

Δημήτριος Α. Αυλωνίτης

Γενική και Τεχνική

Θερμοδυναμική

ΜΕ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΕΡΙΟΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ

Dimitrios A. Avlonitis

**General and Engineering Thermodynamics
with elements of Gas Thermodynamics and Process Thermodynamics**

ISBN 978-960-456-481-1

© Copyright, 2017, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, Δημήτριος Α. Αυλωνίτης

Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις του ελληνικού νόμου (Ν.2121/1993 όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής άδειας του εκδότη κατά οποιοδήποτε τρόπο ή μέσο αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή (ηλεκτρονική, μηχανική ή άλλη) και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.

Φωτοστοιχειοθεσία

Εκτύπωση

Βιβλιοδεσία

Π. ΖΗΤΗ & Σια Ι.Κ.Ε

18ο χλμ Θεσ/νίκης-Περαίας

Τ.Θ. 4171 • Περαία Θεσσαλονίκης • Τ.Κ. 570 19

Τηλ.: 2392.072.222 - Fax: 2392.072.229 • e-mail: info@ziti.gr



www.ziti.gr

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ:

Αρμενοπούλου 27, 546 35 Θεσσαλονίκη

Τηλ.: 2310.203.720, Fax: 2310.211.305 • e-mail: sales@ziti.gr

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΑΘΗΝΩΝ:

Χαριλάου Τρικούπη 22, 106 79 Αθήνα

Τηλ.-Fax: 210.3816.650 • e-mail: athina@ziti.gr

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ: www.ziti.gr

Πρόλογος

Η θεωρία της Θερμοδυναμικής στηρίζεται σε ένα περιορισμένο αριθμό φυσικών νόμων, που προέκυψαν ιστορικά από γενίκευση εμπειρικών παρατηρήσεων των ενεργειακών αλληλεπιδράσεων που συμβαίνουν στον φυσικό κόσμο. Οι νόμοι της Θερμοδυναμικής διέπουν πλήθος συστημάτων, π.χ. από την Κοινωνιολογία μέχρι την Κοσμολογία και από τη Βιολογία μέχρι τη Μεταλλογνωσία. Με βάση τους νόμους αυτούς, διαμορφώθηκε η *φαινομενολογική Θερμοδυναμική*, που απετέλεσε έναν ανεξάρτητο κλάδο των Φυσικών Επιστημών μετά από την καθοριστική συμβολή των Carnot (1824), Clapeyron (1834), Mayer (1842), Joule (1843), Rankine (1850), Clausius (1854), Kelvin (1856), Gibbs (1883) και πολλών άλλων εξεχόντων επιστημόνων.

Η φαινομενολογική ή κλασική Θερμοδυναμική ή απλώς Θερμοδυναμική ασχολείται με την περιγραφή, την κατανόηση, την πρόβλεψη και την ερμηνεία της μακροσκοπικής συμπεριφοράς της ύλης καθώς χωρούν ενεργειακές ή εντροπικές μεταβολές. Για τον σκοπό αυτό η Θερμοδυναμική έχει αναπτύξει ένα συνεπές σύνολο μαθηματικών σχέσεων μεταξύ ιδιοτήτων της ύλης και ενεργειακών αλληλεπιδράσεων και μπορεί να δώσει επαρκώς ακριβείς, ποσοτικές, απαντήσεις σε ένα ευρύ φάσμα πρακτικών προβλημάτων. Με αυτό το περιεχόμενο, η Θερμοδυναμική έχει σημαντική συμβολή σχεδόν σε κάθε γνωστικό αντικείμενο των Θετικών Επιστημών και της Μηχανικής, ιδίως στη Φυσική, στη Μηχανολογία, στην Επιστήμη των Υλικών, στη Χημεία και στη Χημική Μηχανική, στη Βιολογία, στη Γεωλογία, στην Πετρελαιολογία, στην Προστασία Περιβάλλοντος, στη Μετεωρολογία κα.

Ωστόσο, η Θερμοδυναμική δεν είναι μία συλλογή αναρίθμητων εξισώσεων, εξειδικευμένων κατά περίπτωση. Οι απαιτούμενες, κατά περίπτωση, θερμοδυναμικές σχέσεις προκύπτουν ευχερώς είτε από τους φυσικούς νόμους της Θερμοδυναμικής είτε σε συνδυασμό με συσχετίσεις εμπειρικών δεδομένων, εφαρμόζοντας συγκεκριμένες σχετικά απλές τεχνικές.

Το βιβλίο αυτό απευθύνεται κυρίως σε φοιτητές θετικών επιστημών και σπουδαστές κάθε τεχνικής ειδικότητας, που παρακολουθούν ένα εξαμηναίο μάθημα με τίτλο «Θερμοδυναμική Ι» ή «Εισαγωγή στη Θερμοδυναμική», «Εφαρμοσμένη Θερμοδυναμική», «Θερμοδυναμική για Μηχανικούς», «Τεχνική Θερμοδυναμική», «Θερμοδυναμική Διεργασιών» κλπ. την συνήθη ύλη των οποίων υπερκαλύπτει. Ως επιβοηθητικό σύγγραμμα ή εγχειρίδιο αναφοράς μπορεί να είναι χρήσιμο επίσης σε διπλωματούχους ή πτυχιούχους Ανώτατων Σχολών που ασχολούνται με εφαρμογές της Θερμοδυναμικής στα πλαίσια επαγγελματικής απασχόλησης ή μεταπτυχιακών σπουδών.

Στόχος αυτού του βιβλίου είναι η κατανόηση σε βάθος, η αφομοίωση και η εμπέδωση των βασικών αρχών της κλασικής Θερμοδυναμικής, σε *διασύνδεση με τα συναφή γνωστικά πεδία*, όπως απαιτείται για την *ανάπτυξη δεξιοτήτων στην επίλυση σχετικών προβλημάτων*. Για το σκοπό αυτό καταβλήθηκε κατ' αρχήν επιμελής και συστηματική προσπάθεια ώστε οι έννοιες να παρουσιάζονται ολοκληρωμένα, οι διατυπώσεις να είναι σαφείς και απλές ενώ διευκρινίζονται σε έκταση τα σημεία εκείνα, στα οποία συνήθως παρουσιάζονται δυσχέρειες.

Ο στόχος του βιβλίου εξυπηρετείται και από ένα μεγάλο αριθμό αριθμητικών παραδειγμάτων καθώς και από τις προτεινόμενες προς επίλυση ασκήσεις, που παρατίθενται, με απαντήσεις, στο τέλος κάθε Κεφαλαίου. Τονίζεται, όμως, ότι η ανάγνωση ενός προβλήματος και της λύσης του στην καλύτερη περίπτωση μπορεί να αναπτύξει μία υποκειμενική πεποίθηση ότι το πρόβλημα και η τεχνική της λύσης του έχουν κατανοηθεί, ωστόσο, αυτό αποδεικνύεται μόνο από την ικανότητα αυτοδύναμης επίλυσης άλλων παρόμοιων προβλημάτων, φυσικά χωρίς σφάλματα. Με άλλες λέξεις, μόνο με αυτοδύναμη επίλυση προβλημάτων μπορεί ο σπουδαστής να ελέγξει την αφομοίωση των θεωρητικών γνώσεων, να αντιληφθεί κενά και ανθρώπινες συγχύσεις εννοιών, να εντοπίσει μαθηματικές αδυναμίες, να αποφύγει τη διάπραξη διαφόρων ανθρώπινων σφαλμάτων, λογικών αλλά και αριθμητικών και γενικά να αναπτύξει την απαραίτητη πρακτική ευχέρεια για τη έκδοση σωστών αποτελεσμάτων.

Το μάθημα της Θερμοδυναμικής, κατά κανόνα, διδάσκεται στο τρίτο ή σε ανώτερο εξάμηνο σπουδών, δηλαδή αφού οι φοιτητές έχουν ήδη παρακολουθήσει ή παρακολουθούν παράλληλα μαθήματα Γενικής Φυσικής, Μαθηματικών, Προγραμματισμού Η/Υ, Γενικής Χημείας κα. Ωστόσο, παρατηρείται, σε όχι μικρό ποσοστό, μη επαρκής αφομοίωση του περιορισμένου αριθμού των γνώσεων που απαιτούνται από τα μαθήματα αυτά. Αυτό έχει αθροιστικές επιπτώσεις στην πρόοδο των σπουδών στη Θερμοδυναμική. Εξ' άλλου, η Τεχνική ή Εφαρμοσμένη Θερμοδυναμική απαιτεί, επιπλέον, ευχέρεια στη χρήση ισοζυγίων ενέργειας, μάζας και ορμής. Για τους λόγους αυτούς, κρίθηκε αναγκαίο να διατεθεί ένα κεφάλαιο, το Κεφάλαιο I αυτού του βιβλίου, ώστε να παρατεθούν ορισμένες χρήσιμες έως απαραίτητες, προαπαιτούμενες ή συμπληρωματικές, επικουρικές γνώσεις. Η παράθεση δεν είναι εξαντλητική και ειδικότερες συμπληρώσεις παρατίθενται επίσης και στα ειδικά Κεφάλαια, όπου κρίνεται απαραίτητο. Η αναγκαιότητα ή χρησιμότητά των παρατιθέμενων γνώσεων εξαρτάται από το υπόβαθρο του κάθε σπουδαστή.

Στα πλαίσια του μαθήματος της Θερμοδυναμικής, η ύλη του Κεφαλαίου I δεν μπορεί να είναι αυτόνομα εξεταστέα και μπορεί να είναι ή να μην είναι διδακτέα, εν μέρει ή και εν όλω, κατά περίπτωση, καθώς κάθε τάξη και κάθε σπουδαστής πρέπει να εξετάσει τη δική του θέση. Εξ' άλλου, η ύλη που επιλέγεται ως διδακτέα από το Κεφάλαιο I θα μπορούσε να διδαχθεί και παρενθετικά, όποτε εμφανίζεται σχετική

ανάγκη. Σε κάθε περίπτωση, όμως, με την ολοκλήρωση της διδασκαλίας του μαθήματος, αναμένεται ότι η ύλη του Κεφαλαίου I θα πρέπει να είναι πλήρως αφομοιωμένη, εφόσον επιδιωκόμενα είναι η εμπέδωση και εμπάθυνση στην ύλη της Θερμοδυναμικής καθώς και των συναφών γνώσεων από προηγούμενα διδακτικά αντικείμενα. Έτσι, διαμορφώνεται και ένα σταθερό υπόβαθρο για τα γνωστικά αντικείμενα που συνήθως ακολουθούν σε επόμενα διδακτικά εξάμηνα και βασίζονται στη Θερμοδυναμική, ανάλογα με την ειδικότητα.

Στο Κεφάλαιο II παρουσιάζεται η ύλη της κλασικής Θερμοδυναμικής, στην οποία περιλαμβάνονται οι βασικές αρχές, οι νόμοι της Θερμοδυναμικής και οι θεμελιώδεις εξισώσεις. Η θεώρηση της ύλης είναι αμιγώς μακροσκοπική και παραλείπονται γενικώς αναφορές σε μικροσκοπικές και στατιστικές ερμηνείες των θερμοδυναμικών εννοιών και των σχετικών φαινομένων του πραγματικού κόσμου.

Στο Κεφάλαιο III καλύπτεται εκτενώς και λεπτομερειακά ο υπολογισμός των θερμοδυναμικών ιδιοτήτων (PvT) των καθαρών ουσιών και η ισορροπία φάσεων καθαρών ουσιών. Αν και παρατίθενται επαρκώς οι ιστορικές μέθοδοι, συμπεριλαμβανομένων των διαγραμμάτων και των πινάκων ιδιοτήτων, έμφαση δίδεται στην παρουσίαση και στις εφαρμογές των σύγχρονων γενικευμένων κυβικών καταστατικών εξισώσεων τύπου van der Waals. Η χρήση των εξισώσεων αυτών εκτείνεται πολύ πέραν της ιδανικής συμπεριφοράς, σε υγρές και σε αέριες φάσεις καθώς και στην περιγραφή της ισορροπίας φάσεων. Προϋποτίθεται, βεβαίως, επάρκεια στη χρήση υπολογιστικών εργαλείων (Matlab, Fortran, Mathcad, MS Excel), με τα οποία, όμως γενικά είναι εξοικειωμένοι – ή άλλως πρέπει να είναι – οι σημερινοί σπουδαστές, στην πλειοψηφία τους. Η εμπέδωση της ύλης του Κεφαλαίου III με την επίλυση σχετικά περίπλοκων αλλά χρήσιμων πρακτικών προβλημάτων χρησιμοποιώντας υπολογιστικά εργαλεία επιτρέπει εμπάθυνση στα φαινόμενα, επιδεικνύει παράλληλα τη δύναμη της Θερμοδυναμικής, ενώ ταυτόχρονα καλλιεργεί στους σπουδαστές σχετική ικανότητα και ευχέρεια και σ' αυτό το πεδίο.

Στο Κεφάλαιο IV εξετάζονται συστήματα μετατροπής ενέργειας στη βάση του ιστορικού θεωρητικού κύκλου της λειτουργικής ουσίας. Πέραν των κινητήρων εσωτερικής και εξωτερικής καύσης, που αποτελεί τη συνήθως διδασκόμενη ύλη, στο βιβλίο αυτό περιλαμβάνονται επίσης στοιχεία πρόωσης αεροσκαφών, κινητήρες πυραύλων, αεριοσυμπιεστές και αξονικές στροβιλομηχανές (στρόβιλοι και στροβιλοσυμπιεστές). Επιχειρείται μία μάλλον ολοκληρωμένη παρουσίαση των συσκευών αυτών και γι' αυτό συμπεριλαμβάνονται και συνδυάζονται με τη θερμοδυναμική ανάλυση εμπειρικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά καθώς και γνώσεις ισοζυγίων μάζας και ορμής. Κρίθηκε ότι η παρουσίαση των συστημάτων μετατροπής ενέργειας πρέπει να είναι σφαιρική επειδή είτε οι σπουδαστές δεν θα έχουν άλλη ευκαιρία στο πεδίο αυτό στα πλαίσια των σπουδών τους είτε έτσι διευκολύνεται σημαντικά η πρόοδος στο μάθημα της Θερμοδυναμικής II, εφόσον περιλαμβάνεται στο πρό-

γραμμα σπουδών, είτε οι γνώσεις αυτές είναι χρήσιμες ή απαραίτητες ως εισαγωγή σε άλλα εξειδικευμένα γνωστικά αντικείμενα, πχ. των Μηχανών Εσωτερικής Καύσης, των Θερμικών Στροβιλομηχανών, της Μετάδοσης Θερμότητας, των Φυσικών Διεργασιών, της Βελτιστοποίησης Διεργασιών κλπ.

Στο Κεφάλαιο V παρουσιάζεται η Θερμοδυναμική της μονοδιάστατης ροής των αερίων σε υψηλές ταχύτητες. Στο Κεφάλαιο αυτό οι θερμοδυναμικές εξισώσεις συνδυάζονται σε μεγάλη έκταση με τους νόμους διατήρησης μάζας και ορμής.

Αν και αφετηρία της Θερμοδυναμικής ήταν οι θερμικές μηχανές ωστόσο, η ανάπτυξη της Θερμοδυναμικής ως φαινομενολογικής επιστήμης αποτελεί μία μεγαλύτερη κατάκτηση της ανθρώπινης λογικής και διανόησης, οφειλόμενη στη συμβολή μεγάλου αριθμού επιστημόνων, με καθοριστική, βεβαίως, τη συμβολή ορισμένων. Κρίθηκε, επομένως, χρήσιμη η παράθεση και μίας σύντομης αναδρομής στην ιστορία της Θερμοδυναμικής, η οποία προτάσσεται της ύλης αυτού του βιβλίου ως Εισαγωγή. Η Εισαγωγή παρέχει μία πρώτη συνοπτική μεν αλλά σφαιρική γνωριμία με τη Θερμοδυναμική: τι είναι, πως και γιατί γεννήθηκε, πως αναπτύχθηκε και από ποιους κυρίως, πως ήταν και πως είναι χρήσιμη, ποιο είναι το παρόν και τι, ίσως, προσμένουμε ακόμη από τη Θερμοδυναμική. Ελπίζεται, ότι η Εισαγωγή θα μπορούσε να επαυξήσει το επιστημονικό ενδιαφέρον του αναγνώστη – και ίσως συμβάλει σε ιδιαίτερο ζήλο για το γνωστικό αντικείμενο της Θερμοδυναμικής.

Στη Βιβλιογραφία, που παρατίθεται στο τέλος κάθε Κεφαλαίου αυτού του βιβλίου, αναφέρεται μία περιορισμένη επιλογή συγγραφικών έργων που καθένα είχε ιδιαίτερη συμβολή στη διαμόρφωση της ύλης. Ωστόσο, το βιβλίο αυτό, όπως και κάθε ανθρώπινο έργο, βασίζεται σε εργασίες, ιδέες και έννοιες που αναπτύχθηκαν ή συνδιαμορφώθηκαν, με την πάροδο του χρόνου, με την αθροιστική επιστημονική προσπάθεια και το συγγραφικό έργο ενός πολύ μεγάλου αριθμού επιστημόνων. Εκφράζω την ευγνωμοσύνη μου σε όλους, για την κάθε μία συμβολή τους. Και ειδικότερα θα ήθελα να αφιερώσω το βιβλίο αυτό στη μνήμη των καθηγητών Θ.Ν. Γιαννακόπουλου (ΕΚΠΑ), Α. Danesh (Heriot-Watt University, Edinburgh) και Ν.Γ. Κουμούτσου (ΕΜΠ).

Κάθε βιβλίο υπόκειται στο ενδεχόμενο αβλεψιών και παροραμάτων. Προσβλέποντας και σε μία μελλοντική βελτιωμένη έκδοση, κάθε παρατήρηση, υπόδειξη και σχόλιο από τους αναγνώστες είναι πάντοτε ευπρόσδεκτη.

Σεπτέμβριος 2017

Δ. Α. Αυλωνίτης

Περιεχόμενα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το Γνωστικό Αντικείμενο της Θερμοδυναμικής

1. Θερμοδυναμική και Φυσικές Επιστήμες	1
2. Σύντομη Ιστορική Αναδρομή	4
2.1. Η ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ	4
2.2. ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ	6
2.3. Η ΑΤΜΟΜΗΧΑΝΗ	6
2.4. ΤΟ ΘΕΡΜΙΚΟ ΡΕΥΣΤΟ	7
2.5. Η ΜΗΧΑΝΗ CARNOT	8
2.6. Η ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΠΡΟΣ ΤΗ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ	9
2.7. Ο ΠΡΩΤΟΣ ΝΟΜΟΣ	10
2.8. Ο ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ	10
2.9. Η ΑΛΛΑΓΗ ΦΑΣΗΣ ΚΑΙ ΤΟ ΚΡΙΣΙΜΟ ΣΗΜΕΙΟ	12
2.10. ΤΟ ΧΗΜΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ	12
2.11. Η ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ VAN DER WAALS ΚΑΙ Η ΑΡΧΗ ΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΩΝ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ	12
2.12. Ο ΤΡΙΤΟΣ ΝΟΜΟΣ	13
2.13. Η ΑΤΟΜΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ, Η ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ	13
2.14. Η ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΩΝ ΜΗ ΑΝΤΙΣΤΡΕΠΤΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ Η ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΠΕΡΑΝ ΤΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	15
3. Εφαρμογές της Κλασικής Θερμοδυναμικής	15
Βιβλιογραφία	17

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι

Φυσικά Μεγέθη και Τεχνικοί Υπολογισμοί

1. Βασικές Έννοιες	19
1.1. ΜΟΝΟΜΕΤΡΑ ΚΑΙ ΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ	19
1.2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΕΝΘΕΣΗ - ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ	21
1.3. ΤΟ ΟΡΙΟ ΤΩΝ ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ	22
1.4. Η ΡΟΗ ΤΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ	23
2. Τα Φυσικά Μεγέθη	25

2.1. ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΜΕΓΕΘΗ	25
2.2. ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΜΕΓΕΘΗ	27
2.3. Η ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	31
2.4. ΟΙ ΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ Η ΠΙΕΣΗ	32
2.5. ΕΡΓΟ, ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΙΣΧΥΣ	36
2.6. ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΣΥΝΘΕΣΕΩΣ ΜΕΙΓΜΑΤΩΝ	38
2.7. ΣΥΜΒΑΤΙΚΗ ΑΝΑΓΡΑΦΗ ΣΥΜΒΟΛΩΝ ΚΑΙ ΜΟΝΑΔΩΝ	40
3. Μεταβλητές, Μετρήσεις και Υπολογισμοί	41
3.1. ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑ ΕΙΣΩΣΕΩΝ	41
3.2. ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΜΟΝΑΔΩΝ	42
3.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΚΑΙ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ	43
3.4. ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΙΝΑΚΩΝ	45
3.5. ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΕΙΣΩΣΗΣ ΣΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	46
4. Νόμοι Διατήρησης	48
4.1. ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ	48
4.2. Η ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΕΙΣΩΣΗ ΙΣΟΖΥΓΙΟΥ ΜΑΖΑΣ	50
4.3. ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	53
4.4. Η ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΕΙΣΩΣΗ ΟΡΜΗΣ	55
4.5. Η ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΕΙΣΩΣΗ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ	60
4.6. ΤΟ ΕΡΓΟ ΡΟΗΣ	62
5. Διεργασίες και Υπολογισμοί Ισοζυγίων Μάζας	63
6. Γενική Μεθοδολογία Επίλυσης Προβλημάτων Διεργασιών	71
Ασκήσεις και Προβλήματα	74
Πίνακας Συμβόλων	80
Βιβλιογραφία	82

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ

Βασικές Έννοιες. Νόμοι και Σχέσεις της Θερμοδυναμικής

1. Ορολογία	83
2. Κατάσταση Ισορροπίας - Καταστατικές Εξισώσεις	89
2.1. ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΚΑΙ ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	89
2.2. ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΙΣΩΣΕΙΣ	89
3. Έργο, Θερμότητα και Ενέργεια	95
3.1. ΕΡΓΟ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΟΓΚΟΥ ΣΕ ΚΛΕΙΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ	95
3.2. ΑΝΤΙΣΤΡΕΠΤΕΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ	98
3.3. ΕΡΓΟ ΡΟΗΣ ΚΑΙ ΑΕΟΝΙΚΟ ΕΡΓΟ ΣΕ ΑΝΟΙΧΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ	106
3.4. ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΡΕΟΝΤΟΣ ΡΕΥΣΤΟΥ	110
3.5. ΑΛΛΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΕΡΓΟΥ	111
3.6. Η ΦΥΣΗ ΚΑΙ Η ΔΙΑΔΟΣΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ	113

4. Ο Μηδενικός Νόμος - Θερμομετρία	116
4.1. ΘΕΡΜΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ	116
4.2. ΘΕΡΜΟΜΕΤΡΙΑ	118
5. Ο Πρώτος Νόμος	120
5.1. ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ	122
5.2. ΕΝΘΑΛΠΙΑ	128
5.3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΡΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ ΤΗΣ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΝΘΑΛΠΙΑΣ	135
5.4. Ο ΠΡΩΤΟΣ ΝΟΜΟΣ ΓΙΑ ΑΝΟΙΧΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	138
6. Ο Δεύτερος Νόμος	152
6.1. Η ΕΝΤΡΟΠΙΑ ΚΑΙ Ο ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ	153
6.2. ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ CLAUSIUS	157
6.3. ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	160
6.4. ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, ΑΝΤΛΙΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΨΥΞΙΑ – ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΠΟΔΟΣΗ	164
7. Ιστορικές Διατυπώσεις του Δεύτερου Νόμου	168
7.1. ΑΡΧΗ KELVIN (διατύπωση Kelvin-Planck)	168
7.2. ΑΡΧΗ CLAUSIUS	169
7.3. ΑΡΧΗ ΚΑΡΑΘΕΟΔΩΡΗ	170
8. Θεμελιώδεις Καταστατικές Εξισώσεις	173
8.1. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ LEGENDRE	173
8.2. ΣΧΕΣΕΙΣ MAXWELL	176
8.3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ	177
8.4. ΑΝΑΝΤΙΣΤΡΕΠΤΟΤΗΤΕΣ ΑΝΟΙΧΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	183
8.5. Η ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΛΙΜΑΚΑ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ	185
9. Οι Συντελεστές Θερμικής Διαστολής και Ισόθερμης Συμπίεστότητας	186
10. Θερμοχωρητικότητες	192
11. Θερμοδυναμικές Σχέσεις Κλειστών Φάσεων	198
11.1. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΕΝΘΕΣΗ	199
11.2. ΜΕΘΟΔΟΣ BRIDGMAN (1926)	201
11.3. ΙΑΚΩΒΙΑΝΕΣ	205
11.4. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ GIBBS-HELMHOLTZ	208
12. Εφαρμογές	209
12.1. ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ	210
12.2. ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΑΕΡΙΟΥ vdW	217
12.3. ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΕΚΤΟΝΩΣΗ	221
12.4. ΑΝΤΙΣΤΡΕΠΤΗ ΚΑΙ ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΓΑΣΙΑ	223
12.5. ΜΗ ΑΝΤΙΣΤΡΕΠΤΗ ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΓΑΣΙΑ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΕΝΑΝΤΙ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ	228
12.6. ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ	229
12.7. ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ	233
12.8. ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ	239

13. Ο Τρίτος Νόμος της Θερμοδυναμικής	249
Ασκήσεις και Προβλήματα	252
Πίνακας Συμβόλων	265
Βιβλιογραφία	268

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ

Καταστάσεις Καθαρών Ουσιών

1. Ογκομετρική Συμπεριφορά μίας Καθαρής Ουσίας	269
1.1. Η ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ P - v - T ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ	275
1.2. ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΦΑΣΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΑΣΕΙΣ	278
2. Το Φαινόμενο Joule - Thomson	280
3. Η Αρχή των Αντιστοιχών Καταστάσεων	285
3.1. Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΤΗΤΑΣ	286
3.2. ΑΝΗΓΜΕΝΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ	288
4. Καταστατικές Εξισώσεις Virial για Αέρια	291
5. Γενικευμένα Διαγράμματα Συντελεστή Συμπιεστότητας Καθαρών Ρευστών Ουσιών	295
5.1. ΜΕΘΟΔΟΣ LYDERSEN	295
5.2. ΜΕΘΟΔΟΣ RITZER	297
6. Συναρτήσεις Απόκλισης και Υπολείμματος	300
6.1. ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ	301
6.2. ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΥΠΟΛΕΙΜΜΑΤΟΣ	308
7. Ισορροπία Φάσεων μιας Καθαρής Ουσίας. Πτητικότητα και Συντελεστής Πτητικότητας	314
7.1. ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΑΝΟΙΧΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	315
7.2. ΧΗΜΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ	316
7.3. ΠΗΤΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΠΗΤΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	324
8. Εξίσωση Clapeyron. Εμπειρικές Εξισώσεις Τάσης Ατμών και Ενθαλπίας Εξάτμισης	328
8.1. Η ΕΞΙΣΩΣΗ CLAPEYRON	328
8.2. Ο ΚΑΝΟΝΑΣ TROUTON - ΕΜΠΕΙΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΕΝΘΑΛΠΙΑΣ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ	334
8.3. ΕΜΠΕΙΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΑΣΗΣ ΑΤΜΩΝ ΚΑΘΑΡΩΝ ΟΥΣΙΩΝ	336
8.4. ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΔΥΟ ΦΑΣΕΩΝ ΥΠΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ	338
9. Καταστατικές Εξισώσεις Πυκνών Φάσεων	340
9.1. ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ PvT	340
9.2. ΣΥΜΠΙΕΣΜΕΝΕΣ ΠΥΚΝΕΣ ΦΑΣΕΙΣ	342
9.3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΠΥΚΝΩΝ ΦΑΣΕΩΝ	344

10. Η Καταστατική Εξίσωση van der Waals για Ρευστές Φάσεις	353
10.1. Η ΕΙΣΩΣΗ vdW ΕΝΑΝΤΙ ΤΗΣ ΕΙΣΩΣΗΣ VIRIAL	353
10.2. Η ΣΥΝΘΗΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΦΑΣΕΩΝ	355
10.3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΤΗΣ ΕΙΣΩΣΗΣ vdW	356
10.4. Η ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΤΗΣ ΕΙΣΩΣΗΣ VAN DER WAALS	358
10.5. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΕΝΘΕΣΗ: ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΚΥΒΙΚΩΝ ΕΙΣΩΣΕΩΝ	359
10.6. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ JOULE-THOMSON	362
10.7. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ	367
11. Η Καταστατική Εξίσωση Redlich-Kwong (RK)	372
12. Η Καταστατική Εξίσωση Soave-Redlich-Kwong (SRK)	372
12.1. Η ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΤΗΣ ΕΙΣΩΣΗΣ SRK	373
12.2. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ	373
13. Η Καταστατική Εξίσωση Peng-Robinson (PR)	378
13.1. Η ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΤΗΣ ΕΙΣΩΣΗΣ PR	379
13.2. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ	379
14. Θερμοδυναμικά Διαγράμματα	383
14.1. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΙΕΣΕΩΣ	383
14.2. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ	391
14.3. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΝΘΑΛΠΙΑΣ	394
15. Πίνακες Θερμοδυναμικών Ιδιοτήτων	401
Ασκήσεις και Προβλήματα	432
Πίνακας Συμβόλων	441
Βιβλιογραφία	443

ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV

Διεργασίες Ισχύος

1. Εισαγωγή	445
2. Ο Κύκλος Carnot και η Μηχανή Carnot	447
2.1. Η ΜΗΧΑΝΗ CARNOT	447
2.2. Η ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΜΗΧΑΝΗ CARNOT - ΨΥΚΤΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ	458
2.3. Ο ΚΥΚΛΟΣ CARNOT ΜΕ ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΗΣ ΟΥΣΙΑΣ	461
2.4. Η ΑΔΥΝΑΜΙΑ ΥΠΕΡΒΑΣΗΣ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ CARNOT (ΘΕΩΡΗΜΑ CARNOT)	463
2.5. ΜΕΤΡΗΣΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΣΤΗ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΛΙΜΑΚΑ	466
3. Ο Κύκλος Otto και ο Κινητήρας με Σπινθηριστή	468
3.1. Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΤΕΤΡΑΧΡΟΝΟΥ BENZINOKINHΗΤΗΡΑ	469
3.2. ΤΟ ΔΥΝΑΜΟΔΕΙΚΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΤΕΤΡΑΧΡΟΝΟΥ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΚΑΥΣΗΣ ΜΕ ΣΠΙΝΘΗΡΙΣΤΗ	472

3.3.	ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΚΥΚΛΟΥ ΟΤΤΟ	476
3.4.	Ο ΔΙΧΡΟΝΟΣ ΒΕΝΖΙΝΟΚΙΝΗΤΗΡΑΣ	481
4.	Ο Κύκλος Diesel και η Μηχανή Diesel	484
4.1.	Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΤΕΤΡΑΧΡΟΝΟΥ ΚΙΝΗΤΗΡΑ DIESEL	485
4.2.	ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΟΥ ΚΙΝΗΤΗΡΑ DIESEL	487
4.3.	Ο ΜΕΙΚΤΟΣ ΚΥΚΛΟΣ (DUAL CYCLE)	491
4.4.	Ο ΔΙΧΡΟΝΟΣ ΚΙΝΗΤΗΡΑΣ DIESEL	493
5.	Ο Κύκλος Rankine – Ατμοστρόβιλοι	495
5.1.	ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΚΥΚΛΟΥ RANKINE	497
5.2.	Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΟΥ ΚΥΚΛΟΥ RANKINE	499
5.3.	ΒΕΛΤΙΩΣΕΙΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΚΥΚΛΟΥ RANKINE	502
5.4.	Ο ΚΥΚΛΟΣ RANKINE ΜΕ ΑΝΑΘΕΡΜΑΝΣΗ ΑΤΜΟΥ	504
5.5.	Ο ΚΥΚΛΟΣ RANKINE ΜΕ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΙΚΗ ΠΡΟΘΕΡΜΑΝΣΗ ΤΟΥ ΝΕΡΟΥ ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑΣ ΤΟΥ ΛΕΒΗΤΑ	507
5.6.	Ο ΚΥΚΛΟΣ RANKINE ΜΕ ΥΠΕΡΚΡΙΣΙΜΟ ΡΕΥΣΤΟ	513
5.7.	Ο ΚΥΚΛΟΣ RANKINE ΜΕ ΟΡΓΑΝΙΚΟ ΡΕΥΣΤΟ	514
6.	Αεριοστρόβιλοι – Οι Κύκλοι Joule και Brayton	514
6.1.	Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΑΕΡΙΟΣΤΡΟΒΙΛΩΝ	515
6.2.	ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΟΥ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΣΤΡΟΒΙΛΟΥ	518
6.3.	ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΥΚΛΟΥ BRAYTON ΜΕ ΕΝΑΛΛΑΚΤΗ ΑΝΑΚΤΗΣΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΑΠΟ ΤΑ ΚΑΥΣΑΕΡΙΑ	520
6.4.	Η ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΠΟΔΟΣΗ ΑΕΡΙΟΣΤΡΟΒΙΛΩΝ	522
6.5.	ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΚΥΚΛΟΙ ΑΕΡΙΟΣΤΡΟΒΙΛΩΝ	529
6.6.	Ο ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΟΣ ΚΥΚΛΟΣ BRAYTON - RANKINE	538
7.	Οι κύκλοι Stirling και Ericsson	545
7.1.	Ο ΚΥΚΛΟΣ ERICSSON	546
7.2.	Ο ΚΥΚΛΟΣ STIRLING	549
8.	Στοιχεία Πρόωσης Αεροσκαφών	553
8.1.	ΤΥΠΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΚΙΝΗΤΗΡΩΝ ΑΕΡΟΠΛΑΝΩΝ	556
8.2.	Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΗΧΟΥ ΚΑΙ Ο ΚΩΝΟΣ MACH	559
8.3.	ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	566
8.4.	ΠΤΕΡΥΓΕΣ, ΑΕΡΟΤΟΜΕΣ ΚΑΙ ΕΛΙΚΕΣ ΑΕΡΟΠΛΑΝΩΝ	572
8.5.	ΠΡΟΩΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΑΕΡΙΩΘΟΥΜΕΝΩΝ ΑΕΡΟΠΛΑΝΩΝ	581
8.6.	ΑΠΟΔΟΣΗ ΑΕΡΙΩΘΟΥΜΕΝΩΝ ΑΕΡΟΠΛΑΝΩΝ	583
9.	Πύραυλοι	587
9.1.	ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	589
9.2.	ΠΡΟΩΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΠΥΡΑΥΛΟΥ	590
9.3.	ΜΕΤΡΑ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΤΟΥ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΠΥΡΑΥΛΟΥ	594
10.	Συμπιεστές	596
10.1.	Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΩΝ ΕΜΒΟΛΟΦΟΡΩΝ ΑΕΡΟΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ	599
10.2.	Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΩΝ ΦΥΤΟΚΕΝΤΡΙΚΩΝ ΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ	602
10.3.	Η ΙΣΧΥΣ ΤΩΝ ΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ	607

10.4. Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΩΝ ΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ	608
10.5. ΠΟΛΥΒΑΘΜΙΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ	612
11. Αξονικές Στροβιλομηχανές	617
11.1. Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΩΝ ΑΞΟΝΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΩΝ	623
11.2. Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΩΝ ΑΞΟΝΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ	639
11.3. ΠΟΛΥΒΑΘΜΙΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ	658
Ασκήσεις και Προβλήματα	661
Πίνακας Συμβόλων	672
Βιβλιογραφία	675

ΚΕΦΑΛΑΙΟ V

Θερμοδυναμική της Ροής Συμπιέσιμων Αερίων

1. Ισόθερμη Ροή σε Αγωγούς Σταθερής Διατομής με Τριβές	679
1.1. ΙΣΟΘΕΡΜΗ ΡΟΗ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΣΕ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΑΓΩΓΟ	679
1.2. ΙΣΟΘΕΡΜΗ ΡΟΗ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΑΓΩΓΟ	686
1.3. ΙΣΟΘΕΡΜΗ ΡΟΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ	688
2. Εξισώσεις της Συμπιέσιμης Ροής Ιδανικού Αερίου	690
2.1. Η ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΝΑΚΟΠΗΣ	690
2.2. ΕΙΣΩΣΕΙΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΣΥΜΠΙΕΣΙΜΗΣ ΜΟΝΙΜΗΣ ΡΟΗΣ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ	692
2.3. ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΜΠΙΕΣΙΜΗ ΡΟΗ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ	694
2.4. Η ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΜΠΙΕΣΙΜΗΣ ΡΟΗΣ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΣΕ ΑΓΩΓΟ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΜΕ ΤΡΙΒΕΣ	696
3. Αδιαβατική ροή ιδανικού αερίου	700
3.1. ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΗ ΡΟΗ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΜΕ ΤΡΙΒΕΣ ΣΕ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΑΓΩΓΟ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ	700
3.2. ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΚΗ ΡΟΗ ΣΕ ΑΚΡΟΦΥΣΙΑ	704
3.3. Η ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΩΝ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ	719
3.4. ΦΡΑΓΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ	725
3.5. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ FANNO	728
4. Άτριβη ροή ιδανικού αερίου σε αγωγό σταθερής διατομής με ροή θερμότητας	732
4.1. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ RAYLEIGH	733
4.2. ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΤΗΣ ΡΟΗΣ RAYLEIGH	736
4.3. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ RAYLEIGH	741
5. Κάθετα κρουστικά κύματα	749
6. Μετρήσεις Πίεσης και Θερμοκρασίας	763
Ασκήσεις και Προβλήματα	768

Πίνακας Συμβόλων	776
Βιβλιογραφία	778
Αλφαβητικό Ευρετήριο – Subject Index	779

Το Γνωστικό Αντικείμενο της Θερμοδυναμικής

1. Θερμοδυναμική και Φυσικές Επιστήμες

Κάθε ποσότητα ύλης περιλαμβάνει ένα ποσό ενέργειας. Κατά περίπτωση, η ενέργεια θεωρείται σε διάφορες μορφές, π.χ. μηχανική, κινητική, ηλεκτρική, μαγνητική, χημική, θερμική, πυρηνική κ.α. Η ενέργεια μπορεί να μετασχηματίζεται από μία μορφή σε μία άλλη και μπορεί να ρέει από ένα σώμα σε ένα άλλο. Το ενεργειακό περιεχόμενο της ύλης δεν είναι μετρήσιμο, ωστόσο, μετρήσιμη είναι η *διαφορά* ενεργειακού περιεχομένου μεταξύ δύο καταστάσεων μίας ποσότητας ύλης καθώς επίσης και ο ρυθμός ροής της ενέργειας.

Η ροή ενέργειας συνοδεύει πάντοτε κάθε μεταβολή που συμβαίνει στο φυσικό κόσμο και η παροχή ενέργειας σε ένα σώμα (ή απόληψη ενέργειας από ένα σώμα) ευρισκόμενο σε ορισμένη κατάσταση προκαλεί μεταβολή των ιδιοτήτων του σώματος καθώς και του περιβάλλοντος, τα οποία έτσι άγονται σε μία νέα κατάσταση. Μπορεί να λεχθεί ότι η ροή ενέργειας είναι το αίτιο που προκαλεί μεταβολές στην ύλη. Οι ενεργειακές αλληλεπιδράσεις της ύλης περιλαμβάνουν σε κάθε περίπτωση μία ροή θερμότητας, η οποία είναι έννοια άγνωστη στη Μηχανική. Έννοια, αλληλένδετη με τη θερμότητα, είναι η θερμοκρασία, η οποία αποτελεί μία κεντρική έννοια της Θερμοδυναμικής. *Η Θερμοδυναμική είναι ο κλάδος των Φυσικών Επιστημών που ασχολείται με τους μετασχηματισμούς ενέργειας και τις αλληλένδετες μακροσκοπικές μεταβολές της ύλης.* Όμως, οι μορφές ενέργειας που ιδίως ενδιαφέρουν τη Θερμοδυναμική είναι η θερμότητα και το έργο.

Η θερμοκρασία υποκειμενικώς μεν αντιστοιχεί προς το αίσθημα του σχετικώς θερμότερου ή ψυχρότερου μεταξύ δύο σωμάτων αλλά στη Θερμοδυναμική ορίζεται με μαθηματική αυστηρότητα. Στη Θερμοδυναμική, η θερμοκρασία είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την αφηρημένη, μη άμεσα μετρήσιμη, έννοια της εντροπίας. Η διαφορά εντροπίας μεταξύ δύο καταστάσεων του αυτού σώματος δείχνει ποσοτικά, τελικώς, το ενεργειακό κόστος μίας διεργασίας μεταβολής της καταστάσεως ενός σώματος.

Το γνωστικό πεδίο της Θερμοδυναμικής μπορεί να διακριθεί σε τρεις τομείς: την Κλασική ή Φαινομενολογική Θερμοδυναμική, τη Στατιστική Θερμοδυναμική και τη Θερμοδυναμική των μη αντιστρεπτών διεργασιών. Μία άλλη διάκριση μπορεί να ακολουθήσει βάσει του ειδικότερου πεδίου εφαρμογής της Θερμοδυναμικής, π.χ. Χημική Θερμοδυναμική, Τεχνική Θερμοδυναμική, Θερμοδυναμική Διεργασιών, Θερμοδυναμική Υλικών, Θερμοδυναμική Πετρελαίου, Βιοχημική Θερμοδυναμική κλπ.

Η Κλασική Θερμοδυναμική είναι μία φαινομενολογική φυσική θεωρία, η οποία γενικεύει ένα περιορισμένο αριθμό μακροσκοπικών παρατηρήσεων της συμπεριφοράς του πραγματικού κόσμου σε απλούς φυσικούς Νόμους καθολικής ισχύος. Η γενίκευση καθίσταται εφικτή με την εισαγωγή αφηρημένων εννοιών, όπως είναι η ενέργεια, η εντροπία κ.α., οι οποίες αν και δεν είναι μετρήσιμες ιδιότητες ωστόσο έχουν φυσική υπόσταση σε κάθε υλικό σώμα. Έτσι, οι νόμοι της Θερμοδυναμικής μπορούν να διατυπωθούν μαθηματικώς.

Οι μακροσκοπικές παρατηρήσεις της Θερμοδυναμικής στην πραγματικότητα αντιστοιχούν στη μέση συμπεριφορά ενός πρακτικώς άπειρου πλήθους δομικών συστατικών της ύλης που έχουν μέγεθος δεκάδων τάξεων μεγέθους υποπολλαπλάσιο της διακριτικής ικανότητας των οργάνων μέτρησης, οι μεταβολές των οποίων διεξάγονται σε χρόνο δεκάδων τάξεων μεγέθους υποπολλαπλάσιο του χρόνου της όποιας μακροσκοπικής παρατήρησης. Έτσι, αφενός ο χρόνος δεν αποτελεί παράμετρο στα φαινόμενα που μελετά η Κλασική Θερμοδυναμική και αφετέρου οι μακροσκοπικές παρατηρήσεις αποτελούν μία τελική στατιστική έκφραση. Ωστόσο, η Κλασική Θερμοδυναμική δεν ασχολείται με τη μικροσκοπική δομή της ύλης, δεν ενδιαφέρεται για τη φύση και τις αλληλεπιδράσεις των δομικών μονάδων που συνιστούν την ύλη και δεν παρέχει πληροφορίες περί της δομής της ύλης που μελετά βάσει των θερμοδυναμικών μετρήσεων. Η Κλασική Θερμοδυναμική δεν ενδιαφέρεται για τον τρόπο με τον οποίο διαδίδεται η θερμότητα και αδυνατεί να προβλέψει το χρόνο που απαιτείται για τη διεξαγωγή μίας διεργασίας μεταβολής της ύλης.

Οι φυσικές ιδιότητες των υλικών σωμάτων εμφανίζονται στις θεωρητικές εξισώσεις της Κλασικής Θερμοδυναμικής υπό μορφή παραμέτρων ή σταθερών, π.χ. θερμοχωρητικότητα, συμπίεστικότητα κ.α. που προσδιορίζονται πειραματικά. Από τους Νόμους της Θερμοδυναμικής και τις φυσικές σταθερές των υλικών με αυστηρώς μαθηματική ή άλλως λογική επεξεργασία καθίσταται εφικτή η πρόβλεψη της συμπεριφοράς κάθε είδους μακροσκοπικών συστημάτων που υφίστανται ενεργειακές αλληλεπιδράσεις, εφόσον υπάγονται στο γνωστικό αντικείμενο της Θερμοδυναμικής. Η εκ των υστέρων πρακτική επαλήθευση της ορθότητας των προβλέψεων που απορρέουν από την εφαρμογή των μεθόδων της Κλασικής Θερμοδυναμικής, επιβεβαιώνει την ορθότητα της θεωρίας καθόσον δεν έχει διαπιστωθεί περίπτωση παραβίασης των Νόμων της Κλασικής Θερμοδυναμικής.

Η Κλασική Θερμοδυναμική διαπιστώνει, αποδέχεται και εφαρμόζει με συνέπεια φυσικούς νόμους. Δεν ασχολείται με την ερμηνεία των νόμων αυτών και δέχεται χωρίς θεωρητική ερμηνεία εμπειρικές καταστατικές εξισώσεις, που αποτυπώνουν μαθηματικώς σχέσεις μεταξύ μακροσκοπικών ιδιοτήτων της ύλης. Δεν ερμηνεύει γιατί οι σταθερές των θερμοδυναμικών εξισώσεων έχουν τις συγκεκριμένες πειραματικές τιμές.

Η Κινητική Θεωρία των Αερίων επιχειρεί την ερμηνεία των εμπειρικών νόμων και των φυσικών σταθερών που διέπουν τη μακροσκοπική συμπεριφορά των αερίων με εφαρμογή των νόμων της Μηχανικής σε συνδυασμό με μεθόδους της στατιστικής στις δομικές μονάδες του αερίου. Η Στατιστική Θερμοδυναμική (Thermodynamics) επίσης έχει ως αφετηρία τη μικροσκοπική δομή της ύλης και επιχειρεί να προβλέψει τη μακροσκοπική συμπεριφορά της ύλης λαμβάνοντας επίσης υπόψη τις μηχανικές αλληλεπιδράσεις και τη στατιστική κατανομή των ενεργειακών επιπέδων των δομικών μονάδων της ύλης. Με τις μεθόδους της Στατιστικής Θερμοδυναμικής είναι δυνατόν να αξιοποιηθούν ή να προβλεφθούν ακόμη και φασματοσκοπικά δεδομένα. Έτσι, η Στατιστική Θερμοδυναμική αποτελεί το σύνδεσμο μεταξύ της Μηχανικής και της Κλασικής Θερμοδυναμικής. Ωστόσο, οι υπολογισμοί της Στατιστικής Θερμοδυναμικής είναι εξαιρετικά πολύπλοκοι και αφορούν σε εξαιρετικά μεγάλο αριθμό δομικών μονάδων. Για το λόγο αυτό, παρά την πρόοδο που επιτρέπει σήμερα η χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών, η πρακτική εφαρμογή της Στατιστικής Θερμοδυναμικής είναι περιορισμένη. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι με εφαρμογή της Στατιστικής Θερμοδυναμικής έχουν ερμηνευθεί και προβλεφθεί με εξαιρετική ακρίβεια ιδιότητες πολύπλοκων σχηματισμών της ύλης, όπως π.χ. είναι οι υδρίτες αερίων (gas hydrates).

Η Θερμοδυναμική των μη αντιστρεπτών διεργασιών (Irreversible Thermodynamics) και η Θερμοδυναμική διεργασιών πέραν της ισορροπίας (Nonequilibrium Thermodynamics) αποτελούν ένα σχετικά νεώτερο κλάδο της Θερμοδυναμικής που επιχειρεί να επεκτείνει την εφαρμογή της Θερμοδυναμικής σε συστήματα εκτός ισορροπίας και σε χημικώς αντιδρώντα συστήματα ή γενικότερα σε συστήματα στα οποία εκτελούνται φυσικοχημικές διεργασίες με ορισμένο ρυθμό. Η Θερμοδυναμική των μη αντιστρεπτών διεργασιών εισάγει υπό μορφή νόμων πρόσθετες γενικεύσεις μακροσκοπικών παρατηρήσεων. Εφόσον η απόκλιση από την κατάσταση ισορροπίας είναι μικρή, οι σχέσεις μεταξύ κινούσας δύναμης και αποτελέσματος μπορεί να είναι γραμμικές και προκύπτουν στάσιμες καταστάσεις ερμηνεύόμενες καλώς από τη Θερμοδυναμική των μη αντιστρεπτών διεργασιών. Η Θερμοδυναμική των διεργασιών πέραν της ισορροπίας ασχολείται με διεργασίες πέραν της ισορροπίας όπου δεν έχουν εφαρμογή οι μέθοδοι της θερμοδυναμικής των μη αντιστρεπτών διεργασιών. Οι διεργασίες αυτές μπορεί να μη δίδουν στάσιμες καταστάσεις αλλά περιλαμβάνουν χρονικές και χωρικές διακυμάνσεις.

Η έκταση του παρόντος περιορίζεται μέσα στο αντικείμενο της Κλασικής Θερμοδυναμικής.

2. Σύνομη Ιστορική Αναδρομή

Ο όρος «ενέργεια», ως εισήχθη από τον Thomas Young (1807), αναφερόταν στην κινητική και δυναμική κατάσταση μίας μάζας. Η δε αναγνώριση ότι η θερμότητα είναι μια μορφή ενέργειας εν κινήσει έγινε σχετικά πρόσφατα. Ο όρος «θερμοδυναμική», που εισήχθη από τον William Thomson (1849), υπογραμμίζει ακριβώς τη δυναμική φύση της θερμότητας, κατ' αντιστοιχία προς τη Δυναμική της Μηχανικής που ασχολείται με τις κινήσεις των σωμάτων. Μέχρι τις αρχές του δέκατου όγδοου αιώνα, η κοινή αντίληψη για τη θερμότητα ουσιαστικά απηχούσε την υποκειμενική αντίληψη περί θερμού και ψυχρού. Στη συνέχεια παρατίθενται ως ιδιαίτερες ενότητες οι σημαντικότεροι σταθμοί της ανάπτυξης της Θερμοδυναμικής. Τονίζεται ότι η παράθεση δεν είναι εξαντλητική (για την οποία παραπέμπουμε στη Βιβλιογραφία) και επομένως έχει κατ' ανάγκην παραλειφθεί η μνεία της σημαντικής συμβολής στην ανάπτυξη της Θερμοδυναμικής πολλών σπουδαιών επιστημόνων που εργάστηκαν σ' αυτό το γνωστικό αντικείμενο.

2.1. Η ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ

Αρχικά, για αρκετούς αιώνες, η προσπάθεια των ερευνητών αφορούσε στην ανάγκη δημιουργίας μίας γενικής κλίμακας αντικειμενικής ποσοτικής απόδοσης του υποκειμενικού αισθήματος για το ψυχρό και το θερμό. Είχε γίνει αντιληπτό ότι αντικείμενα εκτεθειμένα αρκετό χρόνο στο αυτό περιβάλλον απέδιδαν διαφορετική αίσθηση ψυχρού ή θερμού. Π.χ. η υποκειμενική αίσθηση για ένα μεταλλικό και ένα ξύλινο αντικείμενο που είχαν παραμείνει πολλές ώρες σε χιόνι είναι ότι το πρώτο είναι πιο κρύο από δεύτερο. Ωστόσο, ενώ υπήρχε η διαίσθηση ότι τόσο το περιβάλλον όσο και τα αντικείμενα που ήταν εκτεθειμένα για αρκετό χρόνο σ' αυτό θα έπρεπε να έχουν όλα μία κοινή ιδιότητα ανταποκρινόμενη στο υποκειμενικό αίσθημα του ψυχρού ή του θερμού δεν ήταν κατανοητό πως και τι μεταφερόταν κατά τη φυσική επαφή ή γενικότερα σε ακριβώς συνίσταται η αλληλεπίδραση δύο σωμάτων. Εξ' άλλου, είχε γίνει επίσης αντιληπτό ότι η διαφορά στην υποκειμενική αντίληψη αντανακλάται και σε μετρήσιμες ιδιότητες της ύλης, π.χ. το μήκος μίας μεταλλικής ράβδου είναι διαφορετικό εάν είναι θερμή σε σχέση με το μήκος που είχε ενώ ήταν ψυχρή.

Η πρώτη χρήση οργάνου για τη μέτρηση της θερμοκρασίας (θερμοσκόπιο) φαίνεται ότι οφείλεται στον Galileo Galilei (περίπου 1600) ο οποίος χρησιμοποίησε ως θερμομετρική ιδιότητα τη διαστολή αέρα παγιδευμένου μέσα σε ανεστραμμένο

ανοιχτό υοειδή σωλήνα με τα άκρα εμβαπτισμένα μέσα στο νερό ενός ανοιχτού γυάλινου δοχείου. Η θερμική διαστολή του εγκλωβισμένου αέρα προκαλούσε μεταβολή της στάθμης του νερού του σωλήνα, η οποία ήταν ανάλογη της μεταβολής της θερμοκρασίας. Ακολούθως χρησιμοποιήθηκαν διάφορες γυάλινες συσκευές με λειτουργική ουσία αλκοόλη και αυθαίρετες κλίμακες, χωρίς συμφωνημένα, κοινώς αποδεκτά, σημεία αναφοράς. Ο Robert Boyle (1664) χρησιμοποίησε ως θερμομετρική ουσία αλκοόλη στην οποία είχε προσθέσει κόκκινο χρώμα. Το θερμόμετρο του Boyle είχε μόνον ένα σημείο αναφοράς (το σημείο τήξεως του πάγου σε ατμοσφαιρική πίεση) και μία αυθαίρετη κλίμακα μέτρησης.

Το θερμόμετρο διαστολής υδραργύρου εφευρέθηκε από τον Γερμανό Daniel Fahrenheit (περίπου 1715). Ο Fahrenheit επέλεξε ως σημεία αναφοράς ένα μείγμα ίσων μερών πάγου-αλατιού (0°), την τήξη του πάγου (30°) και το φυσιολογικό ανθρώπινο σώμα (90°). Αργότερα αναθεώρησε τα σημεία αυτά αποδίδοντας 32° στη θερμοκρασία τήξεως του πάγου και 212° στη θερμοκρασία βρασμού του νερού.

Ο Σουηδός Anders Celsius (1742) όρισε την εκατονταβάθμια (centigrade) θερμομετρική κλίμακα μεταξύ 0 και 100 με σημεία αναφοράς το σημείο τήξεως του πάγου (100°) και το σημείο ζέσεως του νερού (0°) σε ατμοσφαιρική πίεση και διαίρεσε τη θερμομετρική κλίμακα σε 100 ίσα τμήματα (βαθμούς). Η αναστροφή της πρωτότυπης κλίμακας του Κελσίου οφείλεται (1744) στον σπουδαίο Σουηδό βοτανολόγο Carl Linnaeus και με τη μορφή αυτή χρησιμοποιείται μέχρι σήμερα.

Η έννοια της μεταβολής της θερμοκρασίας, σε σχέση με τη διεξαγωγή διεργασιών, έγινε κατανοητή μόνο μετά τις εργασίες του Joseph Black (Πανεπιστήμιο Γλασκώβης, 1770). Ο J. Black αναμειγνύοντας διάφορες ποσότητες υγρών διαφορετικής θερμοκρασίας ή παρατηρώντας τη θερμοκρασία κατά την αλλαγή φάσεως μίας ουσίας έδειξε ότι η θερμοκρασία των σωμάτων δεν είναι διατηρήσιμη ιδιότητα της ύλης και δεν μεταδίδεται. Κατά συνέπεια, ο J. Black θεώρησε ότι υφίσταται κάποια άυλη οντότητα, η οποία είχε τη δυνατότητα μετακίνησης μεταξύ των υλικών σωμάτων και η οποία ήταν το αίτιο της μεταβολής της θερμοκρασίας των σωμάτων.

Ωστόσο, οι κανόνες της συνέχειας της θερμοκρασίας και της θερμικής ισορροπίας μεταξύ διαφόρων σωμάτων σε φυσική επαφή, που απετέλεσαν μετέπειτα τον μηδενικό νόμο, διευκρινίστηκαν πολύ αργότερα από τον Maxwell (1868).

Η κλίμακα της απόλυτης θερμοκρασίας, $T/K = 273,15 + t/^\circ\text{C}$, εισήχθη από τον Kelvin (1848) θέτοντας ως μηδέν τη χαμηλότερη θερμοκρασία που μπορεί να επιτευχθεί με βάση την καταστατική εξίσωση του ιδανικού αερίου, $Pv = RT$. Ο όρος «βαθμός Κελσίου, °C» ορίστηκε ως μονάδα μέτρησης θερμοκρασίας στο 9^ο Διεθνές Συνέδριο Μέτρων και Σταθμών (Conférence Générale des Poids et Mesures, CGPM, 1948), επειδή με την αποδοχή ως διεθνούς προτύπου θερμοκρασίας της κλίμακας kelvin, η διαφορά μεταξύ των σημείων πήξεως και ζέσεως του νερού δεν είναι πλέον ακριβώς 100 βαθμοί.

- Ρυθμοί ροής συμβολίζονται με το εστιγμένο σύμβολο της φυσικής ποσότητας που ρέει, π.χ. ο ρυθμός ροής μάζας συμβολίζεται ως εστιγμένη μάζα, \dot{m} , και ο ρυθμός ροής όγκου (παροχή) συμβολίζεται ως \dot{V} .
- Φυσικές ποσότητες ανά μονάδα μάζας ή ανά γραμμομόριο ονομάζονται αντίστοιχα ειδικές ή γραμμομοριακές ποσότητες και παριστώνται με τα αντίστοιχα μικρά γράμματα, π.χ. ο ειδικός όγκος (V/m) και ο γραμμομοριακός όγκος (V/n) συμβολίζονται με v , η γραμμομοριακή εσωτερική ενέργεια συμβολίζεται ως u κ.ο.κ.

3. Μεταβλητές, Μετρήσεις και Υπολογισμοί

Κάθε όργανο μέτρησης, είτε βιομηχανικό είτε επιστημονικό, διαθέτει μία πεπερασμένη ακρίβεια, με την οποία εκφράζει το φυσικό μέγεθος που μετρά σε ορισμένη μονάδα μέτρησης. Σε αρκετές περιπτώσεις, η μονάδα στην οποία εκφράζεται ένα μετρούμενο μέγεθος, δεν είναι μονάδα του συστήματος SI και επομένως εάν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για υπολογισμούς άλλων μεγεθών, θα πρέπει να προηγηθεί μετατροπή αυτής. Εξάλλου, ένα μέγεθος μπορεί να προκύπτει υπολογιστικά, μετά από σειρά μαθηματικών πράξεων μεταξύ άλλων μετρημένων ή υπολογισμένων μεγεθών. Άλλοτε πάλι, το ζητούμενο μέγεθος προκύπτει προσεγγιστικά, με την έννοια ότι δεν υπάρχει μαθηματική εξίσωση επιδεχόμενη αναλυτική λύση.

Στη συνέχεια της παραγράφου αυτής επισημαίνονται ορισμένες τεχνικές που σχετίζονται με την ορθή έκφραση των μεγεθών και την ακρίβεια της έκφρασης.

3.1. ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Όλοι οι προσθετέοι όροι σε κάθε πλευρά μίας ορθής εξίσωσης πρέπει να έχουν τις αυτές διαστάσεις και τις αυτές μονάδες. Όπως ήδη αναφέρθηκε, η διατύπωση αυτή εκφράζει την αρχή της διαστατικής ομοιογένειας των εξισώσεων. Κατά τους υπολογισμούς, τα σύμβολα των εξισώσεων αντικαθίστανται από αριθμούς μαζί με τις μονάδες τους. Δηλαδή σε μία αριθμητική εξίσωση όλοι οι όροι αναγράφονται με τις μονάδες τους και εκτελούνται οι ενδεικνυόμενες αλγεβρικές πράξεις όχι μόνον μεταξύ των αριθμών αλλά και μεταξύ των μονάδων. Π.χ. η αριθμητική εξίσωση

$$581,2 \text{ Pa} = 980 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \times 9,8 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \times 0,05 \text{ m} + 101 \text{ Pa}$$

είναι διαστατικά ομοιογενής διότι ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους, μετά από πράξεις μεταξύ μονάδων, έχει μονάδες Pa και επομένως κάθε όρος της εξίσωσης έχει τις αυτές μονάδες.

Εάν υπάρχει προσθετέος όρος σε μία εξίσωση που διαφέρει ως προς τις διαστά-

σεις από τους υπόλοιπους όρους, η εξίσωση είναι εσφαλμένη. Π.χ. εξίσωση $Y = 3 \text{ kg} + 5 \text{ m}^3$ δεν είναι διαστατικά ομοιογενής και είναι εσφαλμένη.

Εάν όλοι οι προσθετέοι όροι έχουν τις αυτές διαστάσεις αλλά διαφέρουν ως προς τις μονάδες, πρέπει να γίνει μετατροπή μονάδων ώστε κάθε όρος να έχει τις αυτές μονάδες. Π.χ.

$$5,00 \text{ hp} + 3,00 \text{ kW} = 5 \text{ hp} \times 0,74624 \text{ kW/hp} + 3 \text{ kW} = 6,73 \text{ kW}.$$

Σημειώνεται ότι σε πολλές περιπτώσεις χρησιμοποιούνται αδιάστατες εξισώσεις, δηλαδή όλοι οι προσθετέοι όροι είναι καθαροί αριθμοί.

3.2. ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΜΟΝΑΔΩΝ

Στην πράξη, υπάρχουν περιπτώσεις που ένα φυσικό μέγεθος εκφράζεται σε μονάδες διαφορετικές από εκείνες του Διεθνούς Συστήματος. Π.χ. η πίεση μπορεί να μετρηθεί σε atm ή bar ή mmHg αντί στην μονάδα του SI που είναι το Pa. Η αριθμητική τιμή κάθε μεγέθους εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης και βέβαια υπάρχει μία ισοδυναμία μεταξύ δύο μονάδων του αυτού μεγέθους που εκφράζεται με ένα κλάσμα. Π.χ. για τις μονάδες πίεσης έχουμε τις ισοδυναμίες

$$1 \text{ atm} = 1,01325 \text{ bar} = 760 \text{ mmHg} \quad \text{και} \quad 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa},$$

από τις οποίες μπορούν να προκύψουν τα εξής κλάσματα:

$$\frac{1 \text{ N} \cdot \text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}}, \quad \frac{1 \text{ atm}}{1,01325 \text{ bar}}, \quad \frac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mmHg}}, \quad \frac{1 \text{ bar}}{10^5 \text{ Pa}}, \quad \frac{1 \text{ bar}}{100 \text{ kPa}}.$$

Είναι προφανές ότι όλα τα παραπάνω κλάσματα είναι *αδιάστατα* και είναι ίσα προς τη μονάδα (καθαρός αριθμός).

Για τη μετατροπή της μονάδας ενός μεγέθους σε μία άλλη μονάδα, πολλαπλασιάζουμε με ένα κλάσμα που έχει αριθμητή την επιθυμητή μονάδα και παρονομαστή την απαλειφόμενη ισοδύναμη μονάδα. Το κλάσμα αυτό ονομάζεται συντελεστής μετατροπής. Π.χ. για τη μετατροπή της πίεσης $P = 988 \text{ mmHg}$ σε atm, γράφουμε:

$$P = 988 \text{ mmHg} \times \frac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mmHg}} = 1,30 \text{ atm}.$$

Για να μετατρέψουμε πίεση $P = 1,30 \text{ atm}$ σε kPa ενεργούμε ως εξής:

$$P = 1,30 \text{ atm} \times \frac{1,01325 \text{ bar}}{1 \text{ atm}} \times \frac{10^5 \text{ Pa}}{1 \text{ bar}} \times \frac{1 \text{ kPa}}{10^3 \text{ Pa}} = 131,72 \text{ kPa}.$$

Ανάλογα ενεργούμε εάν η μονάδα που πρέπει να αντικατασταθεί εμφανίζεται στον παρονομαστή. Π.χ. για να μετατρέψουμε την πυκνότητα $\rho = 5,2 \text{ g/cm}^3$ σε kg/m^3 , γράφουμε:

$$\rho = 5,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \left(\frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right)^3 = 5,2 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Συνοψίζοντας, εάν θέλουμε να μετατρέψουμε ένα μέγεθος στο ισοδύναμό του σε άλλες μονάδες, ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

- Γράφουμε την αριθμητική τιμή του μεγέθους και δεξιά δίπλα σ' αυτήν τις μονάδες του, τις οποίες θέλουμε να αντικαταστήσουμε εν όλω ή εν μέρει.
- Σχηματίζουμε τον μοναδιαίο συντελεστή μετατροπής.
- Εκτελούμε τις ενδεικνυόμενες πράξεις μεταξύ των αριθμών και μεταξύ των μονάδων.

3.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΚΑΙ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ

Η μέτρηση κάθε φυσικού μεγέθους πάντοτε υπόκειται σε σφάλματα, οποιαδήποτε μέριμνα και εάν ήθελε ληφθεί για την αποφυγή αυτών. Η *ακρίβεια* (accuracy) ενός αριθμού που αποδίδει φυσικό μέγεθος είναι μέτρο της εγγύτητας του αριθμού προς την πραγματική τιμή του φυσικού μεγέθους. Αντίστοιχα, *σφάλμα* είναι η απόμάρκυνση του αριθμού από την πραγματική τιμή. Διακρίνονται απόλυτο σφάλμα και σχετικό σφάλμα, ως εξής: Εάν \tilde{x} είναι μία προσέγγιση της πραγματικής τιμής x , το απόλυτο σφάλμα, E_x , είναι η απόλυτη τιμή της διαφοράς τους, $|x - \tilde{x}|$, και το σχετικό σφάλμα, E_x^σ , το πηλίκο του απόλυτου σφάλματος διά της πραγματικής τιμής, $|x - \tilde{x}|/x$. Μικρό σχετικό σφάλμα είναι ένδειξη μίας καλής προσέγγισης.

Η *επαναληπτικότητα* (precision) αφορά σε μία μέθοδο μέτρησης ενός φυσικού μεγέθους και είναι μέτρο της διασποράς των τιμών των πειραματικών μετρήσεων, δηλαδή της κατανομής τους γύρω από μία κεντρική τιμή. Μία μέθοδος με καλή επαναληπτικότητα δεν είναι κατ' ανάγκην και ακριβής μέθοδος, εφόσον υπόκειται σε συστηματικά σφάλματα. Μία μέθοδος με καλή ακρίβεια μπορεί να μην έχει καλή επαναληπτικότητα εφόσον υπόκειται σε τυχαία σφάλματα.

Η ακρίβεια με την οποία αποδίδεται ένα φυσικό μέγεθος ποσοτικοποιείται από τα *σημαντικά ψηφία* του αριθμού που το εκφράζει. Συγκεκριμένα, το τελευταίο σημαντικό ψηφίο του αριθμού δηλώνει ακρίβεια μίας μονάδας της θέσης του.

Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων ενός ακεραίου αριθμού είναι ο αριθμός των ψηφίων από το πρώτο μη μηδενικό ψηφίο μέχρι το τελευταίο μη μηδενικό ψηφίο του αριθμού. Π.χ. ο αριθμός 12300 έχει τρία σημαντικά ψηφία και – εάν δεν υπάρχει άλλη πληροφορία – το μέγεθος που εκφράζει ο αριθμός αυτός μπορεί να έχει τιμές μεταξύ 12400 και 12200. Ομοίως, ο αριθμός 12340 έχει τέσσερα σημαντικά ψηφία και δηλώνει ότι η τιμή του μεγέθους είναι μεταξύ 12350 και 12330.

Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων ενός δεκαδικού αριθμού είναι ο αριθμός των

ψηφίων από το πρώτο μη μηδενικό ψηφίο μέχρι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού. Π.χ. ο δεκαδικός αριθμός 12300,0 έχει έξι σημαντικά ψηφία, ο αριθμός 0,000456 έχει τρία σημαντικά ψηφία και ο αριθμός 0,01200 έχει τέσσερα σημαντικά ψηφία.

Κατά την παράσταση αριθμών με την επιστημονική σημειογραφία, το δεκαδικό μέρος της παράστασης έχει τόσα ψηφία όσα είναι τα σημαντικά ψηφία του αριθμού. Π.χ. $1230 = 1,23 \times 10^3$, $0,0123 = 1,23 \times 10^{-2}$, $1230,0 = 1,2300 \times 10^3$.

Τα αριθμητικά δεδομένα και τα αποτελέσματα των μετρήσεων πρέπει να γράφονται με όσα σημαντικά ψηφία επιτρέπει η ακρίβεια τους. Η ακρίβεια δεν εξαρτάται από τις μονάδες μέτρησης. Π.χ. μία μάζα 1,5 kg μπορεί να γραφεί και με τη μορφή 1500 g ή ακόμη $1,5 \times 10^6$ mg, όπου σε κάθε περίπτωση τα σημαντικά ψηφία είναι δύο.

Όταν εκτελούνται αριθμητικές πράξεις πολλαπλασιασμού ή διαίρεσης αριθμών με διαφορετικό αριθμό σημαντικών ψηφίων, το τελικό αποτέλεσμα των πράξεων αυτών πρέπει να έχει τόσα σημαντικά ψηφία όσα ο αριθμός με τον ελάχιστο αριθμό σημαντικών ψηφίων. Π.χ. είναι $3,20 \times 0,01234 / 12,345 = 0,00320$ διότι ο ελάχιστος αριθμός σημαντικών ψηφίων είναι τρία. Αλλά, $(2,345 \text{ h}) \times (60 \text{ min/h}) = 140,70 \text{ min}$, διότι ο αριθμός 60 είναι ακριβής εξ' ορισμού και δεν επηρεάζει την ακρίβεια.

Όταν προστίθενται ή αφαιρούνται αριθμοί το τελικό αποτέλεσμα δεν μπορεί να έχει ακρίβεια μεγαλύτερη από την ακρίβεια του όρου με τη μικρότερη ακρίβεια. Π.χ. είναι $10,0 + 2,35 - 0,018 = 12,3$, διότι η ακρίβεια δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη του 0,1.

Όταν εκτελούνται πολύπλοκοι υπολογισμοί που περιλαμβάνουν σειρά αλγεβρικών πράξεων, η συνιστώμενη πρακτική είναι να αποφεύγονται ενδιάμεσες στρογγυλοποιήσεις. Μόνο το τελικό αποτέλεσμα στρογγυλοποιείται στην ακρίβεια που επιβάλλεται από το λιγότερο ακριβές δεδομένο. Π.χ. θα μπορούσε να ελεγχθεί ποια επίπτωση έχει στην τιμή του τελικού αποτελέσματος η μεταβολή του τελευταίου σημαντικού ψηφίου του λιγότερο ακριβούς δεδομένου.

Επισημαίνεται ότι αναξιόπιστα αποτελέσματα μπορεί να προκύψουν κατά τον υπολογισμό της διαφοράς μεταξύ δύο σχεδόν ίσων αριθμών ή του ηλίκου ενός αριθμού με ένα πολύ μικρό αριθμό. Εάν εμφανίζονται τέτοιες περιπτώσεις σε ενδιάμεσους υπολογισμούς, πρέπει να αποφεύγονται με κατάλληλη αναδιάταξη της σειράς εκτέλεσης των αριθμητικών πράξεων. Π.χ. $\sqrt{1005} - \sqrt{1000} = 5 / (\sqrt{1005} + \sqrt{1000})$.

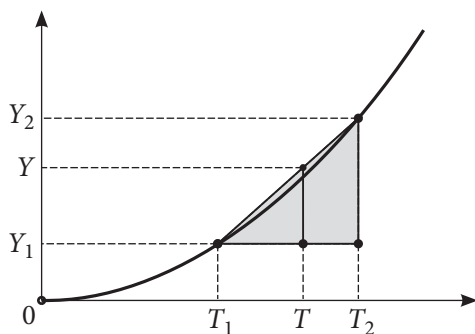
Κατά τη *στρογγυλοποίηση* αριθμών, ψηφία μικρότερα του 5 απλώς απορρίπτονται, π.χ. $1,23 + 0,1 = 1,3$. Όταν όμως απορρίπτονται ψηφία μεγαλύτερα του 5, τότε το αμέσως προηγούμενο σημαντικό ψηφίο του αριθμού αυξάνεται κατά μία μονάδα, π.χ. $1,26 + 0,1 = 1,4$. Εάν το απορριπτόμενο ψηφίο είναι το 5 τότε το αμέσως προηγούμενο σημαντικό ψηφίο στρογγυλοποιείται (είτε αυξάνει είτε μειώνεται) προς τον πλησιέστερο άρτιο αριθμό, π.χ. $1,25 + 0,1 = 1,4$ ενώ $1,25 - 0,1 = 1,2$.

3.4. ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

Γραμμική παρεμβολή. Σε πολλές περιπτώσεις τα δεδομένα ενός προβλήματος διατίθενται υπό μορφή πινάκων τιμών π.χ. σε διάφορες θερμοκρασίες. Εάν η θερμοκρασία T , στην οποία χρειάζεται η τιμή μίας ιδιότητας, δεν ευρίσκεται ακριβώς στον πίνακα δεδομένων αλλά ευρίσκεται μεταξύ δύο θερμοκρασιών T_1 και T_2 του πίνακα, τότε η τιμή Y της ιδιότητας στη συγκεκριμένη θερμοκρασία T μπορεί να υπολογισθεί με τη μέθοδο της γραμμικής παρεμβολής, εφόσον η απόσταση μεταξύ των δεδομένων δεν είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με την προσέγγισή τους προς τη γραμμικότητα. Όπως φαίνεται στο παρατιθέμενο Σχήμα 10, η ομοιότητα τριγώνων υποδεικνύει τον εξής τύπο:

$$\frac{Y - Y_1}{T - T_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{T_2 - T_1} \Rightarrow Y = Y_1 + \frac{Y_2 - Y_1}{T_2 - T_1} (T - T_1) = Y_1 \frac{T_2 - T}{T_2 - T_1} + Y_2 \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}, \quad (38)$$

όπου Y , Y_1 και Y_2 είναι οι τιμές μίας ιδιότητας του πίνακα που αντιστοιχούν στις θερμοκρασίες T , T_1 και T_2 του πίνακα. Κατά κανόνα, η μέθοδος της γραμμικής παρεμβολής είναι χρήσιμη *μόνον* εάν ισχύει $T_1 < T < T_2$.



Σχήμα 10. Για την κατανόηση της μεθόδου της γραμμικής παρεμβολής σε δεδομένα πίνακα.

Έστω π.χ. ότι ζητείται η μετατροπή της θερμοκρασίας $100,0 \text{ }^\circ\text{F}$ σε $^\circ\text{C}$, με δεδομένα ότι $32 \text{ }^\circ\text{F} \rightarrow 0 \text{ }^\circ\text{C}$ και $212 \text{ }^\circ\text{F} \rightarrow 100 \text{ }^\circ\text{C}$. Ο τύπος της γραμμικής παρεμβολής (38) εφαρμόζεται ως εξής:

$$\frac{Y - 0}{100 - 32} = \frac{100 - 0}{212 - 32} \Rightarrow Y = 0 + \frac{100}{180} \times 68 = 37,78 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Μη γραμμική παρεμβολή. Εάν τα δεδομένα ακολουθούν έντονα μη γραμμική συμπεριφορά, η πρόβλεψη με γραμμική παρεμβολή μπορεί να μην είναι επαρκώς ακριβής. Εάν τα δεδομένα διέπονται από γνωστή μη γραμμική εξίσωση, ο απλούστερος τρόπος βελτίωσης της παρεμβολής είναι με αναγωγή της μη γραμμικής εξίσωσης σε γραμμική με αλλαγή μεταβλητών.

Π.χ. είναι γνωστό ότι η τάση ατμών, σε κάθε περιορισμένο διάστημα, είναι εκθετική συνάρτηση της απόλυτης θερμοκρασίας σύμφωνα με την εξίσωση $P = \exp(A - B/T)$. Τίθεται $Y \equiv \ln P$ και $X \equiv 1/T$ και ακολούθως εφαρμόζεται η εξίσωση (38), η οποία εν προκειμένω δίδει:

$$\frac{\ln P - \ln P_1}{(1/T) - (1/T_1)} = \frac{\ln P_2 - \ln P_1}{(1/T_2) - (1/T_1)} \quad (39)$$

3.5. ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΣΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Εάν τα δεδομένα που συλλέγονται κατά την εκτέλεση ενός πειράματος παρασταθούν σε διάγραμμα διασποράς, μπορεί να δείχνουν ότι μεταξύ δύο μεγεθών x και y υπάρχει σχέση, γραμμική ή μη γραμμική. Η εξίσωση που συνδέει την εξαρτημένη μεταβλητή, y , με την ανεξάρτητη, x , ονομάζεται *εξίσωση παλινδρόμησης*.

Γραμμική παλινδρόμηση - Μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων. Στην απλή γραμμική παλινδρόμηση το ζητούμενο είναι η εύρεση της άριστης ευθείας, που περνά από τα n σημεία που ορίζουν τα n ζεύγη τιμών (y_i, x_i) . Υποτίθεται ότι κάθε μετρούμενη τιμή y_i υπόκειται σε ανεξάρτητα σφάλματα μέτρησης, Δy_i , τα οποία ακολουθούν την κανονική κατανομή γύρω από την τιμή, \hat{y}_i , που αποδίδει η εξίσωση της παλινδρόμησης.

Η εξίσωση της ευθείας προσδιορίζεται αναλυτικά με τη *μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων*. Έστω ότι η εξίσωση της άριστης ευθείας είναι:

$$\hat{y} = mx + b \quad (40)$$

όπου η σταθερά b είναι η *αποτέμνουσα* (intercept) στον άξονα των y και η σταθερά m είναι η *κλίση* (slope) της ευθείας. Απαιτείται ελαχιστοποίηση των υπολοίπων $(\hat{y}_i - y_i)$ και προς τούτο αρκεί να ελαχιστοποιηθεί η παράσταση $f(m, b)$:

$$f(m, b) = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (mx_i + b - y_i)^2 = \min \quad (41)$$

Η τελευταία ισодυναμεί με μηδενισμό των πρώτων μερικών παραγώγων της εξίσωσης (41) ως προς τους αγνώστους, που είναι η *αποτέμνουσα*, b , και η *κλίση*, m . Έτσι προκύπτουν οι κανονικές εξισώσεις των ελαχίστων τετραγώνων, που αποτελούν ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων. Αποδεικνύεται ότι για αριθμό n δεδομένων (ζευγών) έχουμε:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{και} \quad b = \bar{y} - m\bar{x} \quad (42)$$

όπου \bar{x} και \bar{y} είναι αντίστοιχα οι μέσες τιμές των δεδομένων x και y .

Η ποιότητα της προσαρμογής της ευθείας στα πειραματικά δεδομένα χαρακτηρίζεται από το *τυπικό σφάλμα* της παλινδρόμησης, s_e :

$$s_e \equiv \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}} \quad (43)$$

Όσο μικρότερο είναι το τυπικό σφάλμα τόσο πλησιέστερα στην υπολογισμένη ευθεία ευρίσκονται τα δεδομένα.

Ως μέτρο της ποιότητας προσαρμογής κυρίως χρησιμοποιείται ο *συντελεστής προσδιορισμού* (coefficient of determination), r^2 , που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$r^2 \equiv \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (44)$$

Ο συντελεστής προσδιορισμού λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και 1. Εάν ο συντελεστής προσδιορισμού είναι 1, υπάρχει πλήρης γραμμική συσχέτιση στο δείγμα, δηλαδή δεν υπάρχει διαφορά ανάμεσα στην υπολογισμένη τιμή \hat{y} και την πραγματική τιμή y . Αντίθετα, αν ο συντελεστής προσδιορισμού είναι πλησίον του 0, η εξίσωση παλινδρόμησης δεν είναι χρήσιμη για την πρόβλεψη τιμών του y . Για την ερμηνεία του συντελεστή προσδιορισμού πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ότι η τιμή του r^2 είναι δυνατόν να αυξηθεί είτε με αύξηση του αριθμού των δεδομένων είτε με προσθήκη όρων σε ένα μη γραμμικό μοντέλο. Π.χ. αριθμός n δεδομένων μπορεί πάντοτε να προσαρμοσθεί τέλεια σε ένα πολυώνυμο $n-1$ βαθμού.

Μη Γραμμικές Σχέσεις. Σε διάγραμμα διασποράς, η τάση των δεδομένων να ακολουθούν μία ευθεία γραμμή είναι εύκολα αναγνωρίσιμη οπτικά. Ωστόσο, στη συνήθη περίπτωση, τα δεδομένα επιδεικνύουν καμπυλότητα όταν αποτυπώνονται σε διάγραμμα διασποράς και η ανεύρεση της εξίσωσης που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα καθώς και η αξιολόγηση των αποκλίσεων δεν είναι γενικά εύκολη υπόθεση. Η απλούστερη μέθοδος για τον εντοπισμό της καταλληλότερης μη γραμμικής σχέσης, εφόσον δεν είναι ήδη γνωστή από προηγούμενες μελέτες ή από θεωρητικές αναλύσεις, είναι ο μετασχηματισμός των δεδομένων κατά τέτοιο τρόπο ώστε να προκύπτει ευθεία γραμμή. Π.χ. μία εξίσωση υπερβολής, $y = x/(a+bx)$, μετασχηματίζεται με αλλαγή μεταβλητών ως εξής: $Y = 1/y$, $X = 1/x$ και $Y = b + aX$.

Εάν μπορούν να εφαρμοσθούν περισσότεροι του ενός μετασχηματισμοί, ο καταλληλότερος εξ' αυτών προκύπτει από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων των αναλύσεων γραμμικής παλινδρόμησης.

$$\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \right)_V (dS_A)^2 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial V^2} \right)_S (dV_A)^2 + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial S} dV_A dS_A \right].$$

Η ύπαρξη αρχικής κατάστασης ισορροπίας της φάσεως επιβάλλει ότι η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος θα είναι θετική, $\Delta U > 0$. Επομένως, έχουμε:

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \right)_V (dS_A)^2 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial V^2} \right)_S (dV_A)^2 + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial S} dV_A dS_A > 0.$$

Η παραπάνω συνθήκη πρέπει να ισχύει για κάθε μεταβολή των dS και dV και για κάθε συνδυασμό των μεταβολών αυτών.

Επομένως, εάν τηρηθεί σταθερή η εντροπία του κάθε υποσυστήματος ($dS_A=0$) πρέπει να ισχύει:

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial V^2} \right)_S > 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S > 0 \Rightarrow - \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_S > 0 \Rightarrow \kappa_S > 0 \quad (161)$$

Εάν τηρηθεί σταθερός ο όγκος του κάθε υποσυστήματος ($dV_A=0$) πρέπει να ισχύει:

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \right)_V > 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V > 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial S} \right)_V > 0 \Rightarrow \frac{T}{C_V} > 0 \Rightarrow C_V > 0 \quad (162)$$

Λαμβάνοντας υπόψη και την εξίσωση Mayer, (151), έπεται ότι $C_P > 0$. Λαμβάνοντας υπόψη και τη σχέση (154), έπεται ότι $\kappa_T > 0$.

11. Θερμοδυναμικές Σχέσεις Κλειστών Φάσεων

Έχει ήδη καταστεί σαφές ότι η θερμοδυναμική ανάλυση των διεργασιών καταλήγει σε σχέσεις μεταξύ των μερικών παραγώγων των διαφόρων μεταβλητών. Οι μεταβλητές αυτές γενικά είναι η πίεση, ο όγκος, η θερμοκρασία, η εντροπία, η εσωτερική ενέργεια, η ενθαλπία, η ελεύθερη ενέργεια κατά Helmholtz και η ελεύθερη ενέργεια κατά Gibbs. Από τις οκτώ αυτές μεταβλητές ενός μονοφασικού συστήματος ενός συστατικού προκύπτουν $8!/[2 \cdot (8-3)!] = 168$ μερικές παράγωγοι της γενικής μορφής $(\partial x / \partial y)_z = 1/(\partial y / \partial x)_z$. Στα μονοφασικά συστήματα αρκεί ο καθορισμός όποιων δύο ανεξάρτητων μεταβλητών για να προσδιορισθεί πλήρως η κατάσταση του συστήματος, δηλαδή η τιμή κάθε άλλης από τις υπόλοιπες έξι μεταβλητές.

Επομένως, προκειμένου η θερμοδυναμική ανάλυση να έχει πρακτική αξία, επιδιώκεται όλες οι μερικές παράγωγοι που εμφανίζονται σε κάθε σχέση να εκφραστούν ως συναρτήσεις μετρήσιμων ποσοτήτων. Τέτοιες μετρήσιμες ποσότητες εί-

να η θερμοχωρητικότητα (C_p ή C_v) και οι μερικές παράγωγοι μεταξύ όγκου, θερμοκρασίας και πίεσης, π.χ. $(\partial V/\partial T)_p$ και $(\partial V/\partial P)_T$. Στη συνέχεια περιγράφεται μία γενική μεθοδολογία για τον υπολογισμό οποιασδήποτε μερικής παραγώγου.

11.1. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΕΝΘΕΣΗ

Έστω ότι οι εξαρτημένες μεταβλητές y_i , όπου $i=1, \dots, n$, είναι συναρτήσεις των αυτών ανεξάρτητων μεταβλητών, έστω T και P :

$$y_i = f_i(T, P) \quad (i=1, \dots, j, k, l, \dots, n) \quad (163a)$$

Το ολικό διαφορικό τριών τυχαίων από αυτές τις συναρτήσεις, έστω j , k και l , είναι:

$$dy_j = \left(\frac{\partial y_j}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial y_j}{\partial P} \right)_T dP \quad (163b)$$

$$dy_k = \left(\frac{\partial y_k}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial y_k}{\partial P} \right)_T dP \quad (163c)$$

$$dy_l = \left(\frac{\partial y_l}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial y_l}{\partial P} \right)_T dP \quad (163d)$$

Για τον υπολογισμό της μερικής παραγώγου $(\partial y_j/\partial P)_{y_k}$ τίθεται $dy_k=0$. Η εξίσωση (163c) επιλύεται ως προς dT :

$$0 = \left(\frac{\partial y_k}{\partial T} \right)_P (dT)_{y_k} + \left(\frac{\partial y_k}{\partial P} \right)_T (dP)_{y_k} \Rightarrow (dT)_{y_k} = - \left(\frac{\partial T}{\partial y_k} \right)_P \left(\frac{\partial y_k}{\partial P} \right)_T (dP)_{y_k}$$

Αντικαθιστώντας την τελευταία στην εξίσωση (163b) έχουμε:

$$(dy_j)_{y_k} = \left(\frac{\partial y_j}{\partial P} \right)_T (dP)_{y_k} - \left(\frac{\partial y_j}{\partial T} \right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial y_k} \right)_P \left(\frac{\partial y_k}{\partial P} \right)_T (dP)_{y_k} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\partial y_j}{\partial P} \right)_{y_k} = \left(\frac{\partial y_j}{\partial P} \right)_T - \left(\frac{\partial y_j}{\partial T} \right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial y_k} \right)_P \left(\frac{\partial y_k}{\partial P} \right)_T$$

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας το δεξί μέλος της τελευταίας εξίσωσης με τον όρο $(\partial y_k/\partial T)_P$ προκύπτει:

$$\left(\frac{\partial y_j}{\partial P} \right)_{y_k} = \frac{\left(\frac{\partial y_j}{\partial P} \right)_T \left(\frac{\partial y_k}{\partial T} \right)_P - \left(\frac{\partial y_j}{\partial T} \right)_P \left(\frac{\partial y_k}{\partial P} \right)_T}{\left(\frac{\partial y_k}{\partial T} \right)_P} \quad (164a)$$

Ομοίως ευρίσκεται:

$$\left(\frac{\partial y_k}{\partial P}\right)_{y_j} = \frac{\left(\frac{\partial y_k}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial y_j}{\partial T}\right)_P - \left(\frac{\partial y_k}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial y_j}{\partial P}\right)_T}{\left(\frac{\partial y_j}{\partial T}\right)_P} \quad (164b)$$

Έστω η συνάρτηση $y_j = f(y_k, y_l)$, κάθε μία από τις μεταβλητές της οποίας είναι συνάρτηση των ανεξάρτητων μεταβλητών T και P . Για τον υπολογισμό της μερικής παραγώγου $(\partial y_j / \partial y_k)_{y_l}$ οι εξισώσεις (163c) και (163d) επιλύονται ως προς dT , εξισώνονται μεταξύ τους και η προκύπτουσα επιλύεται ως προς dP :

$$\frac{dy_l - \left(\frac{\partial y_l}{\partial P}\right)_T dP}{\left(\frac{\partial y_l}{\partial T}\right)_P} = \frac{dy_k - \left(\frac{\partial y_k}{\partial P}\right)_T dP}{\left(\frac{\partial y_k}{\partial T}\right)_P} \Rightarrow$$

$$dy_l \left(\frac{\partial y_k}{\partial T}\right)_P - \left(\frac{\partial y_l}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial y_k}{\partial T}\right)_P dP = dy_k \left(\frac{\partial y_l}{\partial T}\right)_P - \left(\frac{\partial y_k}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial y_l}{\partial T}\right)_P dP \Rightarrow$$

$$dP = \frac{dy_l \left(\frac{\partial y_k}{\partial T}\right)_P - dy_k \left(\frac{\partial y_l}{\partial T}\right)_P}{\left(\frac{\partial y_l}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial y_k}{\partial T}\right)_P - \left(\frac{\partial y_k}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial y_l}{\partial T}\right)_P}$$

Με τον ίδιο τρόπο ευρίσκεται η εξής σχέση για το διαφορικό dT :

$$dT = \frac{dy_l \left(\frac{\partial y_k}{\partial P}\right)_T - dy_k \left(\frac{\partial y_l}{\partial P}\right)_T}{\left(\frac{\partial y_l}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial y_k}{\partial P}\right)_T - \left(\frac{\partial y_k}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial y_l}{\partial P}\right)_T}$$

Οι δύο τελευταίες σχέσεις αντικαθίστανται στην εξίσωση (163b) και τίθεται $dy_l = 0$:

$$(dy_j)_{y_l} = \frac{-(dy_k)_{y_l} \left(\frac{\partial y_j}{\partial P}\right)_{T, y_l} \left(\frac{\partial y_l}{\partial T}\right)_{P, y_l}}{\left(\frac{\partial y_l}{\partial P}\right)_{T, y_l} \left(\frac{\partial y_k}{\partial T}\right)_{P, y_l} - \left(\frac{\partial y_k}{\partial P}\right)_{T, y_l} \left(\frac{\partial y_l}{\partial T}\right)_{P, y_l}} +$$

$$+ \frac{-(dy_k)_{y_l} \left(\frac{\partial y_j}{\partial T} \right)_{P, y_l} \left(\frac{\partial y_l}{\partial P} \right)_{T, y_l}}{\left(\frac{\partial y_l}{\partial T} \right)_{P, y_l} \left(\frac{\partial y_k}{\partial P} \right)_{T, y_l} - \left(\frac{\partial y_k}{\partial T} \right)_{P, y_l} \left(\frac{\partial y_l}{\partial P} \right)_{T, y_l}}$$

Η τελευταία μετά από αλγεβρικές πράξεις και αναδιάταξη όρων δίνει τη ζητούμενη σχέση:

$$\left(\frac{\partial y_j}{\partial y_k} \right)_{y_l} = \frac{\frac{\partial y_j}{\partial T} \frac{\partial y_l}{\partial P} - \frac{\partial y_j}{\partial P} \frac{\partial y_l}{\partial T}}{\frac{\partial y_k}{\partial T} \frac{\partial y_l}{\partial P} - \frac{\partial y_k}{\partial P} \frac{\partial y_l}{\partial T}}, \quad (165a)$$

όπου οι δείκτες των τηρουμένων σταθερών είναι αυτονόητοι και γι' αυτό έχουν εκπέσει για την απλούστευση της έκφρασης.

11.2. ΜΕΘΟΔΟΣ BRIDGMAN (1926)

Η μέθοδος Bridgman (1926) είναι η παλαιότερη και απλούστερη διαθέσιμη μέθοδος για την εύρεση εκφράσεων των μερικών παραγώγων χωρίς ιδιαίτερες απαιτήσεις εξάσκησης. Η βασική εξίσωση της μεθόδου είναι η σχέση (165a), η οποία αποδίδει μία μερική παράγωγο ως πηλίκο δύο όρων. Παρατηρείται ότι είναι κατ' αρχήν επιτρεπτό να θεωρήσουμε κάθε μερική παράγωγο σαν πηλίκο δύο διαφορικών. Π.χ. διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (163b) και (163c) και θεωρώντας μία από τις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές, έστω τη μεταβλητή T , ως σταθερή έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} (dy_j)_T &= \left(\frac{\partial y_j}{\partial P} \right)_T (dP)_T \\ (dy_k)_T &= \left(\frac{\partial y_k}{\partial P} \right)_T (dP)_T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{\partial y_j}{\partial y_k} \right)_T = \frac{\left(\frac{\partial y_j}{\partial P} \right)_T}{\left(\frac{\partial y_k}{\partial P} \right)_T}$$

Στη μέθοδο Bridgman τα σύμβολα $(\partial y_j)_{y_l}$ και $(\partial y_k)_{y_l}$, που έχουν εμφάνιση διαφορικού, έχουν την ειδική σημασία του αριθμητή και του παρανομαστή αντίστοιχα στην εξίσωση (165b):

$$\frac{(\partial y_j)_{y_l}}{(\partial y_k)_{y_l}} \equiv \frac{\frac{\partial y_j}{\partial T} \frac{\partial y_l}{\partial P} - \frac{\partial y_j}{\partial P} \frac{\partial y_l}{\partial T}}{\frac{\partial y_k}{\partial T} \frac{\partial y_l}{\partial P} - \frac{\partial y_k}{\partial P} \frac{\partial y_l}{\partial T}} \equiv \left(\frac{\partial y_j}{\partial y_k} \right)_{y_l}, \quad (165b)$$

Ακόμη παρατηρείται ότι ισχύει:

$$(\partial y_j)_{y_i} \equiv \frac{\partial y_j}{\partial T} \frac{\partial y_i}{\partial P} - \frac{\partial y_j}{\partial P} \frac{\partial y_i}{\partial T} = - \left(\frac{\partial y_i}{\partial T} \frac{\partial y_j}{\partial P} - \frac{\partial y_i}{\partial P} \frac{\partial y_j}{\partial T} \right) = -(\partial y_i)_{y_j} \quad (166)$$

Ο Bridgman υπολόγισε κάθε παράσταση του τύπου $(\partial y_j)_{y_i}$ που περιλαμβάνει τις μεταβλητές U, H, S, A, G, V, P και T . Τα αποτελέσματα των υπολογισμών αυτών παρατίθενται στον Πίνακα 11.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 25

Να αποδειχθεί η σχέση που εκφράζει το $(\partial G)_P$ και η σχέση που εκφράζει το $(\partial S)_P$ στον Πίνακα Bridgman. Ακολουθώντας, να ευρεθεί η μερική παράγωγος $(\partial G/\partial S)_P$.

Λύση

$$(\partial G)_P \equiv \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial P} \right)_T - \left(\frac{\partial G}{\partial P} \right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P = -S$$

$$(\partial S)_P = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial P} \right)_T - \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = \frac{C_P}{T}$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial S} \right)_P = \frac{(\partial G)_P}{(\partial S)_P} = \frac{-S}{C_P/T} = -\frac{TS}{C_P}.$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26

Να ευρεθεί η κλίση της ισόχωρης καμπύλης (σταθερού όγκου) μίας φάσεως σε διάγραμμα (α) $P-T$ και (β) $P-s$.

Λύση

α) Η ζητούμενη κλίση ισούται με τη μερική παράγωγο $(\partial P/\partial T)_V$. Εφαρμογή της μεθόδου Bridgman δίνει:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{(\partial P)_V}{(\partial T)_V} = \frac{-(\partial v/\partial T)_P}{(\partial v/\partial P)_T} = \frac{-v\alpha_P}{-v\kappa_T} = \frac{\alpha_P}{\kappa_T}$$

β) Ομοίως, η ζητούμενη κλίση ισούται με τη μερική παράγωγο $(\partial P/\partial s)_V$ και έχουμε:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial s} \right)_V &= \frac{(\partial P)_V}{(\partial s)_V} = \frac{-(\partial v/\partial T)_P}{(1/T)[c_P(\partial v/\partial P)_T + T(\partial v/\partial T)_P^2]} \\ &= -\frac{T}{c_P(\partial v/\partial P)_T(\partial T/\partial v)_P + T(\partial v/\partial T)_P} = -\frac{T}{c_P(\partial T/\partial P)_V - T(\partial v/\partial T)_P} \end{aligned}$$

Η αυτή σχέση προκύπτει με αλγεβρικές πράξεις και αναδιάταξη όρων της εξίσωσης (124).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27

Να ευρεθεί η κλίση α) της ισενθαλπικής καμπύλης μίας φάσεως σε διάγραμμα $P-v$ και β) της ισοενεργειακής καμπύλης μίας φάσεως σε διάγραμμα $T-v$.

Λύση

α) Η ζητούμενη κλίση ισούται με τη μερική παράγωγο $(\partial P/\partial v)_h$. Εφαρμογή της μεθόδου Bridgman δίδει:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_h &= \frac{(\partial P)_h}{(\partial v)_h} = \frac{c_p}{c_p(\partial v/\partial P)_T + T(\partial v/\partial T)_P^2 - v(\partial v/\partial T)_P} \\ &= \frac{c_p}{-c_p v \kappa_T + T v^2 \alpha_P^2 - v^2 \alpha_P} = \frac{c_p}{v(-c_p \kappa_T + T v \alpha_P^2) - v^2 \alpha_P} \end{aligned}$$

Λαμβάνοντας υπόψη και τη σχέση Mayer έχουμε τελικώς:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_h = -\frac{c_p}{v c_v \kappa_T + v^2 \alpha_P}$$

Συνεπώς, η κλίση είναι αρνητική, με απόλυτη τιμή συνεχώς μειούμενη με την αύξηση του όγκου.

β) Η ζητούμενη κλίση είναι η μερική παράγωγος $(\partial T/\partial v)_u$, η οποία υπολογίζεται αναλόγως, ως εξής:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_u &= \frac{(\partial T)_u}{(\partial v)_u} = \frac{-[T(\partial v/\partial T)_P + P(\partial v/\partial P)_T]}{-[c_p(\partial v/\partial P)_T + T(\partial v/\partial T)_P^2]} = \frac{[T(\partial P/\partial v)_T(\partial v/\partial T)_P + P]}{[c_p + T(\partial P/\partial v)_T(\partial v/\partial T)_P^2]} \\ &= \frac{-T(\partial P/\partial T)_v + P}{c_p - (c_p - c_v)} \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_u = \frac{-T(\partial P/\partial T)_v + P}{c_v} \end{aligned}$$

Πίνακας 11. Ανακεφαλαίωση Θερμοδυναμικών Σχέσεων κατά Bridgman.**I. Σταθερή πίεση ή η πίεση είναι μεταβλητή**

$$(\partial V)_P = -(\partial P)_V = (\partial V / \partial T)_P$$

$$(\partial T)_P = -(\partial P)_T = 1$$

$$(\partial S)_P = -(\partial P)_S = C_P / T$$

$$(\partial U)_P = -(\partial P)_U = C_P - P(\partial V / \partial T)_P$$

$$(\partial H)_P = -(\partial P)_H = C_P,$$

$$(\partial A)_P = -(\partial P)_A = -[S + P(\partial V / \partial T)_P]$$

$$(\partial G)_P = -(\partial P)_G = -S$$

II. Σταθερή θερμοκρασία ή η θερμοκρασία είναι μεταβλητή

$$(\partial V)_T = -(\partial T)_V = -(\partial V / \partial P)_T$$

$$(\partial S)_T = -(\partial T)_S = (\partial V / \partial T)_P$$

$$(\partial U)_T = -(\partial T)_U = T(\partial V / \partial T)_P + P(\partial V / \partial P)_T$$

$$(\partial H)_T = -(\partial T)_H = -V + T(\partial V / \partial T)_P$$

$$(\partial A)_T = -(\partial T)_A = P(\partial V / \partial P)_T$$

$$(\partial G)_T = -(\partial T)_G = -V$$

III. Σταθερός όγκος ή ο όγκος είναι μεταβλητή

$$(\partial S)_V = -(\partial V)_S = (1/T)[C_P(\partial V / \partial P)_T + T(\partial V / \partial T)_P^2]$$

$$(\partial U)_V = -(\partial V)_U = C_P(\partial V / \partial P)_T + T(\partial V / \partial T)_P^2$$

$$(\partial H)_V = -(\partial V)_H = C_P(\partial V / \partial P)_T + T(\partial V / \partial T)_P^2 - V(\partial V / \partial T)_P$$

$$(\partial A)_V = -(\partial V)_A = -S(\partial V / \partial P)_T$$

$$(\partial G)_V = -(\partial V)_G = -[V(\partial V / \partial T)_P + S(\partial V / \partial P)_T]$$

IV. Σταθερή εντροπία ή η εντροπία είναι μεταβλητή

$$(\partial U)_S = -(\partial S)_U = (P/T)[C_P(\partial V / \partial P)_T + T(\partial V / \partial T)_P^2]$$

$$(\partial U)_S = -(\partial S)_H = -(VC_P / T)$$

$$(\partial A)_S = -(\partial S)_A = (1/T)\{P[C_P(\partial V / \partial P)_T + T(\partial V / \partial T)_P^2] + ST(\partial V / \partial T)_P\}$$

$$(\partial G)_S = -(\partial S)_G = -(1/T)[VC_P - ST(\partial V / \partial T)_P]$$

V. Σταθερή εσωτερική ενέργεια ή η εσωτερική ενέργεια είναι μεταβλητή

$$(\partial H)_U = -(\partial U)_H = -V[C_P - P(\partial V / \partial T)_P] - P[C_P(\partial V / \partial P)_T + T(\partial V / \partial T)_P^2]$$

$$(\partial A)_U = -(\partial U)_A = P[C_P(\partial V / \partial P)_T + T(\partial V / \partial T)_P^2] + S[T(\partial V / \partial T)_P + P(\partial V / \partial P)_T]$$

$$(\partial G)_U = -(\partial U)_G = -V[C_P - P(\partial V / \partial T)_P] + S[T(\partial V / \partial T)_P + P(\partial V / \partial P)_T]$$

VI. Σταθερή ενθαλπία ή η ενθαλπία είναι μεταβλητή

$$(\partial A)_H = -(\partial H)_A = -[S + P(\partial V / \partial T)_P][V - T(\partial V / \partial T)_P] + PC_P(\partial V / \partial P)_T$$

$$(\partial G)_H = -(\partial H)_G = -V(C_P + S) - TS(\partial V / \partial T)_P$$

VII. Σταθερή ελεύθερη ενέργεια ή η ελεύθερη ενέργεια είναι μεταβλητή

$$(\partial A)_G = -(\partial G)_A = -S[V + P(\partial V / \partial P)_T] - PV(\partial V / \partial T)_P$$

$$c_P - c_P^* = -T \int_0^P \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_P dP = \int_0^P \left(\frac{2aP}{RT^2} - \frac{6abP^2}{R^2T^3} \right) dP = \frac{2a}{RT^2} P + \frac{3ab}{R^2T^3} P^2 \quad (174)$$

Η απόκλιση θερμοχωρητικότητας υπό σταθερό όγκο για το αέριο vdW , όπως και για το ιδανικό αέριο, είναι μηδενική, λαμβανομένης υπόψη της εξίσωσης (II.147):

$$c_V - c_V^* = T \int_{\infty}^v \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_v dv = T \int_{\infty}^v \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{R}{v-b} \right)_v dv = 0 \quad (175)$$

Η απόκλιση ελεύθερης ενέργειας κατά Gibbs μίας καθαρής ουσίας συνδέεται με τον συντελεστή πτητικότητας, ϕ , με τη σχέση: $g - g^* = RT \ln \phi$. Επομένως κατά την εξίσωση van der Waals ισχύει η σχέση:

$$\ln \phi = z - 1 - \frac{a}{RTv} - \ln \left[z \left(1 - \frac{b}{v} \right) \right] = z - 1 + \frac{A}{z} - \ln(z - B) \quad (176a)$$

ή

$$\ln \phi = -\frac{2a}{RTv} + \frac{b}{v-b} - \ln \left[z \left(1 - \frac{b}{v} \right) \right] = -\frac{2A}{z} + \frac{B}{z-B} - \ln(z - B) \quad (176b)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 16

Με τη βοήθεια της εξίσωσης van der Waals, να υπολογισθεί η καμπύλη τάσης ατμών (πίεση ισορροπίας δύο φάσεων) του HFC 134a από θερμοκρασία 0 °C μέχρι 55 °C καθώς και η πυκνότητα κάθε φάσεως σε συνθήκες κορεσμού στην αυτή περιοχή θερμοκρασίας. Να συγκριθούν γραφικά οι προβλέψεις με τα δεδομένα της βιβλιογραφίας.

Δίδονται: $T_c = 101,03$ °C, $P_c = 40,56$ bar, $z_c = 0,259$, $M = 102,03$ kg/m³.

Λύση

Στην κατάσταση κορεσμού, σύμφωνα με τη συνθήκη (91), οι πτητικότητες και κατ' επέκταση οι συντελεστές πτητικότητας των δύο φάσεων της αυτής ουσίας θα είναι ίσοι.

$$\ln \phi^V = \ln \phi^L \quad (a)$$

Επομένως από την εξίσωση (176a) έχουμε:

$$z^V - 1 + \frac{A}{z^V} - \ln(z^V - B) = z^L - 1 + \frac{A}{z^L} - \ln(z^L - B)$$

ή

$$\ln \frac{z^V - B}{z^L - B} + A \left(\frac{1}{z^V} - \frac{1}{z^L} \right) - (z^V - z^L) = 0 \quad (b)$$

Η παραπάνω εξίσωση, $f_1(z^V, z^L, P^{sat}) = 0$, σε συνδυασμό με την εξίσωση van der Waals στη μορφή (164b), $f_2(z^V, P^{sat}) = 0$ και $f_3(z^L, P^{sat}) = 0$, αποτελούν ένα σύστημα τριών μη γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους την τάση ατμών, P^{sat} , της ουσίας και τους συντελεστές συμπίεστότητας, z^V και z^L .

Εν προκειμένω έχουμε:

$$a = \frac{27R^2 T_c^2}{64P_c} = \frac{27 \times 8,314^2 \times (273,15 + 101,03)^2}{64 \times 40,56 \times 10^5} = 1,0066 \text{ Pa} \cdot \text{m}^6 / \text{mol}^2.$$

$$b = \frac{RT_c}{8P_c} = \frac{8,314 \times 374,18}{8 \times 40,56 \times 10^5} = 9,5874 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{mol}.$$

$$A \equiv \frac{aP^s}{(RT)^2} = \frac{1,0066P^s}{8,314^2 T^2} \quad (c)$$

$$B \equiv \frac{bP^s}{RT} = \frac{9,5874 \times 10^{-5} P^s}{8,314T} \quad (d)$$

Η λύση του προβλήματος μπορεί να επιτευχθεί με προγραμματισμό σε Η/Υ π.χ. στο MATLAB, όπως φαίνεται στη συνέχεια. Όλα τα αρχεία του προγράμματος παρουσιάζονται παρακάτω.

Το παρατιθέμενο αρχείο “HFC_134a.txt”, από το οποίο το πρόγραμμα διαβάζει τα δεδομένα της βιβλιογραφίας, είναι απόσπασμα από τον Πίνακα 4.

HFC_134a.txt

T/C	P/kPa	dL/kg/m3	dV/kg/m3
0	292.93	1293.3	14.435
5	349.87	1276.7	17.140
10	414.92	1259.8	20.236
15	488.78	1242.3	23.770
20	572.25	1224.4	27.791
25	666.06	1205.9	32.359
30	771.02	1186.7	37.540
35	887.91	1166.8	43.413
40	1017.61	1146.1	50.072
45	1161.01	1124.5	57.630
50	1319.00	1101.8	66.225

Το ακόλουθο αρχείο “vanderWaals.m”, επιλύει το πρόβλημα:

vanderWaals.m

```

1  TOL=1e-12;step=8.0;
2  DIM=8;roL=zeros(DIM,1);zeros(DIM,1);roV=zeros(DIM,1);of=zeros
(DIM,1);P=zeros(DIM,1);
3  TK=zeros(DIM,1);outlist=zeros(DIM,DIM);
4  R=8.314; %gas constant [J/(mol.K)]
5  Tc=101.03+273.15; % critical temperature of HFC-134a [K]
6  Pc=40.56e5; % critical pressure of HFC-134a [Pa]
7  M=102.03; % molecular weight [kg/kmol]
8  a=(27*R^2*Tc^2)/(64*Pc);
9  b=(R*Tc)/(8*Pc);
10 PsO=4e5; %first initial estimate
11 PsN=5e5; % second initial estimate
12 T=zeros(1);
13 T=0+273.15; % temperature [K]
14 for j=1:DIM;
15     PTEMP=PsN; %variable transfer for temporaty storage
16     fO=S_PV_vdW(PsO,R,T,b,a);
17     fN=S_PV_vdW(PsN,R,T,b,a);
18     i=1;
19     while(abs(fN-fO)>TOL && (i<30));% solve by secand
20         PsTEMP=PsN;
21         PsN=PsN-fN*(PsN-PsO)/(fN-fO);
22         PsO=PsTEMP;
23         fO=fN;
24         fN=S_PV_vdW(PsN,R,T,b,a);
25         i=i+1;
26     end;
27     [fN,zL,zV]=S_PV_vdW(PsN,R,T,b,a);
28     ro=((M/1000)*PsN)/(R*T);
29     of(j)=fN; %value of the objective function
30     roL(j)=ro/zL; %liquid density in kg/m3
31     roV(j)=ro/zV; %vapour density in kg/m3
32     PsO=PTEMP; %variable recovery from temporaty storage
33     P(j)=PsN/1e5; % output equilibrium pressure in [bar]
34     TK(j)=T; %equilibrium temperature in [K]
35     T=T+step; %new temperature
36 end;
37 labels=['T/K',' P/bar',' dL/(kg/m3)',' dV/(kg/m3)'],'
Obj_fun'];
38 outlist=[TK,P,roL,roV,of];
39 M=dlmread('HFC_134A.TXT','\t',1,0); %read published data, first
raw is titles
40 TKEXP=M(:,1)+273,15; %convert Celcius to Kelvin
41 PBAREXP=M(:,2)/100; %convert kPa to bar
42 disp(labels);disp(outlist);
43 subplot(3,1,1);plot(TKEXP,M(:,3),'d',TK,roL,'LineWidth',1);grid
on;ylabel('dL/(kg/m3)');legend('Exp','vdW');
44 subplot(3,1,2);plot(TKEXP,M(:,4),'o',TK,roV,'LineWidth',1);grid
on;ylabel('dV/(kg/m3)');
45 subplot(3,1,3);plot(TKEXP,PBAREXP,'*',TK,P,'LineWidth',1);grid
on;xlabel('T/K');ylabel('P/bar');

```

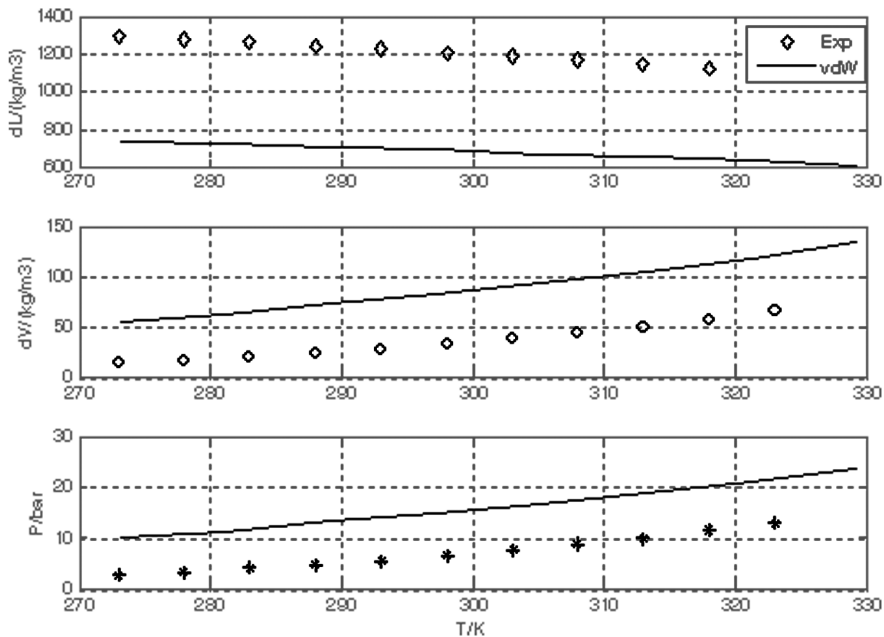
Η καλούμενη από το παραπάνω πρόγραμμα συνάρτηση “S_PV_vdW.m” έχει ως εξής:

S_PV_vdW.m

```

1 function [f, zL, zV] = vdW_EoS(R, Tc, Pc, omega, Tr, T, Ps)
2 a=(27*R^2*Tc^2)/(64*Pc); A=a*Ps/(R*T)^2;
3 b=(R*Tc)/(8*Pc); B=b*Ps/(R*T);
4 Pol = [1 -(B+1) A -A*B];
5 r = roots(Pol);
6 if(isreal(r))
7     zL = min(r)
8     zV = max(r)
9     f=log((zV-B)/(zL-B))+A*(1/zV-1/zL)-(zV-zL)
10 end;
```

Το πρόγραμμα εκτελούμενο παράγει τα παρακάτω γραφικά αποτελέσματα, που αποτελούν τη λύση του προβλήματος.



Παρατηρείται ότι για τη συγκεκριμένη ουσία, οι προβλέψεις που παρέχει η εξίσωση van der Waals αποκλίνουν σημαντικά από τα δεδομένα της βιβλιογραφίας. Ειδικότερα, οι σημαντικότερες αποκλίσεις παρατηρούνται στην πρόβλεψη της πυκνότητας της υγρής φάσεως. Η εκτροπή αυτή είναι αναμενόμενη καθόσον ο κρίσιμος συντελεστής συμπίεστικότητας της ουσίας έχει τιμή 0,259 που απέχει σημαντικά από την τιμή 0,375 της καταστατικής vdW.

11. Η Καταστατική Εξίσωση Redlich-Kwong (RK)

Η εξίσωση RK (1949) είναι μία τροποποιημένη μορφή της εξίσωσης vdW με σημαντικά διευρυμένο πεδίο αξιόπιστης εφαρμογής σε σχέση με τη δεύτερη. Ειδικότερα, η εξίσωση RK δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα για μη πολικές ουσίες για τις οποίες προβλέπει ικανοποιητικά την πυκνότητα της υγρής φάσεως, όπου η vdW συνήθως αποτυγχάνει. Οι βελτιώσεις αυτές οφείλονται στη μετατροπή του δεύτερου όρου του δεξιού μέλους σε συνάρτηση της θερμοκρασίας. Η εξίσωση RK είναι:

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{\sqrt{T}(v^2+bv)}, \quad (177)$$

όπου

$$a = 0,42748 \frac{R^2 T_c^{2,5}}{P_c} \quad \text{και} \quad b = 0,08664 \frac{RT_c}{P_c}. \quad (178)$$

Ως πολυώνυμο του συντελεστή συμπιεστότητας η εξίσωση RK είναι:

$$z^3 - z^2 + (A - B - B^2)z - AB = 0, \quad P \neq 0, \quad (179)$$

όπου εν προκειμένω

$$A \equiv \frac{aP}{R^2 T^{2,5}} = 0,42748 \frac{P_r}{T_r^{2,5}} \quad \text{και} \quad B \equiv \frac{bP}{RT} = 0,08664 \frac{P_r}{T_r} \quad (180)$$

Ο συντελεστής πτητικότητας μίας καθαρής ουσίας κατά την καταστατική εξίσωση RK, δίδεται από τη σχέση:

$$\ln \phi = z - 1 + \frac{A}{B} \ln \frac{z}{z+B} - \ln(z-B) \quad (181)$$

12. Η Καταστατική Εξίσωση Soave-Redlich-Kwong (SRK)

Η γενική μορφή της εξίσωσης SRK είναι η αυτή με την εξίσωση RK:

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a(T)}{v(v+b)}, \quad (177)$$

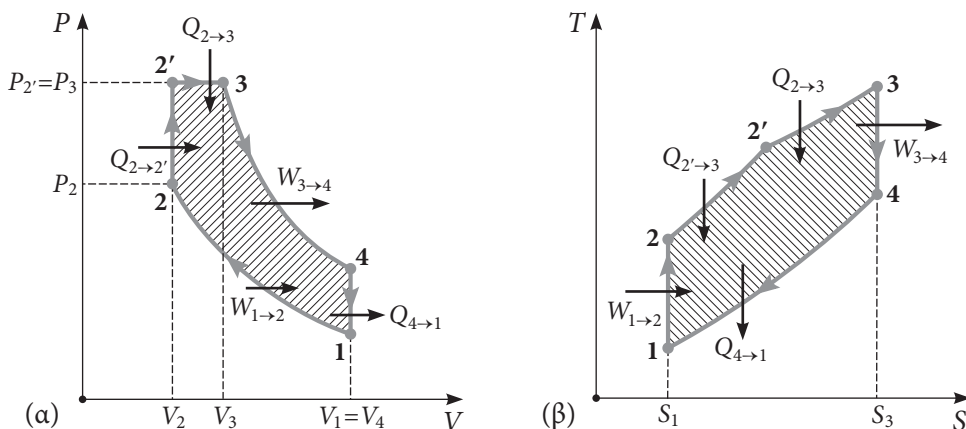
με τη διαφορά ότι εδώ η σταθερά a είναι μία περίπλοκη συνάρτηση της θερμοκρασίας με τρεις παραμέτρους, T_c , P_c και ω , κατά τις εξισώσεις:

$$a(T) = a\alpha, \quad (182)$$

$$a = 0,42748 \frac{R^2 T_c^2}{P_c}, \quad (183)$$

4.3. Ο ΜΕΙΚΤΟΣ ΚΥΚΛΟΣ (DUAL CYCLE)

Σε σχέση με τη θερμική απόδοση, φαίνεται από τα προηγούμενα ότι ο κύκλος Otto αν και πλεονεκτεί θεωρητικά του κύκλου Diesel τελικά υστερεί λόγω περιορισμού του λόγου συμπίεσης. Επομένως, ένας συνδυασμός των δύο κύκλων μπορεί να επιτυγχάνει καλύτερη θερμική απόδοση από τον κύκλο Diesel. Έτσι, ο κύκλος λειτουργίας των σύγχρονων μηχανών με αυτανάφλεξη καυσίμου επιδιώκεται να ακολουθεί το *μεικτό κύκλο* (dual cycle) λειτουργίας, όπου ένα μέρος της καύσης διενεργείται με αυτανάφλεξη υπό σταθερό όγκο, όπως στον κύκλο Otto. Τούτο επιτυγχάνεται με αύξηση της προπορείας έγχυσης καυσίμου σε σχέση με τις μηχανές κύκλου Diesel. Αρκεί η έγχυση του καυσίμου να διεξαχθεί περίπου 20° πριν από το ΑΝΣ για να διεξαχθεί η καύση ενός μέρους του καυσίμου υπό σταθερό όγκο –το νεκρό όγκο στο ΑΝΣ– όπως συμβαίνει και στις μηχανές του κύκλου Otto. Εν συνεχεία η καύση ολοκληρώνεται υπό σταθερή πίεση, όπως συμβαίνει στις μηχανές Diesel. Ο μεικτός κύκλος ενός τετράχρονου κινητήρα φαίνεται στο Σχήμα 14



Σχήμα 14. Ο ιδανικός μεικτός κύκλος μηχανής αυτανάφλεξης (α) σε διάγραμμα P - V και (β) σε διάγραμμα T - S .

Σημειώνεται, ωστόσο, ότι η αυξημένη θερμική απόδοση του μεικτού κύκλου φέρει το μειονέκτημα, από κατασκευαστική και λειτουργική άποψη, της αυξημένης επίσης μέγιστης πίεσης στον κύλινδρο.

Για τον υπολογισμό της θερμικής απόδοσης του μεικτού κύκλου με λειτουργική ουσία ιδανικό αέριο χρησιμοποιούνται τα εξής μεγέθη:

Ο βαθμός συμπίεσης $r = V_1/V_2$, ο λόγος φορτίου $r_f \equiv V_3/V_2 = V_3/V_2' = T_3/T_2'$ και ο λόγος πιέσεων $r_p \equiv P_2'/P_2 = T_2'/T_2$.

Η θερμότητα που προσδίδεται στη μηχανή κατά τη διάρκεια του κύκλου είναι:

$$Q_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 2'} + Q_{2' \rightarrow 3} = C_V(T_2' - T_2) + C_P(T_3 - T_2') \quad (55)$$

Το καθαρό έργο που παράγεται κατά τη διάρκεια του κύκλου ισούται απολύτως με το συνολικό ποσό θερμότητας, σύμφωνα με τον πρώτο νόμο:

$$-W = Q = Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{4 \rightarrow 1} \quad (56)$$

Βάσει αυτών, η θερμική απόδοση του μεικτού κύκλου είναι:

$$\eta = \frac{-W}{Q_{2 \rightarrow 3}} = \frac{Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{4 \rightarrow 1}}{Q_{2 \rightarrow 3}} = 1 + \frac{Q_{4 \rightarrow 1}}{Q_{2 \rightarrow 3}} = 1 - \frac{C_V(T_4 - T_1)}{C_V(T_2' - T_2) + C_P(T_3 - T_2')} \Rightarrow$$

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{(T_2' - T_2) + \gamma(T_3 - T_2')} \quad (57a)$$

Η σχέση αυτή, μετά από αλγεβρικούς μετασχηματισμούς λαμβάνοντας υπόψη τις θερμοδυναμικές σχέσεις μεταξύ των θερμοκρασιών, μπορεί να αναχθεί στην εξής απλή μορφή:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \frac{r_p r_1^\gamma - 1}{[\gamma r_p (r_1 - 1) + (r_p - 1)]} \quad (57b)$$

Εάν $r_p = 1$ ή άλλως $T_2' = T_2$, η προηγούμενη σχέση μεταπίπτει στη σχέση (53), η οποία δίδει τη θερμική απόδοση του κύκλου Diesel.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 7

Μονοκύλινδρος κινητήρας αυτανάφλεξης λειτουργεί με λόγο συμπίεσης $r = 20$, λόγο πιέσεων (στάδιο της ισόχωρης καύσης) $r_p = 1,5$ και λόγο φορτίου (στάδιο της ισοβαρούς θέρμανσης) $r_1 = 1,2$. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι 1 bar και η θερμοκρασία του αέρα στην αναρρόφηση είναι 27 °C. Η λειτουργική ουσία είναι ιδανικό αέριο με λόγο θερμοχωρητικότητας 1,30. Εάν θεωρηθεί ότι ο κινητήρας ακολουθεί τον μεικτό κύκλο, να υπολογισθούν: (α) Η θερμοκρασία και η πίεση στα ακραία σημεία του διαγράμματος $P-V$ του κινητήρα και (β) η θερμική απόδοση του κύκλου.

Λύση

Τα δεδομένα του προβλήματος είναι:

$$r = 20, \quad r_1 = 1,2, \quad r_p = 1,5, \quad \gamma = 1,30, \quad P_1 = 10^5 \text{ Pa}, \quad \text{και} \quad T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K}.$$

α) Λαμβάνοντας υπόψη το είδος της διεργασίας μετάβασης από κάθε σημείο του κύκλου, έχουμε διαδοχικά:

$$T_2 = T_1 r^{\gamma-1} = 300 \times 20^{0,30} = 737 \text{ K (ισεντροπική διεργασία)}.$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = P_1 r^\gamma = 1 \text{ bar} \times 20^{1,30} = 49,1 \text{ bar}.$$

$$\frac{T_{2'}}{T_2} = \frac{P_{2'}}{P_2} \Rightarrow T_{2'} = T_2 \frac{P_{2'}}{P_2} = 737 \text{ K} \times 1,5 = 1105,5 \text{ K} \quad (\text{ισόχωρη διεργασία})$$

$$P_{2'} = r_p P_2 = 1,5 \times 49,1 \text{ bar} = 73,7 \text{ bar.}$$

$$\frac{T_3}{T_{2'}} = \frac{V_3}{V_{2'}} \Rightarrow T_3 = T_{2'} \frac{V_3}{V_{2'}} = 1105,5 \text{ K} \times 1,2 = 1326,6 \text{ K} \quad (\text{ισοβαρής διεργασία})$$

$$P_3 = P_{2'} = 73,7 \text{ bar.}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_1 V_{2'}}{V_3 V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_1 V_{2'}}{V_2 V_3}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{r}{r_l}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{r_l}{r}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow$$

$$T_4 = 1326,6 \text{ K} \times \left(\frac{1,2}{20}\right)^{1,30-1} = 570,4 \text{ K} \quad (\text{ισεντροπική διεργασία})$$

$$P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma = P_3 \left(\frac{r_l}{r}\right)^\gamma = 73,7 \text{ bar} \times \left(\frac{1,2}{20}\right)^{1,30} = 1,9 \text{ bar.}$$

β) Για τον υπολογισμό της θερμικής απόδοσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί μία από τις εξισώσεις (57a) ή (57b):

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{(T_{2'} - T_2) + \gamma(T_3 - T_{2'})} = 1 - \frac{570,4 - 300}{(1105,5 - 737) + 1,30 \times (1326,6 - 1105,5)} = 0,588,$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \frac{r_p r_l^\gamma - 1}{[\gamma r_p (r_l - 1) + (r_p - 1)]} = 1 - \frac{1}{20^{0,30}} \frac{1,5 \times 1,2^{1,30} - 1}{[1,30 \times 1,5 \times (1,2 - 1) + (1,5 - 1)]} = 0,588.$$

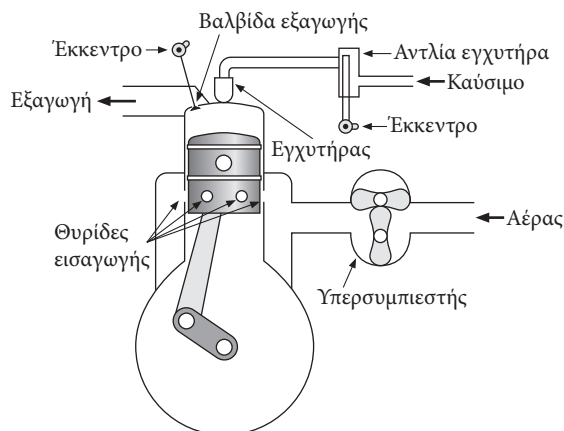
4.4. Ο ΔΙΧΡΟΝΟΣ ΚΙΝΗΤΗΡΑΣ DIESEL

Από κατασκευαστική άποψη, ο δίχρονος κινητήρας Diesel δεν διαφέρει ουσιαστικά από τον αντίστοιχο δίχρονο κινητήρα Otto, εκτός των τύπων που φέρουν βαλβίδες εξαγωγής ή και εισαγωγής στην κυλινδροκεφαλή αντί για θυρίδες. Κατά κανόνα οι δίχρονοι κινητήρες Diesel λειτουργούν με *υπερσυμπίεση* διότι έτσι αυξάνεται η ισχύς και διευκολύνεται η εκδίωξη των καυσαερίων. Επίσης, σε ορισμένους δίχρονους κινητήρες diesel παρεμβάλλεται βάκτρο μεταξύ του εμβόλου και του διωστήρα. Το βάκτρο σε συνδυασμό με ένα διάφραγμα επιτρέπει την απομόνωση του θαλάμου καύσης από τον στροφαλοθάλαμο. Έτσι, τα καυσαέρια του θαλάμου καύσης δεν εισδύουν στο στροφαλοθάλαμο ενώ το λιπαντικό του στροφαλοθαλάμου δεν εισδύει στον θάλαμο καύσης.

Σήμερα χρησιμοποιούνται βραδύστροφοι δίχρονοι κινητήρες Diesel πολύ μεγά-

λης ισχύος κυρίως για τη βιομηχανική παραγωγή ηλεκτρισμού, την κίνηση βαρέων οχημάτων, τραίνων και πλοίων. Έχουν κατασκευαστεί δίχρονοι μηχανές με 4 έως 12 κυλίνδρους, με μέγιστη διάμετρο κυλίνδρου μέχρι 0,9 m και μήκος εμβολισμού μέχρι 3 m, οι οποίες λειτουργούν σε περίπου 100 rpm. Οι μηχανές αυτές έχουν το πλεονέκτημα του μεγάλου λόγου ισχύος ανά μονάδα βάρους του κινητήρα ενώ παράλληλα είναι σε θέση να λειτουργήσουν με βαρύ καύσιμο οποιασδήποτε ποιότητας. Ωστόσο, οι ταχύστροφοι (>1000 rpm) δίχρονοι κινητήρες απαιτούν καύσιμα ανώτερης ποιότητας.

Μηχανική λειτουργία. Στο Σχήμα 15 φαίνεται ένα σχέδιο δίχρονου κινητήρα αυτανάφλεξης που περιλαμβάνει βαλβίδα εξαγωγής κινούμενη από εκκεντροφόρο άξονα καθώς και υπερσυμπίεστή. Οι σύγχρονοι δίχρονοι κινητήρες αυτανάφλεξης θεωρείται ότι ακολουθούν το μεικτό κύκλο, όπως άλλωστε και οι τετράχρονοι.



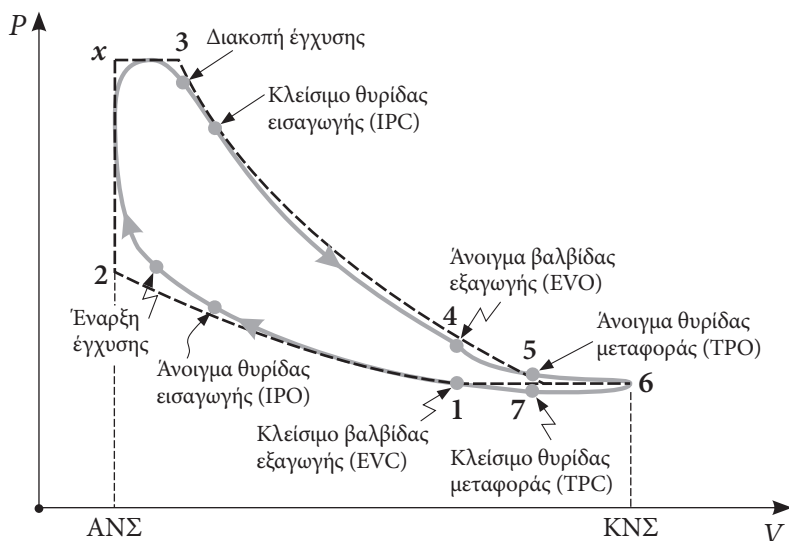
Σχήμα 15. Δίχρονος κινητήρας αυτανάφλεξης με υπερσυμπίεστή και βαλβίδα εξαγωγής (Hougen et al, 1964).

Ο κύκλος του δίχρονου κινητήρα diesel ολοκληρώνεται με μία περιστροφή της στροφαλοφόρου ατράκτου ενώ σε κάθε ημιδιαδρομή διεξάγονται παράλληλα δύο διεργασίες: μία στον θάλαμο καύσης και μία στο στροφαλοθάλαμο.

Κατά τη διαδρομή από το ΚΝΣ προς το ΑΝΣ εισέρχεται αέρας στο στροφαλοθάλαμο μέσω της θυρίδας εισαγωγής ενώ παράλληλα αρχικά εκδιώκονται τα καυσαέρια με ανοιχτή τη θυρίδα μεταφοράς και τη βαλβίδα εξαγωγής και εν συνεχεία με κλειστή τη θυρίδα μεταφοράς και τη βαλβίδα εξαγωγής συμπιέζεται ο αέρας που υπάρχει στον θάλαμο καύσης. Όταν το έμβολο πλησιάζει το ΑΝΣ (~20-10° πριν από το ΑΝΣ) αρχίζει να ψεκάζεται το καύσιμο μέσα στον συμπιεσμένο (~100 bar) και θερμό (~500 °C) αέρα. Το καύσιμο αυτανάφλεγεται και η φλόγα διαδίδεται μέσα στον θάλαμο καύσης καθώς συνεχίζεται η έγχυση του καυσίμου.

Μετά το ΑΝΣ ολοκληρώνεται η έγχυση του καυσίμου (~20-10° μετά το ΑΝΣ), η υψηλή πίεση ωθεί το έμβολο, το οποίο κατά την πορεία καθόδου του από το ΑΝΣ προς το ΚΝΣ παράγει το χρήσιμο έργο. Παράλληλα, συμπιέζεται ο αέρας που υπάρχει στο στροφαλοθάλαμο και προς το τέλος της διαδρομής με ανοιχτή τη βαλβίδα εξαγωγής ο αέρας μεταφέρεται μέσω της θυρίδας μεταφοράς από το στροφαλοθάλαμο στον θάλαμο καύσης εκδιώκοντας τα καυσαέρια.

Στο Σχήμα 16 παρατίθεται διάγραμμα $P-V$ του δίχρονου κινητήρα diesel. Όπως φαίνεται, είναι παρόμοιο με εκείνο του δίχρονου βενζινοκινητήρα στο ΚΝΣ και παρόμοιο με εκείνο του μεικτού κύκλου τετράχρονου κινητήρα diesel στο ΑΝΣ. Ο χρονισμός των θυρίδων και της βαλβίδας εξαγωγής είναι παρόμοιος με εκείνο του δίχρονου βενζινοκινητήρα.



Σχήμα 16. Διάγραμμα $P-V$ δίχρονου κινητήρα diesel. Με διακεκομμένη γραμμή εμφανίζεται η ιδανική λειτουργία (δεν έχει τηρηθεί κλίμακα).

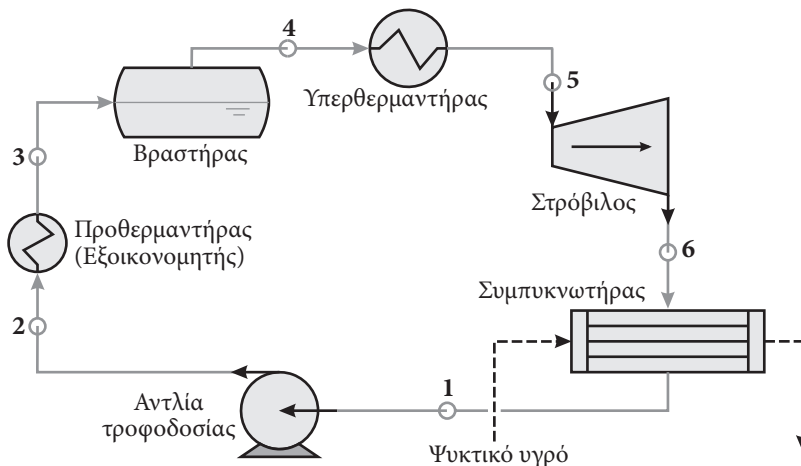
5. Ο Κύκλος Rankine – Ατμοστρόβιλοι

Ο κύκλος Rankine είναι μία αντιστρεπτή κυκλική διεργασία παραγωγής έργου με εκτόνωση ατμού σε ατμοστρόβιλο ή ατμομηχανή. Στις ατμομηχανές και στους ατμοστρόβιλους λειτουργική ουσία είναι το νερό. Ωστόσο, διάφορες άλλες υγρές σε συνήθειες συνθήκες ουσίες θα μπορούσαν επίσης να χρησιμοποιηθούν ως λειτουργικές ουσίες ατμομηχανών και ήδη χρησιμοποιούνται σε ειδικές περιπτώσεις. Περίπου το 40% της παγκόσμιας παραγωγής ενέργειας παράγεται σε εγκαταστάσεις η λειτουργία των οποίων βασίζεται στον κύκλο Rankine με ατμό.

Παλαιότερα η απαιτούμενη παροχή θερμότητας συνήθως προερχόταν από την καύση μίας ορυκτής ενεργειακής ύλης (κάρβουνο, πετρέλαιο, φυσικό αέριο κλπ) αλλά οι σύγχρονες μηχανές Rankine χρησιμοποιούν θερμότητα απορριπτόμενη από άλλες μηχανές, σε μονάδες συνδυασμένου κύκλου. Η παρεχόμενη θερμότητα χρησιμοποιείται κυρίως για την εξάτμιση νερού σε ένα βραστήρα (boiler). Μικρότερα ποσά θερμότητας καταναλώνονται για την προθέρμανση του νερού τροφοδοσίας του βραστήρα και την υπερθέρμανση του παραγόμενου υδρατμού.

Οι κορεσμένοι ατμοί που παράγονται στον βραστήρα υπερθερμαίνονται σε ένα υπερθερμαντήρα και εν συνεχεία εκτονώνονται είτε στους κυλίνδρους μίας ατμομηχανής όπου θέτουν σε κίνηση τα έμβολα είτε σε ένα ατμοστρόβιλο όπου θέτουν σε κίνηση τον στρόφέα. Ο ατμός, μετά την έξοδό του από τον κύλινδρο ή από τον στρόβιλο, οδηγείται στο συμπυκνωτήρα όπου αποδίδει λανθάνουσα θερμότητα και υγροποιείται. Το συμπύκνωμα παραλαμβάνεται μέσω ατμοπαγίδας και επαναφέρεται στον βραστήρα με τη βοήθεια αντλίας, αφού προθερμανθεί στη θερμοκρασία λειτουργίας του βραστήρα σε ένα εξοικονομητή (economizer) και –εάν υπάρχουν– σε ένα ή περισσότερους προθερμαντήρες (preheaters). Ο εξοικονομητής εκμεταλλεύεται ενέργεια των καυσαερίων ενώ οι προθερμαντήρες –εάν υπάρχουν– λειτουργούν με ατμό απομαστευόμενο από τον στρόβιλο. Κατά κανόνα ο καυστήρας, ο υπερθερμαντήρας, ο βραστήρας, ο εξοικονομητής και ένας θερμαντήρας του αέρα καύσης συναποτελούν μία ενιαία συσκευή που ονομάζεται λέβητας. Τα καυσαέρια που παράγει ο καυστήρας διέρχονται διαδοχικά από τα παραπάνω στοιχεία του λέβητα, κατ' αντιστροφή προς τη λειτουργική ουσία, όπου αποδίδουν θερμότητα.

Στο Σχήμα 17 φαίνεται το διάγραμμα ροής μίας μηχανής Rankine με υπερθερμαντήρα η οποία με εξωτερικώς παρεχόμενη θερμότητα, παράγει υπέρθερμους ατμούς που εκτονούμενοι κινούν στρόβιλο προς παραγωγή έργου στο περιβάλλον.



Σχήμα 17. Σχηματικό διάγραμμα διεργασίας κύκλου Rankine με υπερθερμαντήρα.

❖ Ασκήσεις και Προβλήματα

1. Μία μηχανή Carnot λειτουργεί με ιδανικό αέριο μεταξύ θερμοκρασιών 300 K και 2000 K. Κατά το στάδιο της ισόθερμης συμπίεσης η αρχική πίεση είναι 1 bar και η τελική πίεση είναι 6 bar. Να υπολογισθούν: (α) η θερμική απόδοση του κύκλου, (β) η μέση ενδεικνυμένη πίεση του κύκλου. Δίδεται $\gamma = 1,40$.

Απάντηση: (α) 0,85, (β) 37,7 bar.

2. Μία παλινδρομική μηχανή Carnot έχει κυλινδρισμό 2 λίτρα και λειτουργεί με αέρα, θεωρούμενου ως ιδανικού αερίου. Η ελάχιστη πίεση και θερμοκρασία κατά τη διάρκεια του κύκλου είναι αντίστοιχα 1 bar και 300 K ενώ η μέγιστη πίεση και θερμοκρασία είναι αντίστοιχα 500 bar και 1000 K. Να υπολογισθεί (α) ο βαθμός συμπίεσης και (β) το έργο που παράγεται ανά κύκλο. Δίδεται $\gamma = 1,40$.

Απάντηση: (α) 150, (β) $-933,7$ J.

3. Μία παλινδρομική μηχανή Carnot έχει κυλινδρισμό 2 l, λειτουργεί με αέρα και παράγει έργο ανά κύκλο -1500 J. Η ελάχιστη πίεση κατά τη διάρκεια του κύκλου είναι 1,5 bar, η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής είναι 300 K και ο λόγος όγκων κατά την αδιαβατική συμπίεση είναι 50:1. Εάν ο αέρας θεωρηθεί ιδανικό αέριο να υπολογισθεί (α) η θερμική απόδοση της μηχανής, (β) η θερμότητα που αποβάλλεται και (γ) ο βαθμός συμπίεσης. Δίδεται $\gamma = 1,40$.

Απάντηση: (α) 0,791, (β) $-396,6$ J, (γ) 187,6.

4. Μία τετράχρονη μηχανή Otto λειτουργεί με αέρα αρχικής πίεσης 1 bar και θερμοκρασίας 300 K. Ο βαθμός συμπίεσης είναι 9 και η μέση ενδεικνυμένη πίεση του κύκλου είναι 9,5 bar. Εάν ο αέρας θεωρηθεί ιδανικό αέριο, να υπολογισθούν: (α) η θερμική απόδοση του κύκλου, (β) το έργο και η θερμότητα που ανταλλάσσονται κατά τη διάρκεια του κύκλου ανά μονάδα μάζας αέρα και (γ) η μέγιστη θερμοκρασία του κύκλου. Δίδεται $\gamma = 1,40$.

Απάντηση: (α) 0,585, (β) 21,06 kJ/mol, 36,02 kJ/mol, (γ) 2455 K.

5. Μία τετράχρονη μηχανή κύκλου Otto με λειτουργική ουσία ιδανικό αέριο ($M = 28,9$ kg/kmol, $\gamma = 1,4$) έχει λόγο συμπίεσης 9:1 και στη μηχανή παρέχεται θερμότητα 744 kJ/kg ανά κύκλο. Κατά την έναρξη της συμπίεσης (σημείο 1 του κύκλου) η πίεση είναι 1 atm και η θερμοκρασία είναι 16 °C. (α) Να υπολογισθούν η πίεση, η θερμοκρασία και ο ειδικός όγκος της λειτουργικής ουσίας στα σημεία 1, 2, 3 και 4 του κύκλου. Εάν η μηχανή είναι οκτακύλινδρη με όγκο εμβολισμού 2000 cm³ και λειτουργεί με 1200 rpm, ζητούνται: (β) Ο ρυθμός παροχής θερμότητας στη μηχανή, ο ρυθμός αποβολής θερμότητας από τη μηχανή καθώς και η ενδεικνυμένη ισχύς του κινητήρα, kW. (γ) Η θερμική απόδοση της μηχανής.

ζική παροχή του καυσίμου, \dot{m}_f , το ποσό θερμότητας ανά μονάδα μάζας αέρα είναι:

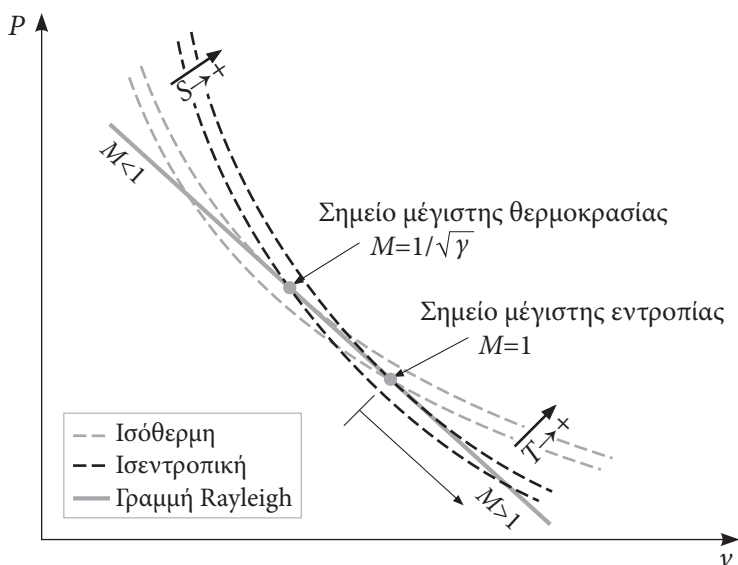
$$q = HV_L / (\dot{m}_a / \dot{m}_f),$$

όπου \dot{m}_a είναι η μαζική παροχή του αέρα.

4.3. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ RAYLEIGH

Σε ένα διάγραμμα P - v ή h - s (ή T - s , ισοδύναμα, για ιδανικό αέριο) η γραμμή που αποδίδει τις επιτρεπτές καταστάσεις ροής Rayleigh εντός αγωγού σταθερής διατομής για ορισμένη μαζική ταχύτητα και αρχικές συνθήκες, ονομάζεται *καμπύλη Rayleigh*. Για τη χάραξη γραμμών Rayleigh από μία δεδομένη αρχική κατάσταση (T_1, P_1, ρ_1, v_1) χρησιμοποιείται η εξίσωση (96c). Κάθε καμπύλη Rayleigh έχει δύο κλάδους, εκ των οποίων ο άνω κλάδος αντιστοιχεί σε υποηχητικές ταχύτητες και ο κάτω κλάδος σε υπερηχητικές ταχύτητες. Οι δύο κλάδοι συνδέονται σε ένα σημείο στο οποίο $M=1$.

Σε επίπεδο P - v υπάρχει φθίνουσα γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών P και v με σταθερή αρνητική κλίση $-(\dot{m}/S)^2 = (P_1 - P_2)/(v_1 - v_2)$. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα P - v του Σχήματος 13, η μέγιστη τιμή της εντροπίας επιτυγχάνεται στο σημείο όπου μία ισηντροπική εφάπτεται με τη καμπύλη Rayleigh. Αντίστοιχα, το σημείο μέγιστης θερμοκρασίας μιας καμπύλης Rayleigh προσδιορίζεται από το σημείο επαφής μιας ισόθερμου με τη καμπύλη Rayleigh. Ως γνωστόν, οι ισηντροπικές έχουν κλίση μεγαλύτερη από τις αντίστοιχες ισόθερμες. Επομένως, όπως φαίνεται



Σχήμα 13. Η καμπύλη Rayleigh σε διάγραμμα P - v .

στο Σχήμα 13, η ισόθερμη η οποία εφάπτεται στη καμπύλη Rayleigh ευρίσκεται άνω του σημείου της μέγιστης εντροπίας της ίδιας καμπύλης.

Από το διάγραμμα $P-v$, με βάση την ισότητα των κλίσεων της ισοθέρμου και της ισηντροπικής στα σημεία επαφής τους με την καμπύλη Rayleigh, μπορούν να υπολογισθούν τα αντίστοιχα σημεία ως εξής:

- Η κλίση της καμπύλης Rayleigh είναι

$$-(\dot{m}/S)^2 = -(\rho v)^2.$$

- Η κλίση της ισοθέρμου είναι

$$(dP/dv)_T = -P/v = -P\rho.$$

Επειδή είναι $c^2 = \gamma R_g T = \gamma P/\rho \Rightarrow P = \rho c^2/\gamma$, έχουμε

$$(dP/dv)_T = -\rho^2 c^2/\gamma = -\rho^2 v^2/(\gamma M^2).$$

Συγκρίνοντας την κλίση της καμπύλης Rayleigh και της κλίσης της ισοθέρμου προκύπτει ότι είναι ίσες μόνον εφόσον $\gamma M^2 = 1 \Rightarrow M = 1/\sqrt{\gamma}$.

- Η κλίση της ισηντροπικής είναι:

$$(dP/dv)_s = -\gamma P/v = -\gamma P\rho = -\gamma(P/\rho)\rho^2 = -c^2\rho^2.$$

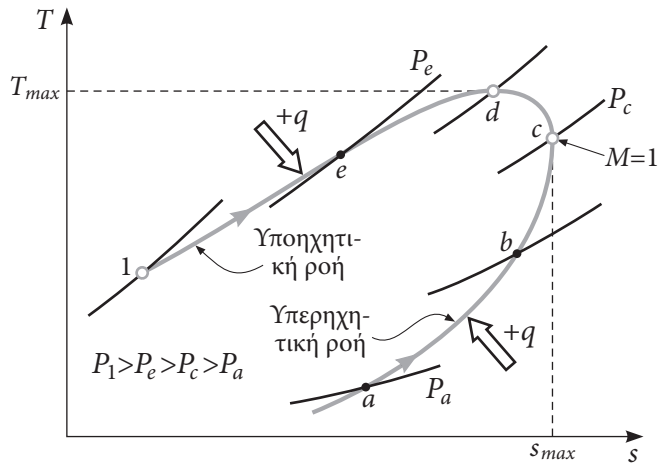
Συγκρίνοντας την κλίση της καμπύλης Rayleigh και της κλίσης της ισηντροπικής προκύπτει ότι είναι ίσες μόνον εφόσον $v = c$ ή $M = 1$.

Για τη χάραξη διαγράμματος Rayleigh σε επίπεδο $T-s$, με δεδομένα στην είσοδο τη θερμοκρασία, T_1 , την πίεση, P_1 , και τη μαζική ταχύτητα του αερίου, G , με ορισμένο λόγο θερμοχωρητικότητας γ , υπολογίζεται κατ' αρχήν με την εξίσωση (3b) ο αριθμός Mach της ροής στην είσοδο του αγωγού, M_1 . Ακολούθως, για κάθε αυθαίρετα οριζόμενη τιμή M_2 , υπολογίζεται με την εξίσωση (103) η αντίστοιχη θερμοκρασία T_2 και με την εξίσωση (106) υπολογίζεται η μεταβολή της εντροπίας Δs .

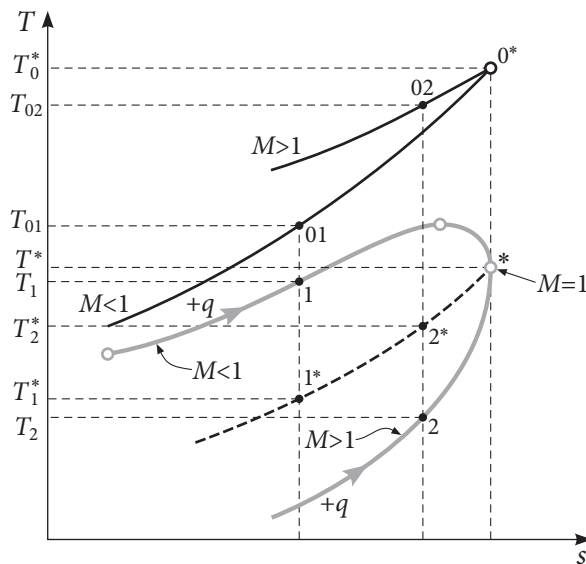
Σημειώνεται ότι εφόσον ορισθεί ο αριθμός Mach M_1 σε ένα σημείο του ενός κλάδου του διαγράμματος, εάν τεθεί στην εξίσωση (106) $s_2 = s_1$ μπορεί να υπολογισθεί ο αριθμός Mach M_2 στον άλλο κλάδο του διαγράμματος που έχει την αυτή εντροπία. Η εξίσωση έχει δύο λύσεις, εκ των οποίων η μία είναι $M_2 = M_1$.

Στο Σχήμα 14 αποδίδονται τα χαρακτηριστικά μίας τυπικής καμπύλης Rayleigh σε διάγραμμα $T-s$. Στο διάγραμμα αυτό παρίστανται και ορισμένες ισοβαρείς. Ως γνωστόν, η κλίση των ισοβαρών αυξάνει γραμμικά με τη θερμοκρασία, $(\partial T/\partial s)_P = T/c_p$.

Στο διάγραμμα $T-s$ που παρατίθεται στο Σχήμα 15 φαίνεται επίσης η σχέση μεταξύ των κρίσιμων ιδιοτήτων της ροής και των ιδιοτήτων ανακοπής. Παρατηρείται η μείωση της πίεσης ανακοπής σε κάθε περίπτωση προσαγωγής θερμότητας.



Σχήμα 14. Μορφή καμπύλης Rayleigh σε διάγραμμα $T-s$.



Σχήμα 15. Απεικόνιση των σχέσεων μεταξύ ιδιοτήτων αναφοράς της ροής Rayleigh.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 13

Σε αγωγό σταθερής διαμέτρου 0,15 m παρέχεται αέρας με ταχύτητα 411,5 m/s, πίεση 1 bar και θερμοκρασία 288 K. Εάν η ροή θεωρηθεί άτριβη, να υπολογισθεί ο ρυθμός ροής θερμότητας που απαιτείται για να αποκτήσει ο αέρας την ταχύτητα του ήχου. Δίδονται για τον ατμοσφαιρικό αέρα $\gamma = 1,40$, $c_p = 1,005 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ και $R_g = 287 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$.

Λύση

Στην είσοδο του αγωγού, ο αριθμός Mach της ροής, M_1 , υπολογίζεται ως εξής:

$$c_1 = \sqrt{\gamma R_g T_1} = \sqrt{1,4 \times 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times 288 \text{ K}} = 301,2 \text{ m/s},$$

$$M_1 = \frac{v_1}{c_1} = \frac{411,5}{301,2} = 1,21.$$

Στο αυτό σημείο η πυκνότητα του αέρα, ρ_1 , είναι:

$$\rho_1 = \frac{P_1}{R_g T_1} = \frac{10^5 \text{ Pa}}{287 \text{ (J/kg} \cdot \text{K)} \times 288 \text{ K}} = 1,21 \text{ kg/m}^3.$$

Το εμβαδόν της διατομής του αγωγού, S , είναι:

$$S = \pi \frac{D^2}{4} = 3,14 \times \frac{0,15^2 \text{ m}^2}{4} = 0,018 \text{ m}^2$$

Κατά συνέπεια η μαζική παροχή του αέρα, \dot{m} , είναι:

$$\dot{m} = \rho_1 v_1 S = 8,793 \text{ kg/s}.$$

Η θερμοκρασία ανακοπής του αέρα, T_{01} , στην είσοδο του αγωγού είναι:

$$T_{01} = T_1 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right) = 372,29 \text{ K}.$$

Η κρίσιμη θερμοκρασία του αέρα, T^* , είναι η θερμοκρασία στη διατομή όπου αποκτά την ταχύτητα του ήχου και είναι:

$$T^* = T_1 \frac{1}{M_1^2} \left(\frac{1 + \gamma M^2}{1 + \gamma} \right)^2 = 317,57 \text{ K}.$$

Η θερμοκρασία ανακοπής που αντιστοιχεί στην κρίσιμη θερμοκρασία είναι:

$$T_0^* = T^* \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right) = 381,09 \text{ K}.$$

Ο ρυθμός παροχής θερμότητας στον αέρα είναι:

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p (T_0^* - T_{01}) = 77,74 \text{ kW}.$$

Σημειώνεται ότι αυτό είναι το μέγιστο ποσό θερμότητας που μπορεί να παραλάβει ο αέρας υπό τις επιβεβλημένες αρχικές συνθήκες.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 14

Σε θερμαινόμενο αγωγό σταθερής διατομής παρέχεται αέρας με αριθμό Mach 0,35, πίεση 2,2 bar και θερμοκρασία 288 K. Ο αέρας εξέρχεται από τον αγωγό με