

Κωνσταντίνος Γεωργιάδης • Μιχάλης Γεωργιάδης

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ



Κάθε γνήσιο αντίτυπο φέρει την υπογραφή των συγγραφέων

ISBN 978-960-456-157-5

© Copyright: Γεωργιάδης Μ., Γεωργιάδης Κ., Εκδόσεις Ζήτη, Μάιος 2009

Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις του Ελληνικού νόμου (Ν.2121/1993 όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής άδειας του εκδότη και συγγραφέα κατά οποιοδήποτε τρόπο ή μέσο αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή (ηλεκτρονική, μηχανική ή άλλη) και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.



Φωτοστοιχειοθεσία
Εκτύπωση -
Βιβλιοδεσία

Π. ΖΗΤΗ & ΣΙΑ ΟΕ
18ο χλμ Θεσσαλονίκης - Περαιάς
Τ.Θ. 4171 • Περαιά Θεσσαλονίκης • Τ.Κ. 570 19
Τηλ.: 23920 72.222 (10 γραμ.) • Fax: 23920 72.229
e-mail: info@ziti.gr

Βιβλιοπωλείο

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ
Αρμενοπούλου 27 • 54635 Θεσσαλονίκη
Τηλ. 2310 203.720, Fax 2310 211.305
e-mail: sales@ziti.gr

www.ziti.gr

Πρόλογος

Το βιβλίο αυτό πραγματεύεται θέματα της εδαφομηχανικής που σχετίζονται με την οριακή κατάσταση αστοχίας του εδάφους, όπως είναι ο έλεγχος της ευστάθειας πρηνών και εκσκαφών, ο υπολογισμός των ωθήσεων που ασκεί το έδαφος στις αντιστηρίξεις και ο προσδιορισμός των φορτίων που μπορούν να μεταφέρουν στο έδαφος επιφανειακές και βαθιές θεμελιώσεις.

Το πρώτο κεφάλαιο του βιβλίου αναφέρεται σε βασικά στοιχεία της μηχανικής συμπεριφοράς του εδάφους, όπως η ανάλυση των τάσεων, η σχέση τάσεων-παραμορφώσεων και η διατμητική αντοχή για βραχυπρόθεσμες και μακροπρόθεσμες συνθήκες.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι μέθοδοι άνω και κάτω ορίου, οριακής ισορροπίας και εντατικού πεδίου, οι οποίες αποτελούν τις κύριες μεθόδους ανάλυσης της ευστάθειας γεωτεχνικών κατασκευών. Οι μέθοδοι αυτές εφαρμόζονται στη συνέχεια για την επίλυση τυπικών γεωτεχνικών προβλημάτων.

Στο τρίτο κεφάλαιο μελετώνται οι πλευρικές ωθήσεις που ασκεί το έδαφος στις αντιστηρίξεις. Εξετάζονται οι καταστάσεις ενεργητικής και παθητικής αστοχίας, καθώς και η κατάσταση ηρεμίας του εδάφους. Παρουσιάζονται οι διάφορες μέθοδοι που εφαρμόζονται στον υπολογισμό των ωθήσεων ανάλογα με τον τύπο της αντιστήριξης, τη γεωμετρία του αντιστηριζόμενου εδάφους και το είδος μιας πιθανής επιφόρτισης. Τέλος, εξετάζεται η ευστάθεια χαρακτηριστικών τύπων αντιστήριξης, όπως είναι οι τοίχοι βαρύτητας και τα εύκαμπα πετάσματα με ή χωρίς αγκυρώσεις και αντηρίδες.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι διάφορες μέθοδοι που εφαρμόζονται στον έλεγχο της ευστάθειας πρηνών και στη μελέτη κατολισθήσεων. Αναπτύσσεται η μέθοδος οριακής ισορροπίας και διάφορες παραλλαγές της, που εφαρμόζονται ανάλογα με την πιθανή μορφή της επιφάνειας αστοχίας, τα χαρακτηριστικά του εδάφους και τις συνθήκες φόρτισης.

Στο πέμπτο κεφάλαιο εξετάζεται η φέρουσα ικανότητα επιφανειακών θεμελιώσεων. Παρουσιάζεται η γενική εξίσωση υπολογισμού της φέρουσας ικανότητας σε ομοιογενές οριζόντιο έδαφος και στη συνέχεια εξετάζεται η επιρροή διαφόρων παραγόντων, όπως είναι η πολυστρωματικότητα του εδάφους, η αύξηση της διατμητικής αντοχής με το βάθος, η προφόρτιση και η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας του εδάφους.

Στο έκτο κεφάλαιο εξετάζεται η φέρουσα ικανότητα των δύο κύριων μορφών πασσάλων θεμελίωσης, των φρεατοπασσάλων και των πασσάλων έμπηξης. Παρουσιάζεται η θεωρητική μέθοδος υπολογισμού της φέρουσας ικανότητας, καθώς και ημιεμπειρικές μέθοδοι που προέκυψαν από δοκιμαστικές φορτίσεις πασσάλων και προτείνονται από διάφορους κανονισμούς μελέτης θεμελιώσεων.

Εκτός από τις μεθόδους υπολογισμού, στα κεφάλαια 3, 4, 5 και 6 περιλαμβάνονται και οι έλεγχοι που απαιτούνται σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 7 προκειμένου να εξασφαλιστεί η ευστάθεια αντιστηρίξεων και πρανών και η επάρκεια επιφανειακών θεμελιώσεων και θεμελιώσεων με πασσάλους.

Τέλος, προκειμένου να διευκολυνθεί η κατανόηση των διαφόρων μεθόδων υπολογισμού και ελέγχου, σε κάθε κεφάλαιο του βιβλίου παρατίθενται αρκετά λυμένα παραδείγματα που καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών.

Θεσσαλονίκη, Απρίλιος 2009

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1

Στοιχεία Μηχανικής Συμπεριφοράς του Εδάφους

1.1	Εισαγωγή.....	1
1.2	Τάσεις στο έδαφος.....	2
1.2.1	Ολικές τάσεις, ενεργές τάσεις, πίεση του νερού των πόρων.....	2
1.2.2	Ανάλυση τάσεων.....	3
1.2.2.1	Τριδιάστατες τάσεις.....	3
1.2.2.2	Διδιάστατες τάσεις – Κύκλος Mohr των τάσεων.....	6
1.2.3	Μεταβολή των τάσεων.....	10
1.2.3.1	Στραγγισμένες - αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης.....	10
1.2.3.2	Διαδρομές τάσεων.....	12
1.3	Παραμορφώσεις του εδάφους.....	15
1.4	Σχέση τάσεων – παραμορφώσεων.....	16
1.5	Διατμητική αντοχή.....	19
1.5.1	Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb.....	19
1.5.2	Διαδρομές τάσεων.....	23
1.5.3	Κριτήριο αστοχίας Tresca.....	24
1.6	Καταστατικοί νόμοι συμπεριφοράς.....	26
1.6.1	Βασικές αρχές ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς.....	29
1.6.2	Καταστατικό μοντέλο Mohr-Coulomb.....	32
1.6.3	Καταστατικό μοντέλο Tresca.....	34
	Παραδείγματα.....	36

Κεφάλαιο 2

Μέθοδοι Ανάλυσης

2.1	Εισαγωγή.....	43
2.2	Γενικές εξισώσεις ανάλυσης γεωτεχνικών προβλημάτων.....	44
2.2.1	Συνθήκες ισορροπίας.....	45
2.2.2	Συνθήκες συμβιβαστού των παραμορφώσεων.....	45
2.2.3	Καταστατικές εξισώσεις υλικού.....	48

2.2.4	Συνοριακές συνθήκες.....	49
2.2.5	Σύνοψη.....	49
2.3	Μέθοδος οριακής ισορροπίας.....	50
2.3.1	Περιγραφή της μεθόδου.....	50
2.3.2	Τυπικές εφαρμογές.....	52
2.3.2.1	Οριακό φορτίο επιφανειακής θεμελίωσης για αστράγγιστες συνθήκες.....	52
2.3.2.2	Οριακό βάθος κατακόρυφης εκσκαφής.....	54
2.3.2.3	Οριακή κλίση πρανούς για στραγγισμένες συνθήκες και $c' = 0$	57
2.4	Μέθοδοι ορίων.....	58
2.4.1	Εισαγωγή.....	58
2.4.2	Μέθοδος άνω ορίου.....	59
2.4.2.1	Κινηματικά δυνατοί μηχανισμοί αστοχίας.....	62
2.4.2.2	Διαγράμματα μετατοπίσεων.....	64
2.4.2.3	Υπολογισμός έργου εξωτερικών δυνάμεων.....	67
2.4.2.4	Υπολογισμός έργου τάσεων.....	68
2.4.2.5	Περιοχές πλαστικής παραμόρφωσης.....	70
2.4.3	Μέθοδος κάτω ορίου.....	73
2.4.3.1	Υπολογισμός τάσεων εκατέρωθεν μιας εντατικής ασυνέχειας.....	76
2.4.3.2	Προσδιορισμός του βέλτιστου εντατικού πεδίου.....	81
2.4.3.3	Περιοχές μεταβαλλόμενων τάσεων.....	86
2.4.4	Τυπικές εφαρμογές.....	89
2.4.4.1	Οριακό φορτίο επιφανειακής θεμελίωσης για αστράγγιστες συνθήκες.....	89
2.4.4.2	Οριακό φορτίο επιφανειακής θεμελίωσης για στραγγισμένες συνθήκες.....	97
2.4.4.3	Οριακό βάθος κατακόρυφης εκσκαφής σε αργιλικό έδαφος.....	102
2.5	Μέθοδος εντατικού πεδίου.....	109
2.5.1	Περιγραφή της μεθόδου.....	109
2.5.2	Περίπτωση κριτηρίου αστοχίας Tresca.....	111
2.5.3	Περίπτωση κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb.....	116
2.5.4	Τυπικές εφαρμογές.....	119
2.5.4.1	Οριακό φορτίο επιφανειακής θεμελίωσης για αστράγγιστες συνθήκες.....	119
2.5.4.2	Οριακό φορτίο επιφανειακής θεμελίωσης για στραγγισμένες συνθήκες.....	121
	Παραδείγματα.....	126
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	
	Η εφαρμογή της μεθόδου των χαρακτηριστικών στις διαφορικές εξισώσεις εντατικού πεδίου για τα κριτήρια αστοχίας Tresca και Mohr-Coulomb.....	157

Κεφάλαιο 3**Ωθήσεις του Εδάφους**

3.1	Εισαγωγή.....	165
3.2	Πλευρικές τάσεις και ωθήσεις του εδάφους.....	165
3.3	Τάσεις στην κατάσταση ηρεμίας.....	169
3.4	Ενεργητικές και παθητικές τάσεις.....	174
3.4.1	Εισαγωγή.....	174
3.4.2	Θεωρία Rankine.....	175
3.4.2.1	Στραγγισμένες συνθήκες.....	176
3.4.2.2	Αστράγγιστες συνθήκες.....	182
3.4.2.3	Περιορισμοί της θεωρίας Rankine.....	183
3.4.3	Μέθοδος οριακής ισοροπίας.....	185
3.4.3.1	Θεωρία Coulomb.....	185
3.4.3.2	Περιορισμοί της θεωρίας Coulomb – Γενικές λύσεις οριακής ισοροπίας.....	190
3.4.4	Μέθοδος λογαριθμικής σπείρας.....	193
3.4.5	Ωθήσεις κατά τον Ευρωκώδικα 7.....	195
3.4.5.1	Πλήρως στραγγισμένες συνθήκες.....	195
3.4.5.2	Αστράγγιστες συνθήκες.....	197
3.5	Επιρροή του υπόγειου νερού στις ωθήσεις.....	197
3.6	Ωθήσεις λόγω επιφορτίσεων.....	201
3.6.1	Αμετακίνητη αντιστήριξη.....	201
3.6.1.1	Μεμονωμένο φορτίο.....	202
3.6.1.2	Γραμμικό φορτίο άπειρου μήκους.....	202
3.6.1.3	Ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο.....	203
3.6.2	Αντιστήριξη με δυνατότητα μετακίνησης.....	204
3.6.2.1	Γραμμικό φορτίο άπειρου μήκους.....	204
3.6.2.2	Ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο άπειρου μήκους.....	205
3.6.2.3	Φορτία πεπερασμένου μήκους.....	205
3.7	Τυπικές εφαρμογές της θεωρίας ωθήσεων.....	206
3.7.1	Τοίχος βαρύτητας.....	207
3.7.2	Τοίχος οπλισμένου σκυροδέματος.....	208
3.7.3	Εύκαμπτο πέτασμα.....	209
3.7.4	Εύκαμπτο πέτασμα με μία αγκύρωση ή αντηρίδα.....	211
3.7.5	Πέτασμα με πολλαπλές αντηρίδες.....	212
3.8	Ωθήσεις σχεδιασμού σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 7.....	215
3.8.1	Τοίχος οπλισμένου σκυροδέματος.....	216
3.8.2	Διαφραγματικός τοίχος.....	218
3.8.3	Διαφραγματικός τοίχος με μία αντηρίδα.....	219
	Παραδείγματα.....	220

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Νομογραφήματα του Ευρωκώδικα 7 για τον προσδιορισμό των συντελεστών ενεργητικών και παθητικών ωθήσεων (οριζόντιες συνιστώσες) ...239

Κεφάλαιο 4**Ευστάθεια Πρανών**

4.1	Εισαγωγή	245
4.2	Μηχανισμός κυκλικής αστοχίας	248
4.2.1	Αστράγγιστες συνθήκες	249
4.2.2	Στραγγισμένες συνθήκες.....	253
4.2.2.1	Μέθοδος Fellenius	256
4.2.2.2	Απλοποιημένη μέθοδος Bishop.....	256
4.3	Μηχανισμός σύνθετης επιφάνειας αστοχίας.....	259
4.4	Πρανές άπειρου μήκους	260
4.4.1	Αστράγγιστες συνθήκες	261
4.4.2	Στραγγισμένες συνθήκες χωρίς υπόγειο υδροφορέα	262
4.4.3	Στραγγισμένες συνθήκες με ροή παράλληλη στην επιφάνεια	263
4.5	Επίπεδη ολίσθηση πεπερασμένου μήκους	265
4.5.1	Αστράγγιστες συνθήκες	266
4.5.2	Στραγγισμένες συνθήκες.....	267
4.6	Έλεγχος ευστάθειας πρανούς με τον Ευρωκώδικα 7	267
	Παραδείγματα	269

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Νομογραφήματα προσδιορισμού των συντελεστών ευστάθειας m και n της μεθόδου Bishop and Morgenstern.....281

Κεφάλαιο 5**Φέρουσα Ικανότητα Επιφανειακών Θεμελιώσεων**

5.1	Εισαγωγή	295
5.2	Φέρουσα ικανότητα θεμελίωσης άπειρου μήκους	299
5.3	Γενική εξίσωση φέρουσας ικανότητας	303
5.4	Φέρουσα ικανότητα για αστράγγιστη φόρτιση	306
5.4.1	Επιρροή της στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα.....	306
5.4.2	Επιρροή του σχήματος της θεμελίωσης.....	308
5.4.3	Επιρροή της κλίσης του φορτίου	308

5.4.4	Επιρροή της κλίσης της βάσης του θεμελίου	309
5.4.5	Επιρροή της κλίσης του εδάφους	310
5.4.6	Επιρροή του βάθους θεμελίωσης	311
5.4.7	Επιρροή της αύξησης της αστράγγιστης διατμητικής αντοχής με το βάθος	312
5.4.8	Επιρροή της προφόρτισης αργιλικών εδαφών	313
5.5	Φέρουσα ικανότητα για στραγγισμένη φόρτιση	315
5.5.1	Επιρροή της στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα	316
5.5.2	Επιρροή του σχήματος της θεμελίωσης	317
5.5.3	Επιρροή της κλίσης του φορτίου	317
5.5.4	Επιρροή της κλίσης της βάσης της θεμελίωσης	319
5.5.5	Επιρροή της κλίσης του εδάφους	320
5.5.6	Επιρροή του βάθους θεμελίωσης	320
5.6	Διαγράμματα αλληλεπίδρασης φορτίων αστοχίας ($V_u - H_u - M_u$)	321
5.6.1	Αστράγγιστη φόρτιση	321
5.6.1.1	Κεκλιμένο κεντρικό φορτίο	321
5.6.1.2	Κατακόρυφο έκκεντρο φορτίο	322
5.6.1.3	Κεκλιμένο έκκεντρο φορτίο	323
5.6.2	Στραγγισμένη φόρτιση	324
5.6.2.1	Κεκλιμένο κεντρικό φορτίο	324
5.6.2.2	Κατακόρυφο έκκεντρο φορτίο	325
5.6.2.3	Κεκλιμένο έκκεντρο φορτίο	326
5.7	Φέρουσα ικανότητα πολυστρωματικού εδάφους	327
5.7.1	Μέθοδοι γενικής αστοχίας	327
5.7.1.1	Μέθοδος DIN4017	327
5.7.1.2	Μέθοδος Myslivec - Kysela	331
5.7.1.3	Μέθοδος Vesic	333
5.7.2	Μέθοδοι διάτρησης	334
5.7.2.1	Μέθοδος Meyerhof - Hanna	334
5.7.2.2	Μέθοδος κατανομής 30°	338
5.7.2.3	Μέθοδος DIN4017 (2006)	339
5.7.2.4	Μέθοδος Brown-Meyerhof	340
5.8	Φέρουσα ικανότητα θεμελίωσης σε πρανές	341
5.8.1	Στραγγισμένη φόρτιση ($\phi = \phi'$, $c = 0$)	342
5.8.1.1	Μέθοδος Meyerhof	342
5.8.1.2	Μέθοδος Garnier	342
5.8.2	Αστράγγιστη φόρτιση ($c = c_u$, $\phi = 0$)	346
5.9	Έλεγχος επάρκειας επιφανειακής θεμελίωσης	347
5.9.1	Μέθοδος επιτρεπόμενης τάσης	348
5.9.2	Μέθοδος των επιμέρους συντελεστών ασφαλείας	349
	Παραδείγματα	353

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Σχέσεις υπολογισμού της φέρουσας ικανότητας επιφανειακών θεμελιώσεων

• Ευρωκώδικας 7 (2004)	388
• DIN4017 (2006)	389
• Meyerhof (1953, 1963)	390
• Hansen (1970)	391
• Vesic (1975)	393

Κεφάλαιο 6**Αξονική Φέρουσα Ικανότητα Πασσάλων**

6.1 Εισαγωγή	395
6.2 Φέρουσα ικανότητα μεμονωμένου πασσάλου	397
6.2.1 Εισαγωγή	397
6.2.2 Αμμώδη εδάφη	399
6.2.3 Αργιλικά εδάφη	404
6.3 Κανονισμοί	408
6.3.1 Γερμανικός κανονισμός DIN4014 για φρεατοπασσάλους	408
6.3.2 Αμερικανικές οδηγίες FHWA (1999) για φρεατοπασσάλους	410
6.3.3 Αμερικανικές οδηγίες AASHTO (2004) για φρεατοπασσάλους	412
6.3.4 Αμερικανικές οδηγίες DOD (2005)	413
6.3.5 Αμερικανικές οδηγίες API (1993) για πασσάλους έμπηξης	414
6.4 Φέρουσα ικανότητα ομάδας πασσάλων	416
6.4.1 Συμπεριφορά της ομάδας	416
6.4.2 Υπολογισμός φέρουσας ικανότητας ομάδας πασσάλων	420
6.4.2.1 Αιχμή σε αργιλικό έδαφος	420
6.4.2.2 Αιχμή σε αμμώδες έδαφος	421
6.5 Έλεγχος επάρκειας πασσάλου για αξονική φόρτιση	423
6.5.1 Μέθοδος συνολικού συντελεστή ασφαλείας (επιτρεπόμενο φορτίο πασσάλου)	423
6.5.2 Μέθοδος επιμέρους συντελεστών ασφαλείας – ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑΣ 7	425
<i>Παραδείγματα</i>	430
Βιβλιογραφία	447



1

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

Στοιχεία Μηχανικής Συμπεριφοράς του Εδάφους

1.1 Εισαγωγή

Το έδαφος είναι ένα τριφασικό υλικό με έντονα μη-γραμμική συμπεριφορά, που αποτελείται από στερεά σωματίδια (στερεά φάση) και κενά πληρωμένα με νερό (υγρή φάση) και αέρα (αέρια φάση). Η κλασική εδαφομηχανική εξετάζει τις δύο οριακές καταστάσεις του εδάφους, δηλαδή το πλήρως κορεσμένο και το ξηρό έδαφος, στις οποίες τα κενά είναι πληρωμένα μόνο με νερό ή μόνο με αέρα, αντίστοιχα. Η μηχανική συμπεριφορά των εδαφών στα οποία συνυπάρχουν η υγρή και η αέρια φάση αποτελεί ειδικό κλάδο της εδαφομηχανικής, την εδαφομηχανική των ακόρεστων εδαφών.

Η θεωρητική προσέγγιση της μηχανικής συμπεριφοράς σωμάτων τα οποία, όπως το έδαφος, αποτελούνται από διακριτά στερεά σωματίδια, θα μπορούσε να επιτευχθεί με τη μηχανική διακριτού μέσου (*particulate mechanics*). Εντούτοις, λόγω της πολυπλοκότητας αυτής της προσέγγισης, η εφαρμογή της περιορίζεται μέχρι στιγμής στην προσομοίωση της συμπεριφοράς εδαφικών δειγμάτων κατά τη διάρκεια εργαστηριακών δοκιμών. Συνήθως το έδαφος θεωρείται ως ένα συνεχές υλικό και εφαρμόζονται οι αρχές της μηχανικής συνεχούς μέσου (*continuum mechanics*). Έτσι, είναι δυνατός ο προσδιορισμός των τάσεων, των παραμορφώσεων και των μετακινήσεων σε γεωτεχνικά έργα, όπως θεμελιώσεις, αντιστηρίξεις, εκσκαφές κ.λπ.

Στο κεφάλαιο αυτό δίνεται ο ορισμός των τάσεων και των παραμορφώσεων στο έδαφος, θεωρούμενο ως συνεχές μέσο, και περιγράφονται τα βασικά χαρακτηριστικά της διατμητικής αντοχής και των σχέσεων τάσεων - παραμορφώσεων πλήρως κορεσμένων και ξηρών εδαφικών υλικών. Επίσης παρουσιάζονται δύο απλά ελαστοπλαστικά καταστατικά μοντέλα προσομοίωσης της μηχανικής συμπεριφοράς του εδάφους.

1.2 Τάσεις στο έδαφος

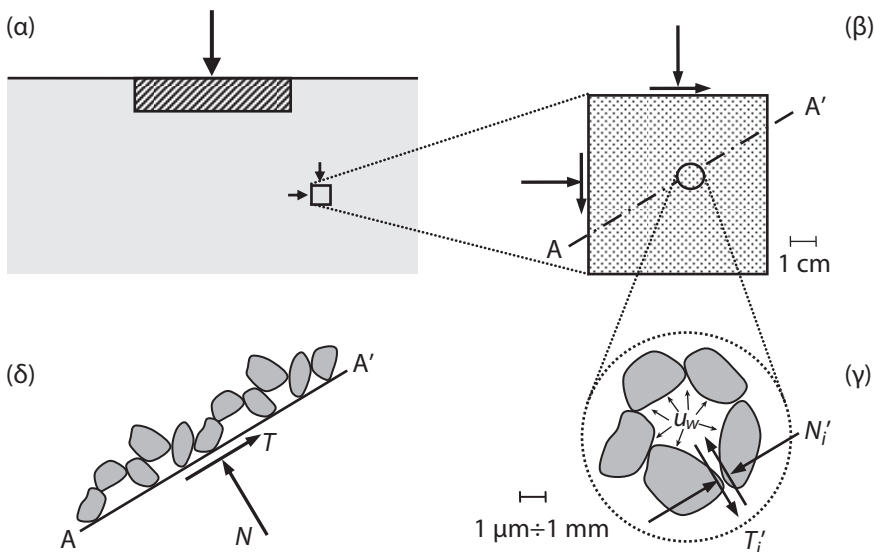
1.2.1 Ολικές τάσεις, ενεργές τάσεις, πίεση του νερού των πόρων

Στο Σχήμα 1.1α φαίνεται μία εδαφική τομή και η θεμελίωση μίας κατασκευής στην επιφάνεια του εδάφους. Λόγω του ίδιου βάρους του εδάφους και των εξωτερικών φορτίων, σε κάθε στοιχειώδες εδαφικό τμήμα ασκούνται ορθά και διατμητικά φορτία (Σχήμα 1.1β). Τα φορτία αυτά μεταδίδονται στο έδαφος μέσω των σημείων επαφής γειτονικών εδαφικών σωματιδίων με την ανάπτυξη ορθών N'_i και διατμητικών T'_i δυνάμεων, όπως φαίνεται στη μικροκλίμακα του Σχήματος 1.1γ.

Ας θεωρήσουμε ένα επίπεδο AA' (Σχήμα 1.1δ), το οποίο διέρχεται μόνο από κενά του εδάφους και σημεία επαφής εδαφικών σωματιδίων. Στην περίπτωση ξηρού εδάφους, η συνολική ορθή δύναμη N που αναπτύσσεται στο επίπεδο αυτό είναι ίση προς το άθροισμα των ορθών δυνάμεων N'_i και η συνολική διατμητική δύναμη T είναι ίση προς το άθροισμα των αντίστοιχων διατμητικών δυνάμεων T'_i :

$$N = \sum N'_i \quad \text{και} \quad T = \sum T'_i \quad (1.1)$$

Στην περίπτωση πλήρως κορεσμένου εδάφους, στα εδαφικά σωματίδια ασκείται επιπλέον η ισότροπη πίεση u_w του νερού των πόρων (Σχήμα 1.1γ). Η



Σχήμα 1.1: Μετάδοση φορτίων - Τάσεις στο έδαφος.

πίεση αυτή είναι κάθετη προς κάθε επιφάνεια και επομένως και στην επιφάνεια AA' . Έτσι, η συνολική ορθή δύναμη N που ασκείται στην επιφάνεια AA' είναι ίση προς:

$$N = \sum N'_i + U_w = \sum N'_i + u_w A \quad (1.2)$$

όπου A το εμβαδόν της επιφάνειας που ορίζεται από την τομή του επιπέδου AA' με το στοιχειώδες εδαφικό τμήμα του Σχήματος 1.1β και U_w η συνολική δύναμη του νερού στην επιφάνεια αυτή.

Αντίθετα προς την ορθή δύναμη, η συνολική διατμητική δύναμη T δεν επηρεάζεται από την παρουσία νερού στα κενά του εδάφους και είναι ίδια στο ξηρό και στο κορεσμένο έδαφος.

Όπως προαναφέρθηκε, για την επίλυση προβλημάτων γεωτεχνικής μηχανικής το ασυνεχές εδαφικό υλικό θεωρείται ως ένα ιδεατό συνεχές μέσο και εφαρμόζονται οι εξισώσεις της μηχανικής συνεχούς μέσου. Σε κάθε σημείο ενός τυχαίου επιπέδου (π.χ. το επίπεδο AA') η ορθή ολική τάση σ_n και η διατμητική τάση τ ορίζονται ως εξής :

$$\sigma_n = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{N}{A} \quad \text{και} \quad \tau = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{T}{A} \quad (1.3)$$

Όπως προκύπτει από τη Σχέση (1.2), ένα μέρος της ορθής δύναμης N μεταφέρεται μέσω του εδαφικού σκελετού και το υπόλοιπο μέσω του νερού των πόρων. Κατ' αντιστοιχία, στο ιδεατό συνεχές μέσο, η ορθή τάση σ'_n που αφορά στα φορτία που μεταφέρονται μέσω του εδαφικού σκελετού, ορίζεται ως $\sigma'_n = \lim_{A \rightarrow 0} \sum N'_i / A$ και ονομάζεται **ενεργός τάση**. Έτσι :

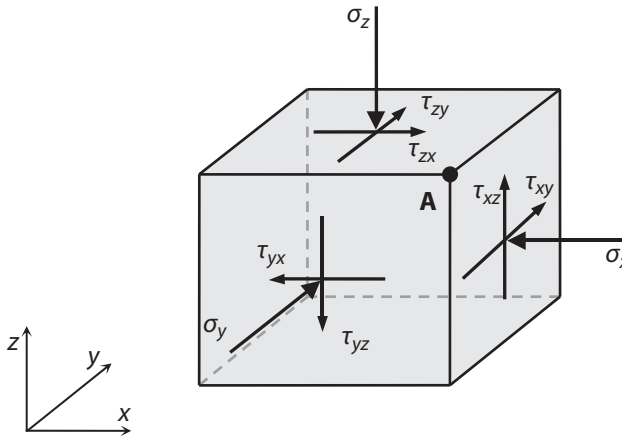
$$\sigma'_n = \sigma_n - u_w \quad (1.4)$$

Σύμφωνα με την **αρχή της ενεργού τάσης**, όπως αυτή διατυπώθηκε από τον Terzaghi (1923), η μηχανική συμπεριφορά του εδάφους (παραμορφώσεις, διατμητική αντοχή, κλπ) εξαρτάται αποκλειστικά από τις ενεργές τάσεις.

1.2.2 Ανάλυση τάσεων

1.2.2.1 Τριδιάστατες τάσεις

Σύμφωνα με τη μηχανική συνεχούς μέσου, η εντατική κατάσταση του εδάφους σε ένα σημείο A (Σχήμα 1.2) ορίζεται πλήρως από τον ταυνοστή των τάσεων, που επιτρέπει τον υπολογισμό των τάσεων σε οποιοδήποτε επίπεδο διέρχεται από το σημείο αυτό.



Σχήμα 1.2: Τανυστές τάσεων σε Σημείο A.

Με βάση τον ορισμό της ενεργού τάσης, στην εδαφομηχανική ορίζονται οι ακόλουθοι τρεις τανυστές τάσεων:

- ο τανυστής των ολικών τάσεων:

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

- ο τανυστής των ενεργών τάσεων:

$$\boldsymbol{\sigma}'_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma'_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma'_z \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

- ο τανυστής της πίεσης του νερού των πόρων:

$$\mathbf{u}_w = \begin{bmatrix} u_w & 0 & 0 \\ 0 & u_w & 0 \\ 0 & 0 & u_w \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Σύμφωνα με την Εξίσωση (1.4) ισχύει :

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = \boldsymbol{\sigma}'_{ij} + \mathbf{u}_w \quad (1.8)$$

Οι τανυστές των ολικών και ενεργών τάσεων περιέχουν εννέα (9) τάσεις. Για να εξασφαλιστεί η ισορροπία των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα στοιχειώδες παραλληλεπίπεδο πρέπει να ισχύει $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ (συνθήκη Cauchy) και επομένως, οι τάσεις που τελικά απαιτούνται για τον προσδιορισμό κάθε τανυστή είναι μόνο έξι (6).

Το διάνυσμα \vec{t} της ολικής τάσης, που ασκείται σε ένα τυχαίο επίπεδο διερχόμενο από το σημείο A, υπολογίζεται από τον τανυστή της τάσης στο σημείο αυτό ως εξής:

$$\vec{t} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \vec{t} = \sigma_{ij} \cdot \vec{n} \quad (1.9)$$

όπου \vec{n} το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια.

Η τάση \vec{t} αναλύεται στην ορθή ολική τάση σ_n :

$$\sigma_n = \sigma_x n_x^2 + \sigma_y n_y^2 + \sigma_z n_z^2 + 2\tau_{xy} n_x n_y + 2\tau_{xz} n_x n_z + 2\tau_{yz} n_z n_y \quad (1.10)$$

και τη διατμητική τάση τ :

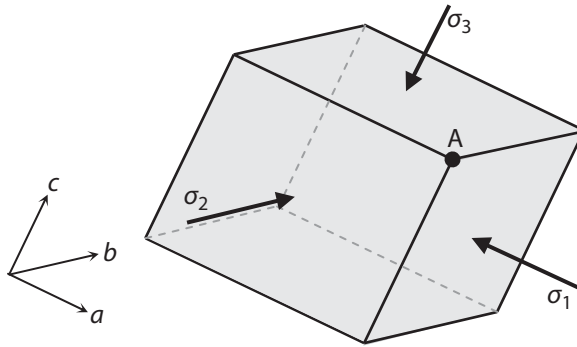
$$\tau = \sqrt{t_x^2 + t_y^2 + t_z^2 - \sigma_n^2} \quad (1.11)$$

Στον τριδιάστατο χώρο υπάρχουν τρία κάθετα μεταξύ τους επίπεδα στα οποία η διατμητική τάση είναι μηδέν. Τα επίπεδα αυτά ονομάζονται **κύρια επίπεδα**. Οι ορθές ολικές τάσεις που ασκούνται σε αυτά ονομάζονται **κύριες ολικές τάσεις** και συμβολίζονται σ_1 , σ_2 και σ_3 , όπου $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Στο σύστημα συντεταγμένων που αντιστοιχεί στις διευθύνσεις των κύριων τάσεων (Σχήμα 1.3), ο τανυστής της τάσης παίρνει τη μορφή:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Αντίστοιχα, οι **κύριες ενεργές τάσεις** δίνονται από τη σχέση:

$$\sigma' = \begin{bmatrix} \sigma'_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma'_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_w & 0 & 0 \\ 0 & u_w & 0 \\ 0 & 0 & u_w \end{bmatrix} \quad (1.13)$$



Σχήμα 1.3: Κύριες τάσεις και κύρια επίπεδα στο Σημείο A.

1.2.2.2 Διδιάστατες τάσεις – Κύκλος Mohr των τάσεων

Όπως θα φανεί σε επόμενη παράγραφο, σε πολλά προβλήματα της εδαφομηχανικής είναι δυνατόν να αγνοηθεί μία από τις τρεις διαστάσεις του προβλήματος. Η διδιάστατη εντατική κατάσταση σε ένα σημείο φαίνεται στο Σχήμα 1.4. Ο τανυστής των τάσεων στην περίπτωση αυτή έχει τέσσερις όρους σ_x , σ_z , τ_{xz} και τ_{zx} ($=\tau_{xz}$). Από το Σχήμα 1.4 προκύπτει ότι η ορθή τάση σ_n και η διατμητική τάση τ σε ένα τυχαίο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο A με κλίση α ως προς την οριζόντιο δίνονται από τις σχέσεις:

$$\sigma_n = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_z \cos^2 \alpha - \tau_{zx} \sin 2\alpha \quad (1.14)$$

$$\tau = -\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \sin 2\alpha + \tau_{zx} \cos 2\alpha \quad (1.15)$$

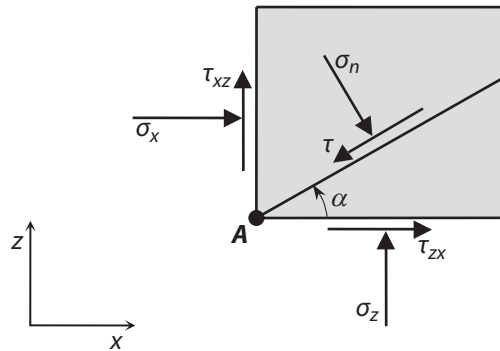
όπου οι τάσεις σ_x , σ_z και $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, όπως εμφανίζονται στο Σχήμα 1.4, έχουν θετικό πρόσημο στο σύστημα αξόνων $x-z$.

Η κλίση των κύριων επιπέδων, δηλαδή των επιπέδων όπου η διατμητική τάση είναι μηδέν ($\tau=0$) και η ορθή τάση σ_n είναι μέγιστη ή ελάχιστη, προκύπτει με παραγωγή της Σχέσης (1.14) ως προς α ή απλούστερα, θέτοντας $\tau=0$ στη Σχέση (1.15), οπότε:

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xz}}{\sigma_x - \sigma_z} \quad (1.16)$$

Επομένως:

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xz}}{\sigma_x - \sigma_z} \right) \quad (1.16a)$$



Σχήμα 1.4: Ορισμός τάσεων στη διδιάστατη εντατική κατάσταση.

$$\text{και } \alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xz}}{\sigma_x - \sigma_z} \right) \quad (1.16\beta)$$

Η κλίση του επιπέδου της μέγιστης κύριας τάσης συμβολίζεται με θ .

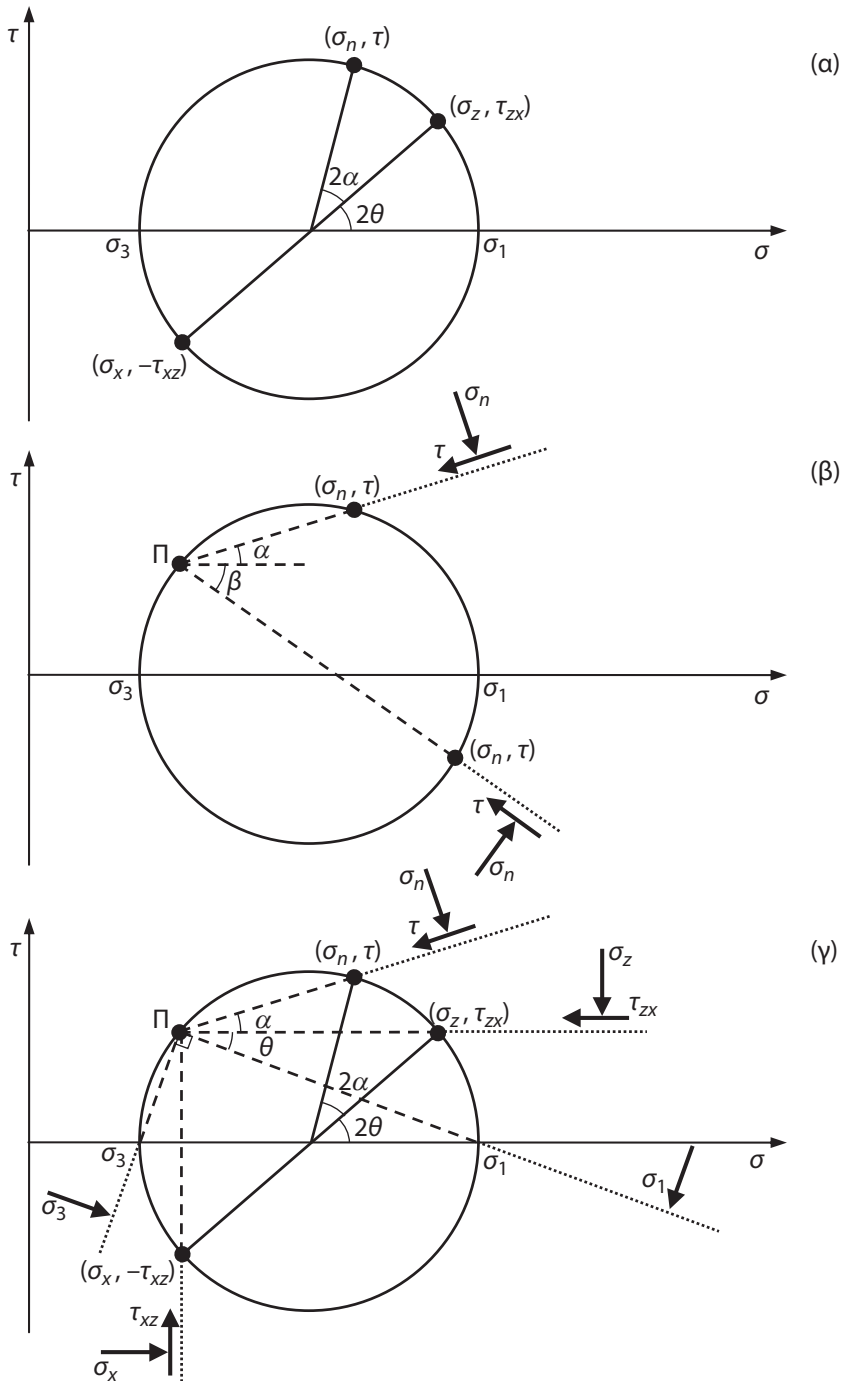
Από την αντικατάσταση των δύο ριζών της Εξίσωσης (1.16) στην (1.14) προκύπτουν οι κύριες τάσεις σ_1 (μέγιστη) και σ_3 (ελάχιστη) :

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2} \quad (1.17)$$

Η γραφική παράσταση των Εξισώσεων (1.14) και (1.15) σε άξονες σ - τ είναι ένας κύκλος, που ονομάζεται **κύκλος Mohr** των τάσεων (Σχήμα 1.5). Κάθε σημείο του κύκλου (σ_n, τ) αντιστοιχεί σε επίπεδο διαφορετικής κλίσης α . Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.5α, η ακτίνα που αντιστοιχεί σε ένα τυχαίο σημείο (σ_n, τ) σχηματίζει γωνία 2α με την ακτίνα που αντιστοιχεί στο σημείο (σ_z, τ_{zx}) , δηλαδή στις τάσεις που ασκούνται στο οριζόντιο επίπεδο. Για $\alpha = 0$ η διατμητική τάση τ γίνεται ίση προς την τ_{zx} και σύμφωνα με το Σχήμα 1.4 είναι αριστερόστροφη. Η τάση αυτή στο σύστημα αξόνων σ - τ του κύκλου Mohr είναι θετική, καθώς κατά τη σχεδίαση του κύκλου Mohr των τάσεων, **θετικό πρόσημο** έχουν οι διατμητικές τάσεις με **αριστερόστροφη φορά**. Αντίθετα, για $\alpha = 90^\circ$ η αντίστοιχη διατμητική τάση τ_{xz} του Σχήματος 1.4 είναι δεξιόστροφη και επομένως στο σύστημα αξόνων σ - τ του κύκλου Mohr έχει αρνητικό πρόσημο ($\tau = -\tau_{xz}$).

Με τη βοήθεια του κύκλου Mohr των τάσεων ενός σημείου A του εδάφους, είναι εύκολη και παραστατική η συσχέτιση των καρτεσιανών τάσεων σ_x, σ_z και $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ με τις τάσεις σ_n και τ που ασκούνται σε οποιοδήποτε επίπεδο διέρχεται από το Σημείο A, καθώς και με τις κύριες τάσεις σ_1 και σ_3 .

Στις συσχετίσεις αυτές βοηθά η εύρεση ενός σημείου Π, το οποίο ονομάζεται



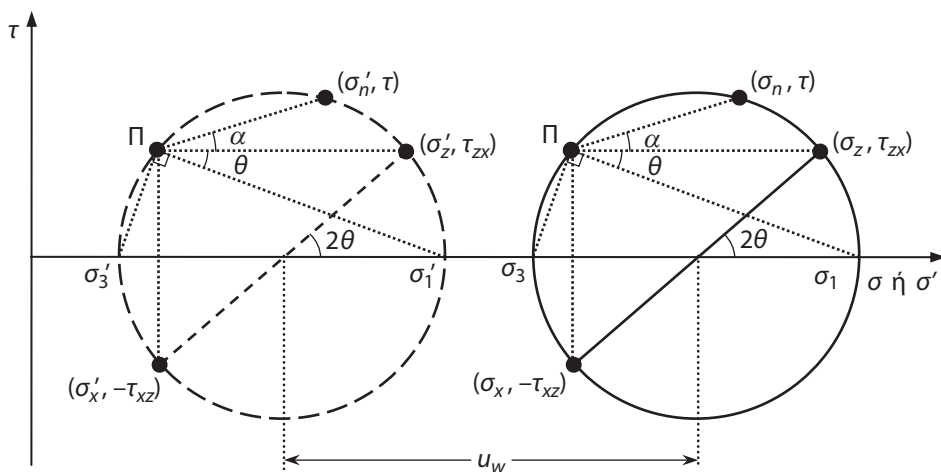
Σχήμα 1.5: Διδιάστατες τάσεις – Κύκλος Mohr των τάσεων.

πόλος του κύκλου Mohr και είναι μοναδικό σε κάθε κύκλο. Ο πόλος είναι το σημείο τομής του κύκλου με την ευθεία που διέρχεται από ένα σημείο γνωστών τάσεων (σ_n, τ) και είναι παράλληλη προς το επίπεδο στο οποίο ασκούνται οι τάσεις αυτές (Σχήμα 1.5β). Για την εύρεση επομένως του πόλου αρκεί να είναι γνωστή η κλίση α του επιπέδου στο οποίο αντιστοιχεί το γνωστό σημείο (σ_n, τ) του κύκλου.

Έχοντας βρει τον πόλο (Π), και δουλεύοντας αντίστροφα, μπορούν να υπολογιστούν οι τάσεις (σ_n, τ) που ασκούνται σε οποιοδήποτε επίπεδο, π.χ. το επίπεδο κλίσης β του Σχήματος 1.5β, απλά φέρνοντας από τον πόλο μια ευθεία με την κλίση του ζητούμενου επιπέδου και βρίσκοντας το σημείο τομής της με τον κύκλο. Με τον ίδιο τρόπο, αν είναι γνωστές οι τάσεις (σ_n, τ) , αλλά όχι η κλίση του επιπέδου στο οποίο ασκούνται, η κλίση αυτή υπολογίζεται εύκολα καθώς είναι ίση προς την κλίση της ευθείας που συνδέει τον πόλο με το γνωστό σημείο (σ_n, τ) του κύκλου.

Αν στο παράδειγμα του Σχήματος 1.5α είναι γνωστές οι τάσεις σ_x, σ_z και $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, η εύρεση του πόλου Π επιτυγχάνεται φέρνοντας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.5γ, μία οριζόντια ευθεία από το σημείο (σ_z, τ_{zx}) ή μία κατακόρυφη ευθεία από το σημείο $(\sigma_x, -\tau_{xz})$. Έχοντας βρει τον πόλο (Π) μπορούν εύκολα να υπολογιστούν οι τάσεις (σ_n, τ) σε ένα τυχαίο επίπεδο κλίσης α και οι κλίσεις θ και $\theta + \pi/2$ των κύριων επιπέδων, οι οποίες είναι ίσες προς τις κλίσεις των δύο ευθειών που ενώνουν τον πόλο (Π) με τα δύο σημεία $(\sigma_1, 0)$ και $(\sigma_3, 0)$ του κύκλου, αντίστοιχα.

Η παραπάνω περιγραφή του κύκλου Mohr των τάσεων και των χαρακτηριστικών του, ισχύει τόσο για τις ενεργές όσο και για τις ολικές τάσεις. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.6, ο κύκλος Mohr των ενεργών τάσεων έχει την ίδια διάμετρο



Σχήμα 1.6: Κύκλοι Mohr των ενεργών και ολικών τάσεων.

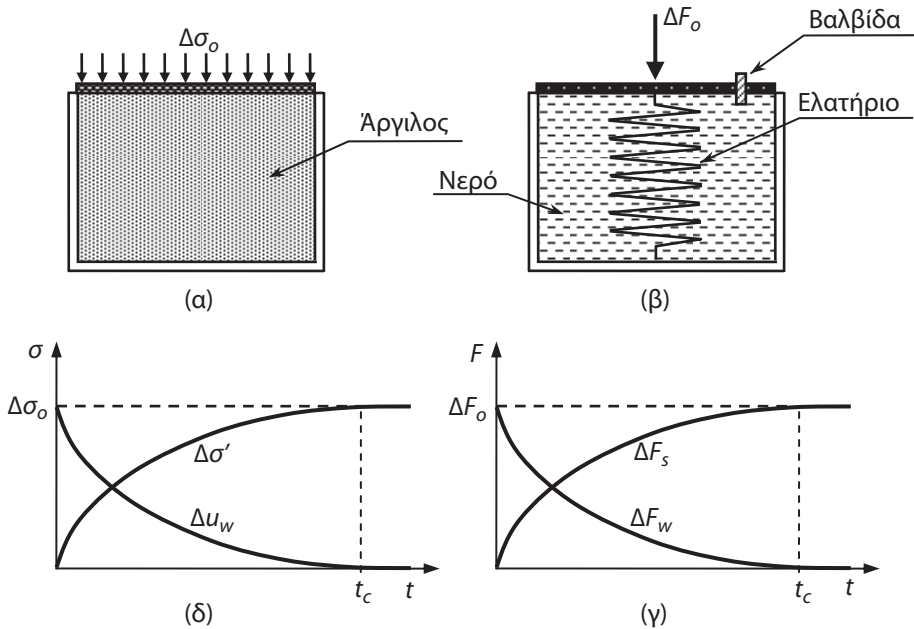
και χαρακτηριστικά με τον κύκλο Mohr των ολικών τάσεων και διαφέρει μόνο ως προς τη θέση του στον άξονα των ορθών τάσεων. Σύμφωνα με τη Σχέση (1.4) η απόσταση των δύο κύκλων είναι ίση προς την πίεση u_w του νερού των πόρων.

1.2.3 Μεταβολή των τάσεων

1.2.3.1 Στραγγισμένες - αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης

Σε όλα τα γεωτεχνικά προβλήματα η φόρτιση προκαλεί άμεση μεταβολή των ολικών τάσεων σε κάθε σημείο του εδάφους. Η μεταβολή του όγκου του εδάφους και των ενεργών τάσεων εξαρτάται από τον ρυθμό επιβολής του φορτίου και τη διαπερατότητα k του εδάφους. Για ένα πλήρως κορεσμένο έδαφος η μεταβολή του όγκου του είναι ίση προς τον όγκο του νερού που εκρέει ή εισρέει. Όταν ο ρυθμός φόρτισης είναι βραδύς ή/και η διαπερατότητα του εδάφους είναι μεγάλη, η εκροή/εισροή νερού γίνεται ανεμπόδιστα, η πίεση του νερού των πόρων δεν μεταβάλλεται και κατά συνέπεια η μεταβολή των ενεργών τάσεων είναι ίση προς τη μεταβολή των ολικών τάσεων. Αυτές οι συνθήκες φόρτισης ονομάζονται **πλήρως στραγγισμένες**. Αντίθετα, όταν η φόρτιση επιβάλλεται γρήγορα και η διαπερατότητα του εδάφους είναι μικρή, η εκροή/εισροή νερού απαιτεί μεγάλο χρονικό διάστημα. Αρχικά ο όγκος του εδάφους δεν μπορεί να μεταβληθεί, αναπτύσσονται υπερπίεσεις του νερού των πόρων και κατά συνέπεια η μεταβολή των ενεργών τάσεων δεν είναι ίση προς τη μεταβολή των ολικών τάσεων. Οι συνθήκες αυτές φόρτισης ονομάζονται **αστράγγιστες**. Με την πάροδο του χρόνου, οι υπερπίεσεις εκτονώνονται σταδιακά μέχρις ότου επικρατήσουν πλήρως στραγγισμένες συνθήκες. Γενικά, για συνήθεις φορτίσεις, οι συνθήκες φόρτισης είναι πάντοτε πλήρως στραγγισμένες στα χονδρόκοκκα εδάφη, ενώ στα αργιλικά εδάφη είναι αστράγγιστες βραχυπρόθεσμα και πλήρως στραγγισμένες μακροπρόθεσμα.

Για να γίνει καλύτερα κατανοητή η διαφορά ανάμεσα στις πλήρως στραγγισμένες και αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης θα μελετηθεί το παράδειγμα της μονοδιάστατης φόρτισης ενός αργιλικού εδαφικού στοιχείου και ένα μηχανικό ανάλογο της. Στο Σχήμα 1.7α φαίνεται ένα εδαφικό στοιχείο τοποθετημένο σε ένα δοχείο με άκαμπτα τοιχώματα, που δεν επιτρέπουν την πλευρική παραμόρφωση του στοιχείου. Η φόρτιση επιβάλλεται στην επιφάνεια του εδάφους μέσω ενός πορώδους λίθου που επιτρέπει την εκροή νερού. Στο Σχήμα 1.7β φαίνεται το μηχανικό ανάλογο αποτελούμενο από ένα δοχείο γεμάτο με νερό, στη βάση του οποίου είναι στερεωμένο ένα ελατήριο. Το ελατήριο καταλήγει σε έναν άκαμπτο δίσκο με μια βαλβίδα για τον έλεγχο της εκροής νερού. Στο μηχανικό ανάλογο, το ελατήριο αντιπροσωπεύει τον εδαφικό σκελετό, το νερό του δοχείου το νερό των πόρων του εδάφους και το άνοιγμα της βαλβίδας τη διαπερατότητα του εδάφους.



Σχήμα 1.7: Μεταβολή της ενεργού τάσης και της πίεσης του νερού των πόρων λόγω μεταβολής της ολικής τάσης – μηχανικό ανάλογο.

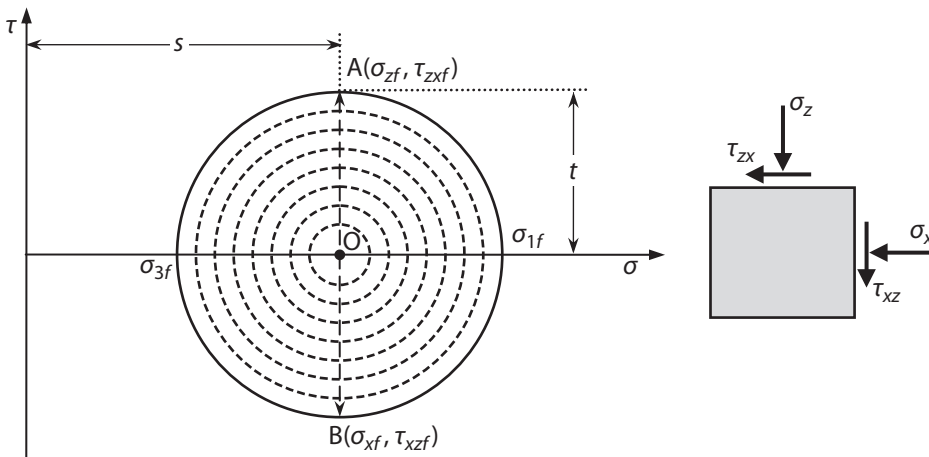
Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκείται στον πορώδη λίθο κατακόρυφη τάση $\Delta\sigma_0$ και στον άκαμπτο δίσκο του μηχανικού αναλόγου φορτίο ΔF_0 με τη βαλβίδα κλειστή. Αμέσως μετά τη φόρτιση, λόγω της κλειστής βαλβίδας ο όγκος του νερού δεν μεταβάλλεται και ο δίσκος δεν μετατοπίζεται. Καθώς η παραλαβή φορτίου από το ελατήριο προϋποθέτει μεταβολή του μήκους του, στο στάδιο αυτό ολόκληρο το φορτίο ΔF παραλαμβάνεται από το νερό με αύξηση της πίεσής του. Στη συνέχεια ανοίγει η βαλβίδα εκροής και ο όγκος του νερού στο δοχείο αρχίζει να μειώνεται με ταυτόχρονη μετατόπιση του δίσκου και παραλαβή μέρος του φορτίου από το ελατήριο. Η αύξηση της δύναμης του ελατηρίου συνοδεύεται από μείωση του ποσοστού του φορτίου που παραλαμβάνεται από το νερό. Μετά από χρόνο t_c , που εξαρτάται από το άνοιγμα της βαλβίδας, η κατακόρυφη μετατόπιση του δίσκου σταματά και το σύνολο του φορτίου παραλαμβάνεται πλέον από το ελατήριο. Η μεταβολή της δύναμης του ελατηρίου ΔF_s και του φορτίου που παραλαμβάνεται από το νερό ΔF_w με το χρόνο φαίνεται στο Σχήμα 1.7γ.

Αντίστοιχα, στο εδαφικό δοκίμιο, όπου η πολύ μικρή διαπερατότητα της αργίλου δεν επιτρέπει την άμεση εκροή του νερού, το σύνολο της επιβαλλόμενης ολικής τάσης $\Delta\sigma_0$ παραλαμβάνεται από το νερό των πόρων με την ανάπτυξη ίσης υπερπίεσης Δu_w . Κατά συνέπεια, η μεταβολή της ενεργού τάσης $\Delta\sigma'$ είναι αρχικά μηδενική. Με την πάροδο του χρόνου η υπερπίεση του νερού

εκτονώνεται λόγω της εκροής νερού μέσω του πορώδους λίθου και μέρος της ολικής τάσης παραλαμβάνεται από τον εδαφικό σκελετό με την αύξηση της ενεργού τάσης. Η διαδικασία αυτή, η οποία ονομάζεται **στερεοποίηση**, ολοκληρώνεται όταν το σύνολο της υπερπίεσης εκτονωθεί, ο όγκος του στοιχείου σταματήσει να μεταβάλλεται και η μεταβολή της ενεργού τάσης γίνει ίση προς τη μεταβολή της ολικής τάσης $\Delta\sigma_o$. Η μεταβολή της ενεργού τάσης και της πίεσης του νερού των πόρων με το χρόνο φαίνεται στο Σχήμα 1.7δ.

1.2.3.2 Διαδρομές τάσεων

Όπως προαναφέρθηκε, η σχεδίαση του κύκλου Mohr των τάσεων είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για την περιγραφή της εντατικής κατάστασης ενός σημείου του εδάφους. Η χρησιμότητα αυτή είναι ωστόσο περιορισμένη όταν οι τάσεις μεταβάλλονται, καθώς σε αυτή την περίπτωση η θέση και το μέγεθος του κύκλου Mohr επίσης μεταβάλλονται. Ενδεικτικά, στο Σχήμα 1.8 φαίνεται η μεταβολή των κύκλων Mohr των ολικών τάσεων ενός εδαφικού στοιχείου κατά τη διάρκεια μίας απλής σχετικά φόρτισης, στην οποία οι διατμητικές τάσεις αυξάνονται ενώ οι ορθές ολικές τάσεις παραμένουν σταθερές και ίσες μεταξύ τους ($\sigma_x = \sigma_z$). Στην αρχή της δοκιμής, οι διατμητικές τάσεις είναι μηδενικές ($\tau_{xz} = \tau_{zx} = 0$), οι ορθές τάσεις ($\sigma_{x0} = \sigma_{z0}$) είναι κύριες τάσεις και ο κύκλος Mohr των τάσεων είναι ένα σημείο στον άξονα των σ (Σημείο O). Στη συνέχεια, με την επιβολή διατμητικών τάσεων $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ στο οριζόντιο και κατακόρυφο επίπεδο, οι ορθές τάσεις δεν είναι πλέον κύριες τάσεις και τα σημεία A(σ_z, τ_{zx}) και B(σ_x, τ_{xz}) του κύκλου Mohr που αντιστοιχούν στα δύο αυτά επίπεδα μετατοπίζονται κατακόρυφα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.8. Η μετατόπιση αυτή λόγω της επιβολής των διατμητικών τάσεων προκαλεί τη σταδιακή διόγκωση του κύκλου Mohr των τάσεων (διακεκομμένοι κύκλοι) μέχρι τον τελικό κύκλο που ορίζεται από τις τελικές τάσεις των σημείων A(σ_{zf}, τ_{zxf}) και



Σχήμα 1.8: Μεταβολή τάσεων σε καθαρή διάτμηση.

$B(\sigma_{xf}, \tau_{xzf})$. Τόσο στον τελικό κύκλο Mohr όσο και στους ενδιάμεσους κύκλους οι κύριες τάσεις δεν ασκούνται στο κατακόρυφο και οριζόντιο επίπεδο.

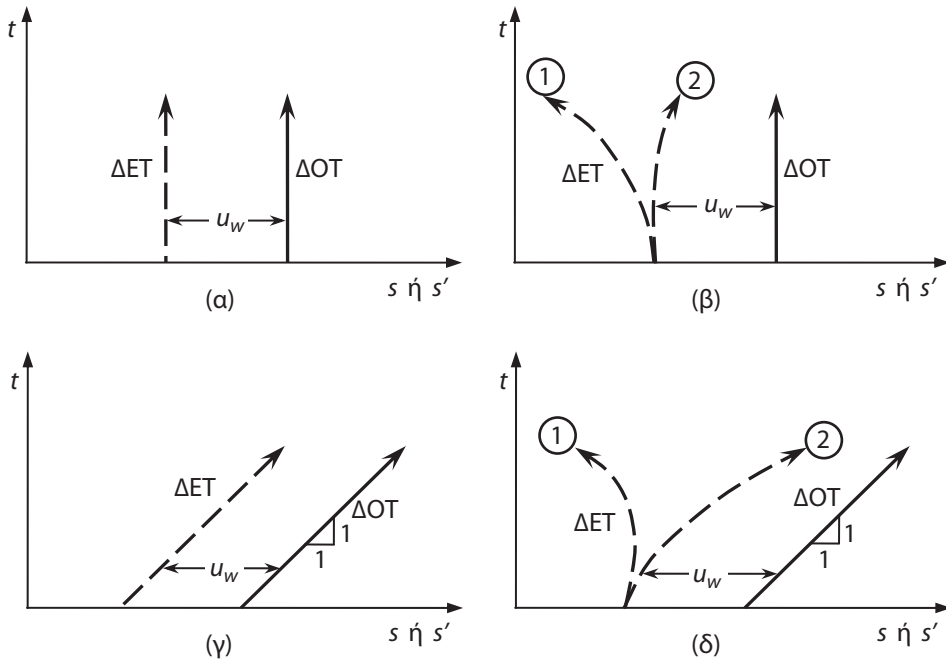
Είναι προφανές ότι ακόμα και σε αυτή την απλούστατη ιδεατή περίπτωση της καθαρής διδιάστατης διάτμησης, η περιγραφή της μεταβολής των τάσεων με τη σχεδίαση διαδοχικών κύκλων Mohr παρουσιάζει μια σχετική δυσκολία. Η σχεδίαση γίνεται πολύ δύσκολη έως αδύνατη όταν οι μεταβολές των τάσεων είναι πιο σύνθετες. Στην περίπτωση του Σχήματος 1.8 η μεταβολή των τάσεων μπορεί να περιγραφεί πιο απλά με τη σχεδίαση της μετατόπισης της κορυφής Α του κύκλου, η οποία έχει συντεταγμένες:

$$s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad \text{και} \quad t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (1.17)$$

Αντικαθιστώντας τους άξονες σ και τ με τους άξονες s και t αντίστοιχα, η γραφική παράσταση της μεταβολής της εντατικής κατάστασης δίνεται από μια γραμμή, η οποία φαίνεται στο Σχήμα 1.9α (συνεχής γραμμή) και ονομάζεται **διαδρομή τάσεων**.

Μια διαδρομή τάσεων μπορεί να περιγράψει τη μεταβολή των ολικών τάσεων, όπως στο παράδειγμα του Σχήματος 1.8, οπότε ονομάζεται διαδρομή ολικών τάσεων ΔΟΤ (συνεχής γραμμή στο Σχήμα 1.9) ή τη μεταβολή των ενεργών τάσεων (αν οι ολικές τάσεις στις Σχέσεις (1.17) αντικατασταθούν με τις αντίστοιχες ενεργές), οπότε ονομάζεται διαδρομή ενεργών τάσεων ΔΕΤ (διακεκομμένη γραμμή). Η οριζόντια απόσταση ανάμεσα στις δύο γραμμές είναι ίση προς την πίεση του νερού των πόρων. Για πλήρως στραγγισμένες συνθήκες οι δύο διαδρομές τάσεων είναι παράλληλες, καθώς δεν μεταβάλλεται η πίεση του νερού των πόρων (Σχήμα 1.9α). Στις αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης, όπως προαναφέρθηκε στην παράγραφο 1.2.3.1, ο όγκος του εδάφους δεν μεταβάλλεται και αυτό έχει ως συνέπεια να μεταβάλλεται η πίεση του νερού των πόρων. Ειδικότερα, η πίεση αυτή αυξάνεται στα κανονικά στερεοποιημένα εδάφη, ενώ στα έντονα υπερστερεοποιημένα μειώνεται, για τους λόγους που αναφέρονται στην επόμενη παράγραφο. Κατά συνέπεια, σε αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης οι διαδρομές των ενεργών τάσεων (ΔΕΤ) του Σχήματος 1.9β αποκλίνουν από τη διαδρομή ολικών τάσεων (ΔΟΤ) για κανονικά στερεοποιημένα εδάφη (διαδρομή 1) και συγκλίνουν προς αυτήν για υπερστερεοποιημένα εδάφη (διαδρομή 2).

Στα Σχήματα 1.9γ και 1.9δ φαίνονται τυπικές διαδρομές τάσεων που αντιστοιχούν σε δοκιμές τριαξονικής φόρτισης για στραγγισμένες και αστράγγιστες συνθήκες, αντίστοιχα. Η ελάχιστη κύρια τάση σ_3 παραμένει σταθερή, ενώ η μέγιστη κύρια τάση σ_1 αυξάνεται σταδιακά με αποτέλεσμα $\Delta t / \Delta s = 1$ και η κλίση της διαδρομής ολικών τάσεων να είναι 45° . Όπως και στην περίπτωση της καθαρής διάτμησης, η διαδρομή των ενεργών τάσεων αποκλίνει από τη διαδρομή των ολικών τάσεων στα κανονικά στερεοποιημένα εδάφη, ενώ στα έντονα υπερστερεοποιημένα συγκλίνει.



Σχήμα 1.9: Διαδρομές τάσεων:
 (α) στραγγισμένη καθαρή διάτμηση,
 (β) αστράγγιστη καθαρή διάτμηση,
 (γ) στραγγισμένη τριαξονική φόρτιση και
 (δ) αστράγγιστη τριαξονική φόρτιση.

Επισημαίνεται ότι, οι διαδρομές τάσεων του Σχήματος 1.9 δεν λαμβάνουν υπόψη την τιμή της ενδιάμεσης κύριας τάσης σ_2 . Στις δοκιμές τριαξονικής φόρτισης, όπου $\sigma_2 = \sigma_3$, οι διαδρομές τάσεων συνήθως παρουσιάζονται στους εναλλακτικούς άξονες p, q (Schofield and Wroth, 1968):

$$p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} \quad \text{και} \quad q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (1.18)$$

Για γενικές τριδιάστατες φορτίσεις όπου περιλαμβάνεται και η τιμή της ενδιάμεσης κύριας τάσης, οι διαδρομές τάσεων παρουσιάζονται σε άξονες p, J (Potts and Zdravković, 1999):

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad \text{και} \quad J = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (1.19)$$

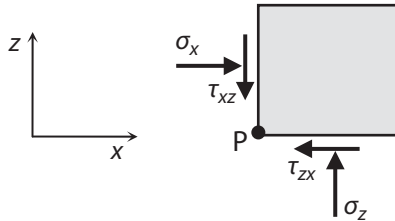
όπου p και J είναι η μέση και η εκτροπική τάση, αντίστοιχα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1.1

Σε ένα σημείο P του εδάφους ασκούνται οι ολικές τάσεις $\sigma_x = 100$ kPa, $\sigma_z = 200$ kPa και $\tau_{xz} = \tau_{zx} = -50$ kPa. Η φορά των τάσεων φαίνεται στο σχήμα. Ζητούνται :

- Να σχεδιαστεί ο κύκλος Mohr των ολικών τάσεων και να σημειωθεί ο πόλος (Π) του κύκλου.
- Να υπολογιστούν οι κύριες ολικές τάσεις, οι κλίσεις των κύριων επιπέδων και οι τάσεις που ασκούνται σε ένα επίπεδο που διέρχεται από το σημείο P με κλίση -30° .



ΛΥΣΗ

α) Για τη σχεδίαση του κύκλου Mohr, οι αριστερόστροφες διατμητικές τάσεις λαμβάνονται ως θετικές. Έτσι, στο διάγραμμα σ - τ του επόμενου σχήματος, το σημείο A ($\sigma_x = 100$ kPa, $\tau_{xz} = 50$ kPa) αντιστοιχεί στις τάσεις που ασκούνται στο κατακόρυφο επίπεδο, ενώ το σημείο B ($\sigma_z = 200$ kPa, $\tau_{zx} = -50$ kPa) στις τάσεις που ασκούνται στο οριζόντιο επίπεδο. Ο κύκλος Mohr διέρχεται τα σημεία A και B. Το κέντρο του K βρίσκεται σε απόσταση s από την αρχή των αξόνων O:

$$s = OK = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} = 150 \text{ kPa}$$

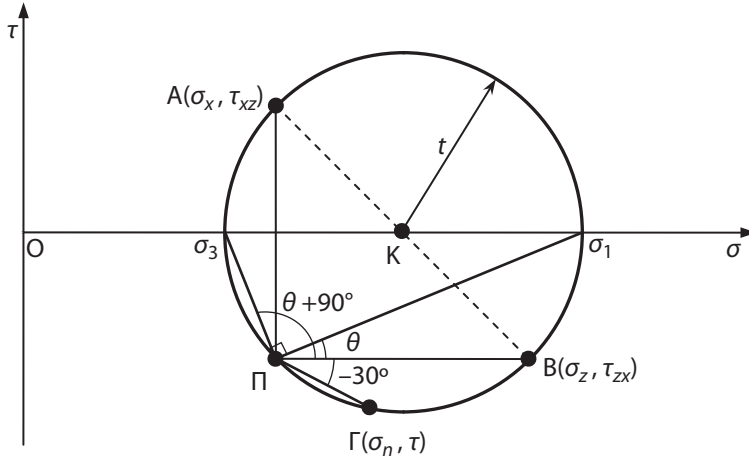
Η ακτίνα t του κύκλου είναι ίση προς:

$$t = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = 70.7 \text{ kPa}$$

Ο πόλος Π προκύπτει από την τομή του κύκλου και της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A και είναι παράλληλη προς το επίπεδο των τάσεων (σ_x , τ_{xz}), δηλαδή το κατακόρυφο επίπεδο. Το ίδιο σημείο προκύπτει από την τομή του

κύκλου με την ευθεία που διέρχεται από το σημείο B και είναι παράλληλη προς το επίπεδο των τάσεων (σ_z, τ_{zx}) , δηλαδή το οριζόντιο επίπεδο.

β) Τα ζητούμενα μεγέθη υπολογίζονται γεωμετρικά με τη βοήθεια του σχήματος.



Κύριες ολικές τάσεις:

$$\sigma_1 = 150 + 70.7 = 220.7 \text{ kPa}$$

$$\sigma_3 = 150 - 70.7 = 79.3 \text{ kPa}$$

Κλίσεις των κύριων επιπέδων:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{50}{220.7 - 100}\right) = 22.5^\circ \quad \text{για τη } \sigma_1$$

$$\theta + 90^\circ = 112.5^\circ \quad \text{για τη } \sigma_3$$

Τάσεις στο επίπεδο με κλίση -30° :

$$\Pi\Gamma = 2 \times 70.7 \times \cos(2 \times 22.5^\circ + 30^\circ) = 36.6 \text{ kPa}$$

$$\sigma_n = 100 + 36.6 \times \cos 30^\circ = 131.7 \text{ kPa}$$

$$\tau = -50 - 36.6 \times \sin 30^\circ = -68.3 \text{ kPa}$$

Παράδειγμα 1.2

Σε διδιάστατο εδαφικό στοιχείο με ενεργό γωνία διατμητικής αντοχής $\phi' = 30^\circ$ και ενεργό συνοχή $c' = 0$, ασκείται αρχικά ισότροπη ολική τάση $\sigma_x = \sigma_z = 150$ kPa και πίεση του νερού των πόρων $u_w = 50$ kPa. Στη συνέχεια η κατακόρυφη τάση σ_z αυξάνει υπό στραγγισμένες συνθήκες μέχρι την αστοχία του στοιχείου. Ζητούνται:

- Να σχεδιαστούν οι κύκλοι Mohr των ενεργών και ολικών τάσεων κατά την αστοχία.
- Να υπολογιστούν οι τάσεις στα επίπεδα αστοχίας και οι κλίσεις αυτών των επιπέδων.
- Να σχεδιαστούν οι διαδρομές των ενεργών (ΔΕΤ) και ολικών τάσεων (ΔΟΤ).

ΛΥΣΗ

Πριν την κατακόρυφη φόρτιση του στοιχείου οι τάσεις σ_x και σ_z είναι κύριες, καθώς δεν αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις στα αντίστοιχα επίπεδα, $\tau_{xz} = \tau_{zx} = 0$.

Οι αρχικές κύριες ολικές τάσεις είναι: $\sigma_1 = \sigma_3 = 150$ kPa

Οι αρχικές κύριες ενεργές τάσεις είναι: $\sigma'_1 = \sigma'_3 = 150 - 50 = 100$ kPa

Καθώς οι αρχικές κύριες τάσεις είναι ίσες, οι αρχικοί κύκλοι Mohr στα διαγράμματα $\sigma - \tau$ και $\sigma' - \tau$ είναι τα σημεία A (για τις ολικές τάσεις) και A' (για τις ενεργές τάσεις) στον άξονα των ορθών τάσεων. Με την αύξηση της κατακόρυφης τάσης, οι κύριες τάσεις δεν είναι πλέον ίσες. Η μέγιστη κύρια ολική τάση είναι ίση προς την κατακόρυφη ολική τάση $\sigma_1 = \sigma_z$, ενώ η ελάχιστη κύρια ολική τάση παραμένει σταθερή $\sigma_3 = \sigma_x = 150$ kPa. Λόγω του ότι η σ_z αυξάνει υπό στραγγισμένες συνθήκες φόρτισης, η πίεση του νερού των πόρων δεν μεταβάλλεται και επομένως η μεταβολή των ενεργών τάσεων είναι ίση προς τη μεταβολή των ολικών τάσεων.

Το εδαφικό στοιχείο αστοχεί μόλις η κατακόρυφη ορθή τάση αυξηθεί τόσο ώστε ο κύκλος Mohr των ενεργών τάσεων να έρθει σε επαφή με την περιβάλλουσα αστοχίας Mohr-Coulomb. Ο τελικός κύκλος Mohr των ενεργών τάσεων (συνεχής γραμμή) και ο αντίστοιχος κύκλος των ολικών τάσεων (διακεκομμένη γραμμή) φαίνονται στο σχήμα.

α) Οι αποστάσεις s' και s των κέντρων K' και K των κύκλων Mohr ενεργών και ολικών τάσεων, αντίστοιχα, και η ακτίνα t των δύο κύκλων υπολογίζονται γεωμετρικά.

Κατά την αστοχία: $t = s' \sin \phi'$. Επίσης,

$$s' = OK' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} = \frac{\sigma'_1 + 100}{2} \quad \text{και} \quad t = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} = \frac{\sigma'_1 - 100}{2}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει η κατακόρυφη ενεργός τάση κατά την αστοχία:

$$\sigma'_1 = 300 \text{ kPa}$$

Η αντίστοιχη ολική κατακόρυφη τάση είναι :

$$\sigma_1 = \sigma'_1 + 50 = 350 \text{ kPa}$$

Οι αποστάσεις s' και s , καθώς και η ακτίνα t , είναι :

$$s' = \frac{300 + 100}{2} = 200 \text{ kPa}$$

$$s = s' + u_w = 200 + 50 = 250 \text{ kPa}$$

και $t = \frac{300 - 100}{2} = 100 \text{ kPa}$

β) Οι τάσεις τ_f και σ'_{nf} που αναπτύσσονται στα επίπεδα αστοχίας προσδιορίζονται γεωμετρικά με τη βοήθεια του σχήματος.

$$\tau_f = \pm t \cos \phi' = \pm 100 \times \cos 30^\circ = \pm 86.6 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{nf} = s' - t \sin \phi' = 200 - 100 \times \sin 30^\circ = 150 \text{ kPa}$$

Για τον προσδιορισμό των κλίσεων των επιπέδων αστοχίας, βρίσκεται ο πόλος Π του κύκλου Mohr των ενεργών τάσεων. Είναι το σημείο τομής του κύκλου με την ευθεία που διέρχεται από το σημείο B' , που αντιστοιχεί στη μέγιστη κύρια τάση σ'_1 , και είναι παράλληλη προς το επίπεδο εφαρμογής της τάσης αυτής, δηλαδή το οριζόντιο επίπεδο. Ταυτίζεται επομένως με το σημείο A' της ελάχιστης κύριας τάσης σ'_3 .

Οι κλίσεις α_1 και α_2 των επιπέδων αστοχίας προκύπτουν γεωμετρικά :

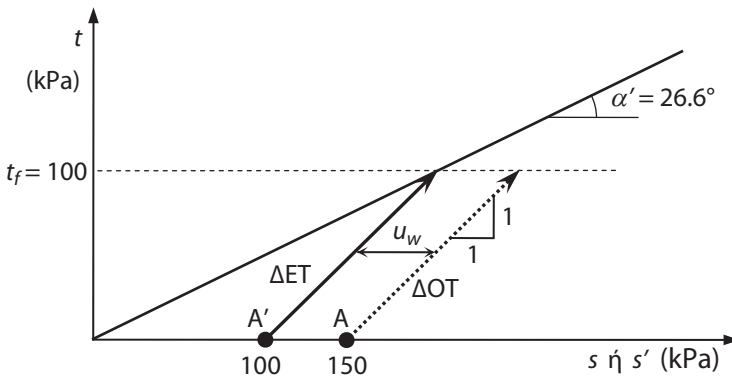
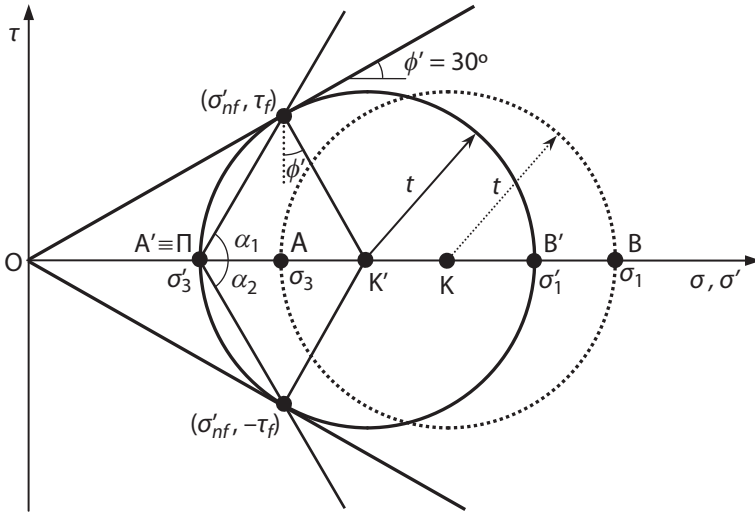
$$\alpha_1 = -\alpha_2 = \tan^{-1} \left(\frac{86.6}{150 - 100} \right) = 60^\circ$$

γ) Οι διαδρομές ενεργών (ΔET) και ολικών (ΔOT) τάσεων φαίνονται στο σχήμα. Όπως περιγράφηκε στην Παράγραφο 1.5.2 η κλίση α' της περιβάλλουσας αστοχίας Mohr-Coulomb στους άξονες $s - t$ προκύπτει από τη σχέση:

$$\tan \alpha' = \sin \phi'$$

Επομένως: $\alpha' = \tan^{-1} (\sin 30^\circ) = 26.6^\circ$

Λόγω του ότι πρόκειται για στραγγισμένες συνθήκες φόρτισης, οι διαδρομές ενεργών και ολικών τάσεων είναι παράλληλες με κλίση 1:1.



Παράδειγμα 1.3

Εδαφικό στοιχείο αστοχεί υπό αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης. Κατά την αστοχία η μέγιστη ολική τάση είναι $\sigma_1 = 200$ kPa και η κλίση του επιπέδου που ασκείται η τάση αυτή είναι $\theta = 30^\circ$. Ζητούνται:

- α) Να σχεδιαστεί ο κύκλος Mohr,
- β) Να υπολογιστούν οι τάσεις στα επίπεδα αστοχίας και οι κλίσεις των επιπέδων αστοχίας.
- γ) Να υπολογιστούν οι τάσεις που αναπτύσσονται στο οριζόντιο και στο κατακόρυφο επίπεδο.

Η αστράγγιστη διατμητική αντοχή του εδάφους είναι $c_u = 50$ kPa.

ΛΥΣΗ

α) Ο κύκλος Mohr των ολικών τάσεων φαίνεται στο σχήμα.

Η ακτίνα του κύκλου είναι:

$$t = c_u = 50 \text{ kPa}$$

Η απόσταση του κέντρου του κύκλου από την αρχή των αξόνων είναι :

$$s = OK = \sigma_1 - c_u = 200 - 50 = 150 \text{ kPa}$$

Η ελάχιστη κύρια ολική τάση είναι :

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2c_u = 200 - 2 \times 50 = 100 \text{ kPa}$$

β) Οι τάσεις στα επίπεδα αστοχίας είναι:

$$\tau_f = \pm c_u = \pm 50 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{nf} = s = 150 \text{ kPa}$$

Για τον προσδιορισμό των κλίσεων των επιπέδων αστοχίας βρίσκεται ο πόλος Π του κύκλου Mohr των τάσεων. Είναι το σημείο τομής του κύκλου με την ευθεία που διέρχεται από το σημείο B της μέγιστης κύριας τάσης και είναι παράλληλη προς το επίπεδο εφαρμογής της τάσης αυτής, δηλαδή το επίπεδο κλίσης $\theta = 30^\circ$.

Οι κλίσεις των επιπέδων αστοχίας υπολογίζονται γεωμετρικά:

$$\alpha_1 = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$$

$$\alpha_2 = 30^\circ - 45^\circ = -15^\circ$$

γ) Για τον υπολογισμό των τάσεων στο κατακόρυφο επίπεδο, προσδιορίζεται το σημείο Γ της τομής του κύκλου Mohr με την κατακόρυφο από τον πόλο Π.

Οι τάσεις είναι :

$$\tau_{xz} = c_u \sin(2\theta) = 50 \times \sin 60^\circ = 43.3 \text{ kPa}$$

$$\sigma_x = s - c_u \cos(2\theta) = 150 - 50 \times \cos 60^\circ = 125 \text{ kPa}$$

Αντίστοιχα, οι τάσεις στο οριζόντιο επίπεδο προκύπτουν από την τομή του κύκλου με την οριζόντιο από τον πόλο Π (Σημείο Δ):

$$\tau_{zx} = -c_u \sin(2\theta) = -50 \times \sin 60^\circ = -43.3 \text{ kPa}$$

$$\sigma_z = s + c_u \cos(2\theta) = 150 + 50 \times \cos 60^\circ = 175 \text{ kPa}$$

