10*B8/(D6*B6)).

	A	B	C	D
1	**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ**			
2	ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ ΔΙΝΟΝΤΑΙ			
3	Μήκος ράβδου S1 l1 [m]=		Φορτίο P [kN]=	
4	Ύψος ΚΜ h [m]=			
5	Επιφ. διατομής ράβδου S1: A1 [m2]=		E1 [MPa]=	
6	Επιφ. διατομής ράβδου S2: A2 [m2]=		E2 [MPa]=	
7	ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΝΤΑΙ			
8	Μήκος ράβδου S2 l2 [m]=	0.000	Γωνία φ=	
9	Αξονική δύναμη S1 [kN]=		Μετατόπιση σημείου Λ	
10	Αξονική δύναμη S2 [kN]=		u [mm]=	
11	Αξονική μετατόπιση S1: Δ l1 [mm]=		υ [mm]=	
12	Αξονική μετατόπιση S2: Δ l2 [mm]=		Ολική μετατόπ. [mm]=	
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				



Εικ. 1.9 *Υπολογισμός αξονικών δυνάμεων και της μετατόπισης του σημείου Λ.*

Απέμειναν να υπολογιστούν οι μερικές μετατοπίσεις u και υ και η ολική μετατόπιση του άκρου Λ.

Στο κελί D10 εισάγεται ο τύπος: =B11.

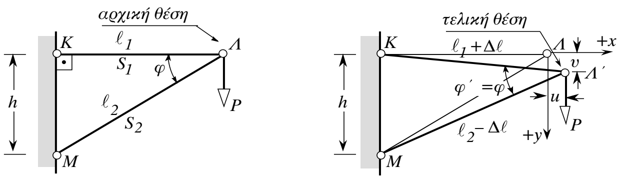
Στο κελί D11 εισάγεται ο τύπος:
=IF(B9="","",D10*COS(RADIANS(D8))+B12/SIN(RADIANS(D8))).

Στο κελί D12 εισάγεται ο τύπος:
=IF(B9="","",D10*COS(RADIANS(D8))+B12/SIN(RADIANS(D8))),

ενώ στο κελί D12 εισάγεται ο τύπος:
= IF(D10="","",SQRT(D10^2+D11^2)).

Αν για παράδειγμα, η οριζόντια ράβδος είναι από χάλυβα και η διαγώνιος από ξύλο και είναι ℓ_1=3.2m, h=2.4m, P=25kN, A_1=0.00196 m^2 (κυκλική διατομή με διάμετρο d=0.05m), A_2=0.0036m^2 (τετραγωνική διατομή με πλευρά α=0.06m) και E_1=210 000MPa (χάλυβας), E_2=12 000MPa (ξύλο) προκύπτουν τα αποτελέσματα της Εικ. 1.10.

	A	B	C	D
1	**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ**			
2	ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ ΔΙΝΟΝΤΑΙ			
3	Μήκος ράβδου S1 l1 [m]=	3.200	Φορτίο P [kN]=	**25**
4	Ύψος KM h [m]=	2.400		
5	Επιφ. διατομής ράβδου S1: A1 [m2]=	0.00196	E1 [MPa]=	210 000
6	Επιφ. διατομής ράβδου S2: A2 [m2]=	0.00360	E2 [MPa]=	12 000
7	ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΝΤΑΙ			
8	Μήκος ράβδου S2 l2 [m]=	4.000	Γωνία φ=	36.870
9	Αξονική δύναμη S1 [kN]=	33.333	Μετατόπιση σημείου Λ	
10	Αξονική δύναμη S2 [kN]=	41.667	u [mm]=	0.259
11	Αξονική μετατόπιση S1: Δ l1 [mm]=	0.259	υ [mm]=	6.637
12	Αξονική μετατόπιση S2: Δ l2 [mm]=	3.858	Ολική μετατόπ. [mm]=	6.642
13–20				



Εικ. 1.10 *Υπολογισμός των αξονικών δυνάμεων των ράβδων ισοστατικής κατασκευής.*

Πέρα από τα αποτελέσματα που προκύπτουν στο φύλλο εργασίας της Εικ. 1.10 για τη συγκεκριμένη ισοστατική κατασκευή, το ερώτημα που απασχολεί κάθε μηχανικό είναι αν οι ράβδοι με τη διατομή που έχουν μπορούν να παραλάβουν με ασφάλεια τις αξονικές δυνάμεις που προέκυψαν μετά την επιβολή του φορτίου P=25kN.

Ο έλεγχος αυτός, όπως είναι γνωστό, διενεργείται με τις συνθήκες αντοχής για την κάθε ράβδο ξεχωριστά. Με την παραδοχή ότι η ράβδος S_1 είναι από χάλυβα και εφελκύεται, ενώ η ράβδος S_2 από ξύλο και θλίβεται, οι συνθήκες αντοχής που πρέπει να ισχύουν ταυτόχρονα είναι:

$$\frac{S_1}{A_1} \leq \sigma_{\varepsilon\pi}^{\varepsilon\varphi} \qquad \text{και} \qquad \frac{S_2}{A_2} \leq \sigma_{\varepsilon\pi}^{\theta\lambda}$$

Έτσι, στο παραπάνω φύλλο εργασίας μπορούμε να εισάγουμε στην ενότητα «ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ ΔΙΝΟΝΤΑΙ» τις επιτρεπόμενες τάσεις των δύο υλικών για κάθε καταπόνηση (εφελκυσμό και θλίψη) και να υπολογίσουμε στην επόμενη ενότητα «ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΝΤΑΙ» την αναπτυσσόμενη τάση κάθε ράβδου για τη συγκεκριμένη καταπόνηση.

Στα κελιά B8 και B9 εισάγονται οι επιτρεπόμενες τάσεις σε εφελκυσμό των δύο υλικών χάλυβα-ξύλου ($\sigma_{\varepsilon\pi\chi\alpha\lambda}$=90MPa και $\sigma_{\varepsilon\pi\xi\upsilon\lambda}$=14MPa), ενώ στα κελιά D8 και D9 οι επιτρεπόμενες τάσεις σε θλίψη ($\sigma_{\varepsilon\pi\chi\alpha\lambda}$=100MPa και $\sigma_{\varepsilon\pi\xi\upsilon\lambda}$=12MPa).