

Δημήτριος Ν. Αραμπέλος

Ηλίας Ν. Τζιαβός

Εισαγωγή στο **Πεδίο**
Βαρύτητας
της **Γης**

Πρόλογος

Η μελέτη του πεδίου βαρύτητας της γης αποτελεί ένα από τα βασικά αντικείμενα της επιστήμης της γεωδαισίας, ενώ καλύπτει επίσης ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών του συνόλου των γεωεπιστημών. Οι ραγδαίες επιστημονικές πρόοδοι των τελευταίων τριάντα χρόνων στα όργανα μέτρησης και τις μεθόδους προσδιορισμού και κυρίως οι σύγχρονες δορυφορικές αποστολές, που αποσκοπούν στον υψηλής ακρίβειας προσδιορισμό των παραμέτρων του πεδίου βαρύτητας της γης, έδωσαν στο γεωδαιτικό αυτόν κλάδο νέες διαστάσεις και προοπτικές. Οι εξελίξεις αυτές συνδέονται τόσο με την κλίμακα απόδοσης των δεδομένων και των αποτελεσμάτων στον τρισδιάστατο χώρο, γήινο και διαστημικό, όσο και με τη διεπιστημονική προσέγγιση και αξιοποίηση των τελικών πρακτικών εφαρμογών.

Δύο είναι οι στόχοι του βιβλίου “*Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης*”. Ο πρώτος αφορά την κάλυψη διδακτικών αναγκών προπτυχιακών και μεταπτυχιακών μαθημάτων με ανάλογο γνωστικό αντικείμενο, που διδάσκονται στο Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του ΑΠΘ αλλά και σε συναφή Τμήματα άλλων Σχολών και Πανεπιστημίων της χώρας μας. Ο δεύτερος στόχος είναι να αποτελέσει ένα βασικό βοήθημα αναφοράς για κάθε ενδιαφερόμενο επιστήμονα ή ερευνητή, που ασχολείται με θέματα του πεδίου βαρύτητας της γης σε θεωρητικό και εφαρμοσμένο επίπεδο. Στην κατεύθυνση αυτή καταβλήθηκε προσπάθεια να συμπεριληφθούν στα διάφορα κεφάλαια του βιβλίου αποτελέσματα και εφαρμογές από επιστημονικές εργασίες που δημοσιεύθηκαν κατά την πολυετή και για σημαντικό διάστημα κοινή ερευνητική μας ενασχόληση, που συνεχίζεται και σήμερα στο συγκεκριμένο επιστημονικό τομέα. Αυτός είναι επίσης ο λόγος της παράθεσης ενός εκτενούς καταλόγου κλασικών γεωδαιτικών συγγραμμάτων και επιμέρους βιβλιογραφικών αναφορών. Η ερευνητική προσπάθειά μας διευρύνθηκε με την πάροδο των χρόνων στο πλαίσιο συνεργασιών με συναδέλφους από ερευνητικά κέντρα και Πανεπιστήμια του εξωτερικού και αποτυπώθηκε με την εκπόνηση ερευνητικών προγραμμάτων και τη δημοσίευση επιστημονικών εργασιών. Ορισμένα από τα πιο πρόσφατα αποτελέσματα και αυτών των επιστημονικών συνεργασιών περιλαμβάνονται στην ύλη του βιβλίου.

Πέραν της εκτενούς βιβλιογραφίας, που παρατίθεται σε ενιαία ενότητα, κείμενα αναφοράς αποτέλεσαν τα εξής: Το βιβλίο “*Φυσική Γεωδαισία*” (Κ. Ε. Κατσάμπαλος και Η. Ν. Τζιαβός, 1991), το οποίο είναι ένα από τα πρώτα διδακτικά συγγράμματα για το πεδίο βαρύτητας της γης στην ελληνική βιβλιογραφία. Τα κλασικά συγγράμματα “*Physical Geodesy*” (W. A. Heiskanen and H. Moritz, 1967),

“Gravimetry” (W. Torge, 1989), “Geodesy” (W. Torge, 2001). Οι διδακτικές σημειώσεις “The Gravity Field in Surveying and Geodesy” (M. G. Sideris, 1993). Η μονογραφία “Numerical Considerations of FFT Methods in Gravity Field Modelling” (I. N. Tziavos, 1993). Τα διδακτικά βιβλία “Βαρυτημετρία” (Δ. Αραμπέλος, 2000) και “Εισαγωγή στη Θεωρία του Δυναμικού” (Δ. Αραμπέλος, 2002). Πλήρεις αναφορές όλων των ανωτέρω δίνονται στην ενότητα της βιβλιογραφίας.

Στη διάρθρωση της ύλης του βιβλίου προτάσσεται μια γενική περιγραφή της θεωρίας του πεδίου βαρύτητας της γης και των εφαρμογών του στη γεωδαισία και τις γεωεπιστήμες. Στη συνέχεια παρουσιάζονται βασικές αρχές, έννοιες και μέθοδοι προσδιορισμού των συνιστωσών του πεδίου βαρύτητας και ακολουθούν οι σύγχρονες επιστημονικές εξελίξεις, που βασίζονται στην αξιοποίηση επίγειων, από αέρα και δορυφορικών δεδομένων. Καταβλήθηκε προσπάθεια να υπάρχει στις διάφορες ενότητες ομοιογένεια στην απόδοση συμβόλων, όρων, εννοιών και εξισώσεων, καθώς η συγγραφή έγινε με τον εξής τρόπο: Δ. Αραμπέλος κεφάλαια 2, 3, 4, 5, 6 και 11, Η. Τζιαβός κεφάλαια 1, 7, 8, 9, 10. Πιστεύουμε ότι το τελικό αποτέλεσμα δεν απέχει πολύ από τις αρχικές μας προσδοκίες και επιδιώξεις και ελπίζουμε ότι αυτό θα επιβεβαιωθεί από όσους μελετήσουν το βιβλίο με συστηματικό τρόπο.

Με το πέρας της κοινής αυτής συγγραφικής προσπάθειας επιθυμούμε να εκφράσουμε θερμές ευχαριστίες στους μαθητές, συνεργάτες και συναδέλφους, που όλα αυτά τα χρόνια βοήθησαν και συμπαραστάθηκαν, με το δικό του τρόπο ο καθένας, στη διδακτική, ερευνητική και επιστημονική μας πορεία.

Θεσσαλονίκη, Απρίλιος 2007

Δημήτριος Ν. Αραμπέλος
Καθηγητής ΑΠΘ

Ηλίας Ν. Τζιαβός
Καθηγητής ΑΠΘ

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Συνοπτική ιστορική ανασκόπηση	1
1.2	Η εξέλιξη της γεωδαισίας	4
1.2.1	Το θεωρητικό υπόβαθρο και οι μέθοδοι	5
1.2.2	Τα όργανα και οι μετρήσεις βαρύτητας	9
1.2.3	Οι σύγχρονες εξελίξεις	13
1.3	Η γεωδαισία και οι διάφοροι κλάδοι της	19
1.4	Το πεδίο βαρύτητας της γης	21
1.4.1	Μοντελοποίηση του πεδίου βαρύτητας	26
1.5	Οι διεθνείς γεωδαιτικοί οργανισμοί και το πεδίο βαρύτητας	28
2	Νευτώνειο πεδίο έλξης	32
2.1	Συστήματα αναφοράς	32
2.1.1	Το γεωκεντρικό σύστημα	32
2.1.2	Το τοπικό σύστημα αναφοράς του πεδίου βαρύτητας	33
2.2	Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης	34
2.3	Θεμελιώδεις σχέσεις στο πεδίο βαρύτητας	35
2.3.1	Διαφορικοί και ολοκληρωματικοί τύποι για το ελκτικό δυναμικό	39
2.3.2	Διαφορικοί τύποι για το δυναμικό της βαρύτητας	42
2.4	Ανάπτυγμα του δυναμικού σε σειρά σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων	42
2.5	Η γεωμετρία του πεδίου βαρύτητας	43
2.5.1	Ισοδυναμικές επιφάνειες και κατακόρυφες	43
2.5.2	Βαθμίδες της βαρύτητας και καμπυλότητα του πεδίου βαρύτητας	43
2.6	Μοντέλα του πεδίου βαρύτητας	46
2.6.1	Το χωροσταθμικό ελλειψοειδές	46
2.7	Το κανονικό πεδίο βαρύτητας	49
2.8	Γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς	55
3	Συστήματα υψών	60
3.1	Ελλειψοειδή ύψη	60
3.2	Ύψη στο πεδίο βαρύτητας	61

3.3	Ο προσδιορισμός του υψόμετρου	64
3.3.1	Υψόμετρα από γεωμετρική χωροστάθμιση	64
3.4	Μέση στάθμη της θάλασσας	68
4	Διαταραχτικά μεγέθη στο πεδίο βαρύτητας	71
4.1	Το διαταραχτικό δυναμικό	71
4.2	Η ανωμαλία της βαρύτητας	72
4.3	Οι παράγωγοι δεύτερης τάξης του διαταραχτικού δυναμικού	75
5	Στατιστική περιγραφή του πεδίου βαρύτητας	77
5.1	Οι συναρτήσεις συμμεταβλητότητας	77
5.2	Πρόγνωση στο πεδίο βαρύτητας - Σημειωκή προσαρμογή	79
5.3	Οι συντελεστές μεταβλητότητας	85
5.3.1	Μοντέλα συντελεστών μεταβλητότητας	86
5.4	Εφαρμογή	87
6	Αναγωγές της βαρύτητας	91
6.1	Εισαγωγή	91
6.1.1	Αναγωγή ελεύθερου αέρα - Ανωμαλίες ελεύθερου αέρα	91
6.1.2	Εξάρτηση των ανωμαλιών ελεύθερου αέρα από το υψόμετρο	92
6.1.3	Μέσες τιμές της ανωμαλίας ελεύθερου αέρα	93
6.2	Τοπογραφική αναγωγή - Ανωμαλίες Bouguer	94
6.3	Αναγωγή σε σχέση με μια τοπογραφική επιφάνεια αναφοράς	101
6.4	Οι ανωμαλίες Faye	102
6.5	Απεικόνιση του πεδίου ανωμαλιών της βαρύτητας	102
6.6	Ψηφιακά μοντέλα τοπογραφίας	103
6.7	Ισοστασία - Ισοστατικά μοντέλα	103
6.8	Ισοστατική αναγωγή - Ισοστατικές ανωμαλίες	107
6.9	Εφαρμογές	108
7	Σφαιρικές αρμονικές και γεωδυναμικά μοντέλα	112
7.1	Το δυναμικό έλξης και οι αρμονικές συναρτήσεις	112
7.2	Τα πολύνομα Legendre	113
7.3	Σφαιρικές αρμονικές συναρτήσεις	117
7.3.1	Οι συναρτήσεις Legendre	118
7.3.2	Αναπτύγματα συναρτήσεων σε σφαιρικές αρμονικές	121
7.3.3	Οι κανονικοποιημένες σφαιρικές αρμονικές	122
7.4	Ανάπτυγμα του γήινου δυναμικού έλξης σε σφαιρικές αρμονικές	124
7.4.1	Το κανονικό δυναμικό έλξης σε σφαιρικές αρμονικές	127
7.4.2	Το διαταραχτικό δυναμικό σε σφαιρικές αρμονικές	129
7.5	Γεωμετρία του πεδίου βαρύτητας	130
7.5.1	Θεμελιώδης εξίσωση της φυσικής γεωδαισίας	132
7.5.2	Άλλες συνιστώσες του πεδίου βαρύτητας σε σφαιρικές αρ- μονικές	135
7.5.3	Η σφαιρική προσέγγιση	138
7.6	Τα γεωδυναμικά μοντέλα	140

7.7	Ο υπολογισμός των συντελεστών των γεωδυναμικών μοντέλων . . .	148
7.7.1	Ακρίβειες των παραμέτρων του πεδίου βαρύτητας μέσω των συντελεστών αναπτυγμάτων του γεωδυναμικού	152
7.8	Ερωτήσεις και ασκήσεις	159
8	Το γεωειδές	170
8.1	Γενικές έννοιες και ορισμοί	170
8.1.1	Τα προβλήματα Stokes και Molodenski	172
8.2	Μέθοδοι προσδιορισμού του γεωειδούς	178
8.2.1	Η αστρονομική χωροστάθμηση	181
8.2.2	Η αστροβαρυτημετρική χωροστάθμηση	188
8.2.3	Ο πολυωνυμικός προσδιορισμός	192
8.3	Η τεχνική αφαίρεσης - υπολογισμού - επαναφοράς	193
8.4	Οι ολοκληρωματικές μέθοδοι - Η συνάρτηση του Stokes	198
8.4.1	Γενικευμένο ολοκλήρωμα του Stokes	199
8.4.2	Η ολοκληρωματική μέθοδος Stokes	201
8.4.3	Οι σχέσεις Vening - Meinesz	202
8.4.4	Αριθμητικά προβλήματα στις συναρτήσεις Stokes και Ve- ning - Meinesz	203
8.4.5	Πρακτική εφαρμογή του ολοκληρώματος του Stokes	205
8.4.6	Σφάλματα δεδομένων και ακρίβειες υψομέτρων του γεωει- δούς στην ολοκληρωματική μέθοδο	209
8.5	Οι στοχαστικές μέθοδοι	213
8.5.1	Η μέθοδος της σημειακής προσαρμογής	214
8.5.2	Νόμος μετάδοσης των συμμεταβλητοτήτων	220
8.5.3	Συνδυασμός σημειακής προσαρμογής και ολοκληρωματικής μεθόδου	221
8.6	Οι φασματικές τεχνικές στον προσδιορισμό του γεωειδούς	223
8.7	Ερωτήσεις και ασκήσεις	228
9	Το GPS, το γεωειδές και η γεωμετρική χωροστάθμηση	235
9.1	Εισαγωγή	235
9.2	Συστήματα υψών και GPS	237
9.3	Συνδυασμός ετερογενών υψομέτρων και εφαρμογές	241
9.4	Χωροστάθμηση με GPS	243
9.5	Συγκρίσεις υψομέτρων γεωειδούς, αξιολόγηση βαρυτημετρικού γεωει- δούς	245
9.6	Συνόρθωση ετερογενών υψομέτρων και παραμετρικά μοντέλα	247
9.7	Πρακτική εφαρμογή	253
9.8	Ερωτήσεις και ασκήσεις	256
10	Η δορυφορική αλτιμετρία	258
10.1	Εισαγωγή	258
10.2	Οι αλτιμετρικοί δορυφόροι	259
10.3	Αρχή της δορυφορικής αλτιμετρίας και σφάλματα αλτιμετρικών δε- δομένων	262

10.4	Επεξεργασία αλτιμετρικών δεδομένων για γεωδαιτικές εφαρμογές	268
10.5	Προσδιορισμός συνιστωσών του πεδίου βαρύτητας από δεδομένα της δορυφορικής αλτιμετρίας	271
10.6	Προσδιορισμός κατακόρυφου συστήματος αναφοράς από δεδομένα αλτιμετρικά, παλιρροιογραφικά και GPS	274
10.7	Ερωτήσεις και ασκήσεις	278
11	Οι σύγχρονες δορυφορικές αποστολές	280
11.1	Γενικά	280
11.2	Συστήματα αναφοράς και δίκτυα αναφοράς στη δορυφορική γεωδαισία	283
11.2.1	Το συμβατικό αδρανειακό σύστημα αναφοράς	284
11.2.2	Το συμβατικό επίγειο γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς	284
11.3	Προσδιορισμός του πεδίου βαρύτητας με τη μέθοδο της διαταραχής της τροχιάς	285
11.3.1	Η μέθοδος της αρχής διατήρησης της ενέργειας	287
11.3.2	Η μέθοδος της επιτάχυνσης	292
11.4	Η ακρίβεια των σημερινών μοντέλων του δυναμικού της βαρύτητας	293
1.1	Γωνίες Euler	295
1.2	Τετραδικοί αριθμοί	295
2.1	Η κλασσική (Νευτώνεια) μηχανική	297
2.2	Η μηχανική Lagrange	297
2.3	Η μηχανική Hamilton	299
2.4	Το ολοκλήρωμα Jacobi	301
	Βιβλιογραφία	305
	Ευρετήριο	329

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Συνοπτική ιστορική ανασκόπηση

Η μελέτη του σχήματος και του πεδίου βαρύτητας της γης έχουν τις πρώτες ιστορικές αναφορές σε αρχαίους Έλληνες ιστορικούς, διανοητές και φιλοσόφους. Το σχήμα της γης συνδέεται άμεσα με τις μετρήσεις στο χώρο αλλά και τον προσδιορισμό της θέσης των σημείων επάνω στην επιφάνεια της γης. Η γεωμετρία αρχικά καλύπτει τις μετρήσεις σε περιορισμένη κλίμακα και ταυτίζεται εννοιολογικά με την τοπογραφία και τις τεχνικές αποτύπωσης.

Αναφορές για το σχήμα της γης υπάρχουν από τους ομηρικούς χρόνους. Τον 8ο αιώνα π.Χ. η γη περιγράφεται ως δίσκος που περιβάλλεται από ωκεανό, αντίληψη που επικράτησε για περίπου δύο αιώνες, όταν αρχίζει να κυριαρχεί η άποψη για το σφαιρικό σχήμα της γης. Από τον *Θαλή τον Μιλήσιο* (640-546 π.Χ.) και τον *Πυθαγόρα* (580-500 π.Χ.) εδραιώνεται η ιδέα της σφαιρικότητας της γης, η οποία και διατηρήθηκε σχεδόν για δύο χιλιετίες. Είναι η εποχή που η παρατήρηση και η μέτρηση, έστω και σε υποτυπώδεις μορφές, καθιερώνονται ταυτόχρονα με την προσπάθεια ερμηνείας των διαφόρων φυσικών φαινομένων. Στον *Θαλή* οφείλεται ο καθορισμός του έτους σε 365 ημέρες και είναι αξιοσημείωτο ότι οι μετρήσεις-εκτιμήσεις, οι σχετικές με το χρόνο, είχαν προηγηθεί των μετρήσεων του χώρου. Αυτό πιθανόν οφείλεται στη συνεχή προσπάθεια του ανθρώπου για αναζήτηση νέων τόπων και στην ανάγκη υλοποίησης χρονικών αφετηριών με βάση τις εναλλαγές ημέρας και νύχτας. Ο *Πυθαγόρας*, πέραν του ότι θεωρείται από τους θεμελιωτές της γεωμετρίας, με το γνωστό Πυθαγόρειο θεώρημα εισήγαγε βασικές αρχές της γεωμετρίας και της τοπολογίας. Διετύπωσε με μαθητές της σχολής που ίδρυσε την άποψη ότι ο ήλιος, η γη και τα διάφορα ουράνια σώματα κινούνται γύρω από ένα συγκεκριμένο κέντρο.

Ο *Ηρόδοτος* (485-423 π.Χ.) περιγράφει ίσως για πρώτη φορά σε ιστορικά κείμενα την τεχνική μέτρησης περιορισμένων εκτάσεων γης και την ταυτίζει με τη γεωμετρία. Θεωρεί μάλιστα ότι η γεωμετρία, με την έννοια της σημερινής *τοπογραφίας* από την άποψη της κλίμακας, επινοήθηκε από τους Αιγυπτίους και στη συνέχεια μεταφέρθηκε στην Ελλάδα. Η διαφοροποίηση της έννοιας της *γεωδαισι-*

ας από τη γεωμετρία οφείλεται στον *Αριστοτέλη* (384-322 π.Χ.), που διατύπωσε επίσης την έννοια της βαρυτικής έλξης, αλλά και τη *γεωκεντρική θεωρία* για ένα παγκόσμιο σύστημα-σύμπαν με κέντρο τη γη. Ο *Αριστοτέλης* συσχέτισε τη βαρύτητα με την απόσταση και η αριστοτελική αυτή άποψη-αυθεντία καταρρίφθηκε αιώνες αργότερα. Είναι αξιοσημείωτο όμως ότι συνέδεσε τις έννοιες της κίνησης των σωμάτων, του χώρου και του χρόνου σε ένα ενιαίο σύστημα, που θεμελιώθηκε από τις σύγχρονες θεωρίες κορυφαίων επιστημόνων.

Σε αντίθεση με την αριστοτελική θεώρηση ο *Αρίσταρχος ο Σάμιος* (310-250 π.Χ.), ένας από τους επιφανέστερους αστρονόμους, διατυπώνει την *ηλιοκεντρική θεωρία*. Σύμφωνα με αυτήν η γη εκτελεί δύο κινήσεις, μία γύρω από τον άξονά της και μία γύρω από τον ήλιο. Η θεωρία αυτή απασχόλησε και μεταγενέστερους επιστήμονες μεταξύ των οποίων και τον *Κοπέρνικο*.

Οι άλλοι δύο θεμελιωτές της γεωμετρίας εκτός του *Πυθαγόρα*, ο *Ευκλείδης* (320-275 π.Χ.) και ο *Αρχιμήδης* (287-212 π.Χ.), χρησιμοποίησαν τα μαθηματικά και την αστρονομία για να διατυπώσουν αρχές σχετικές με το σφαιρικό σχήμα της γης και την κίνησή της. Οι διαχρονικές ιδέες αυτών των γεωμετρών αξιοποιήθηκαν όχι μόνο στη γεωδαισία, αλλά και σε άλλους τομείς όπως η ναυσιπλοία, η χαρτογραφία, η γεωγραφία και η μηχανική. Η ανακάλυψη της υδροστατικής αρχής από τον *Αρχιμήδη* οδήγησε αρκετούς αιώνες αργότερα σημαντικούς μαθηματικούς, φυσικούς και γεωδαίτες στη διατύπωση θεμελιωδών θεωριών για την προσέγγιση του σχήματος της γης.

Με την πάροδο λοιπόν του χρόνου η γεωδαισία επεκτείνεται πέραν των ορίων της τοπογραφίας και της γεωμετρίας και προσδιορίζεται ως η πρώτη ίσως γεωεπιστήμη, ενώ αναπτύσσεται παράλληλα με τα μαθηματικά και την αστρονομία και αξιοποιεί τις πληροφορίες που προσφέρουν αυτές οι επιστήμες. Εκείνος που εκμεταλλεύεται ευφυώς τη συσχέτιση των τριών επιστημονικών κλάδων είναι ο *Ερατοσθένης* (275-212 π.Χ.), που πραγματοποιεί τον πρώτο προσδιορισμό της περιμέτρου της γης. Αν και επιφανής αστρονόμος και μαθηματικός ο ίδιος, θεωρείται επίσης ο πρώτος γεωδαίτης και θεμελιωτής της γεωδαισίας. Στον *Ίππαρχο* (180-120 π.Χ.), που θεωρείται ο επιφανέστερος αστρονόμος της προχριστιανικής εποχής, οφείλεται ο δεύτερος προσδιορισμός της περιμέτρου της γης, όπου χρησιμοποιήθηκε ο αστρολάβος που επινόησε και οι εκλειπτικές συντεταγμένες των αστέρων που επίσης προσδιόρισε ο ίδιος.

Στους πρώτους μεταχριστιανικούς χρόνους δεν εμφανίζεται κάποια σημαντική προσωπικότητα για να συνεχίσει τις σημαντικές ανακαλύψεις στην αστρονομία και τις γεωεπιστήμες που έγιναν κατά την τελευταία προχριστιανική εποχή. Το 2ο μ.Χ. αιώνα όμως κυριαρχεί η μορφή του *Κλαύδιου Πτολεμαίου του Αλεξανδρέως* (90-165 μ.Χ.), διακεκριμένου μέλους της Αλεξανδρινής Βιβλιοθήκης. Επιφανής Έλληνας αστρονόμος, γεωγράφος, χαρτογράφος και μαθηματικός, θεωρείται η κορυφαία μορφή στην ιστορία της χαρτογραφίας με επίσης αξιόλογη συμβολή στην αστρονομία. Θιασώτης της γεωκεντρικής θεωρίας, στο πολύτομο αστρονομικό του έργο "*Μεγίστη*" (Αλ Μαχκέστ), σε αραβική μετάφραση του 9ου αιώνα, αναπτύσσει μια πολύπλοκη θεωρία για την κίνηση των πλανητών βασισμένη σε ένα σύνθετο σύστημα σφαιρών. Το γεωκεντρικό σύστημα στο οποίο βασίζεται η θεωρία του επικράτησε να ονομάζεται Πτολεμαϊκό. Στο σημαντικό χαρτογραφικό του έργο "*Γεωγραφική Υφήγησις*" ή "*Γεωγραφία*" γίνεται αναλυτική αναφορά στη γεωγρα-

φία, στη χαρτογραφική απεικόνιση και τα είδη προβολής της σφαίρας στο επίπεδο και τεκμηριώνεται και κωδικοποιείται με συστηματικό τρόπο η μεθοδολογική έρευνα στις γεωεπιστήμες. Δίνει χαρτογραφικές απεικονίσεις του γνωστού τότε κόσμου με ακριβείς μαθηματικούς προσδιορισμούς και εισάγει τις γεωγραφικές συντεταγμένες σημείων και τόπων. Ο *Πτολεμαίος* επαναφέρει και πάλι τη γεωδαισία στο προσκήνιο μετά από μεγάλη περίοδο στασιμότητας, και εν τέλει εντάσσει τη γεωγραφία, τη γεωδαισία, τη χαρτογραφία και τις γεωεπιστήμες γενικότερα με συστηματικό τρόπο στο ευρύ πλαίσιο των μαθηματικών και της αστρονομίας, που αποτελεί τη θεμελιώδη βάση και συνέχεια της αρχαίας ελληνικής διανόησης.

Η επαναφορά και επαναδιατύπωση του ηλιοκεντρικού συστήματος οφείλεται σε διάφορους επιστήμονες, μεταξύ των οποίων και ο Πολωνός αστρονόμος *Κοπέρνικος* (1473-1543), που επιχείρησε να εξηγήσει τις φαινόμενες κινήσεις των πλανητών. Μεταγενέστεροι επιστήμονες, επηρεασμένοι από τις θεωρίες του, διατύπωσαν επίσης νόμους για την κίνηση της γης και των πλανητών. Το σφαιρικό σχήμα της γης αποτελεί βέβαια τη βάση για επίγειες μετρήσεις σε διάφορες κλίμακες και υπολογισμούς με μοντέλα της φυσικής και των μαθηματικών. Ο Αυστριακός μαθηματικός *Johannes Kepler* (1571-1630), πέραν της συνεισφοράς του στην ουράνια μηχανική, συνέβαλε στη γενικότερη αποδοχή του ηλιοκεντρικού συστήματος. Διατύπωσε τους γνωστούς νόμους κίνησης των πλανητών σε ελλειπτικές τροχιές βασισμένος στο ηλιοκεντρικό σύστημα του *Αρίσταρχου* και του *Κοπέρνικου* και στις ιδέες άλλων επιστημόνων, όπως ο Δανός αστρονόμος *Tycho Brache* (1546-1601).

Ο Ιταλός *Γαλιλαίος* (Galileo Galilei, 1564-1642), μαθηματικός, φυσικός και αστρονόμος, είναι υποστηρικτής της ηλιοκεντρικής θεωρίας και ο πρώτος που κατανοεί τις θεμελιώδεις αρχές του πεδίου βαρύτητας της γης και της βαρυτικής έλξης. Κατασκεύασε εκκρεμή και χρονόμετρα, τελειοποίησε το αστρονομικό τηλεσκόπιο και ανακάλυψε νέους δορυφόρους. Οι πειραματικές του έρευνες και παρατηρήσεις τον οδήγησαν στη διατύπωση της θεωρίας για την πτώση των σωμάτων υπό την επίδραση του πεδίου βαρύτητας της γης. Σύμφωνα με τη θεωρία του κατά την πτώση των σωμάτων, ανεξάρτητα από την πυκνότητά τους, ακείναι σε αυτά σταθερή επιτάχυνση με κατεύθυνση προς το κέντρο της γης. Οι ιδέες του *Γαλιλαίου* είναι γνωστό ότι αντικρούστηκαν με σφοδρότητα στην εποχή του, αλλά επαληθεύθηκαν αργότερα πειραματικά από άλλους επιστήμονες. Γενική είναι βεβαίως η αποδοχή ότι με το έργο του *Γαλιλαίου* σημειώθηκαν σημαντικά επιστημονικά βήματα στη μελέτη και τις εφαρμογές του πεδίου βαρύτητας της γης.

Είναι γεγονός ότι μέχρι την εποχή του *Γαλιλαίου* το σύνολο των επιστημονικών αναζητήσεων στο θέμα του σχήματος και του πεδίου βαρύτητας της γης αντιμετωπίζεται με ένα απλό σφαιρικό μοντέλο, το κλασικό *σφαιρικό μοντέλο της γης*, και σ' αυτό βασίζονται οι μετρήσεις τόξων, οι εκτιμήσεις για την ακτίνα και την περίμετρο της γης και οι τεχνικές παρατήρησης με τα διαθέσιμα τηλεσκόπια και άλλα όργανα. Η υιοθέτηση της σφαιρικής γης ήταν οπωσδήποτε αποτέλεσμα τόσο της επιστημονικής γνώσης της εποχής, όσο και της διαθέσιμης τεχνολογίας. Ακόμη, οι απαιτήσεις ακρίβειας και η κλίμακα των εφαρμογών από την άποψη της έκτασης δεν έκαναν επιτακτική την αναζήτηση πιο σύνθετων μαθηματικών μοντέλων. Η ανάπτυξη όμως των αρχών της ουράνιας μηχανικής και της διατύπωσης των νόμων για την κίνηση των πλανητών έδωσε το έναυσμα για την αναζήτηση ακριβέστερων

μοντέλων γης, καθώς άρχισε να γίνεται προοδευτικά αποδεκτή από την επιστημονική κοινότητα η πολυπλοκότητα του σχήματος της γης και των ιδιοτήτων του πεδίου βαρύτητας της γης.

1.2 Η εξέλιξη της γεωδαισίας

Η άνθηση της επιστήμης της γεωδαισίας, της γεωφυσικής και των άλλων γεωεπιστημών σημειώνεται το 17ο και το 18ο αιώνα και σ' αυτό συντελούν παράγοντες τόσο θεσμικοί όσο και επιστημονικοί. Είναι η περίοδος που ιδρύονται σε διάφορες ευρωπαϊκές χώρες Ακαδημίες επιστημών, μεταξύ των οποίων η Ιταλική (*Accademia Nazionale dei Lincei*, Roma 1603), η Αγγλική (*Royal Society*, London 1660), η Γαλλική (*Académie des Sciences*, Paris 1666), η Πρωσική (1700) και η Βαυαρική (1759). Οι Ακαδημίες αυτές, με προεξάρχουσα τη Γαλλική, αναγνωρίζουν πρωτεύοντα ρόλο πλέον στη γεωδαισία και ενθαρρύνουν και υποστηρίζουν τις έρευνες για τον προσδιορισμό του ακριβούς σχήματος της γης. Στον καθαρά επιστημονικό τομέα, οι βελτιωμένες μέθοδοι προσδιορισμού τόξων κατά μεσημβρινό και παράλληλο και της ακτίνας της γης, η μελέτη και επίλυση των πρώτων τριγωνομετρικών δικτύων και η ολοκληρωμένη διατύπωση των νόμων της ουράνιας μηχανικής βοήθησαν τον *Ισαάκ Νεύτωνα* (1643-1727) στην επαλήθευση του *νόμου της παγκόσμιας έλξης*, που ήδη από το 1665-1666 είχε διατυπώσει μέσω μαθηματικών σχέσεων.

Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης του *Νεύτωνα* υπήρξε το θεμέλιο επάνω στο οποίο οικοδομήθηκαν όλες οι μεταγενέστερες θεωρίες για το πεδίο βαρύτητας και συνέβαλαν στο να αναθεωρηθούν οι απόψεις για το σφαιρικό μοντέλο γης. Στο κατώφλι του 21ου αιώνα ο νόμος της παγκόσμιας έλξης συνεχίζει να αποτελεί τη βάση τόσο των κλασικών όσο και των σύγχρονων επιστημονικών θεωριών των σχετικών με τη βαρύτητα. Οι θεωρίες βέβαια, που έδωσαν μια διαφορετική διάσταση στην έννοια της βαρύτητας και σηματοδότησαν μια νέα εποχή για την επιστημονική γνώση, ήταν η ειδική και η γενική θεωρία της σχετικότητας, που διατυπώθηκαν το 1905 και το 1915 αντίστοιχα από τον κορυφαίο φυσικό *Αλβέρτο Αϊνστάϊν* (1879-1955). Στον ενιαίο *χωροχρόνο*, που πρωτογενώς αναφέρθηκε από τον Αριστοτέλη, και σύμφωνα με την αρχή της ισοδυναμίας, η βαρύτητα και η επιτάχυνση ταυτίζονται. Στη θεωρία του *Νεύτωνα* η βαρύτητα είναι μία δύναμη σε έναν αμετάβλητο χώρο-σύστημα. Τα αποτελέσματα της γενικής θεωρίας της σχετικότητας και της νευτώνειας θεωρίας για συγκεκριμένες αρχικές συνθήκες δίνουν σχεδόν ίδια αποτελέσματα.

Οι επιβεβαιώσεις της θεωρίας της σχετικότητας, έμμεσες ή άμεσες, και σε σχέση πάντοτε με το πεδίο βαρύτητας, προκύπτουν από διάφορες εφαρμογές. Μία από αυτές είναι το δορυφορικό σύστημα προσδιορισμού θέσης *GPS* (*Global Positioning System*) και η δυνατότητα προσδιορισμού της σχετικής ή απόλυτης θέσης ενός σημείου στην επιφάνεια της γης με μεγάλη ακρίβεια από παρατηρήσεις δορυφόρων. Ανάλογες αποδείξεις ορισμένων συμπερασμάτων της θεωρίας της σχετικότητας σε εφαρμογές του πεδίου βαρύτητας αποτελούν οι σύγχρονες δορυφορικές αποστολές, που παρέχουν μετρήσεις για παραμέτρους του πεδίου βαρύτητας με υψηλή ακρίβεια και διακριτική ικανότητα, όπως θα σχολιαστεί σε επόμενες ενότητες.

1.2.1 Το θεωρητικό υπόβαθρο και οι μέθοδοι

Ας επιστρέψουμε όμως και πάλι στην κλασική νευτώνεια έλξη και ας εξετάσουμε τη συμβολή της στις μεταγενέστερες θεωρίες για το πεδίο βαρύτητας της γης, σε μία πορεία τριών και πλέον αιώνων, έως τα τέλη του 20ου και στο κατώφλι του 21ου αιώνα. Με βάση τις θεωρητικές του μελέτες για το νόμο της γήινης έλξης και των αρχών της υδροστατικής, πρώτος ο *Νεύτωνας* πρότεινε ένα ελλειψοειδές μοντέλο γης, με βάση ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής πεπλατυσμένο στους πόλους και εξογκωμένο στον ισημερινό, το οποίο προκύπτει αν μια έλλειψη περιστραφεί γύρω από τον μικρό άξονά της. Το νέο μοντέλο γης δημοσιεύτηκε στο κορυφαίο σύγγραμμά του “*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*” (1687) και περιγράφεται ως ένα σχήμα ισορροπίας για μια ομογενή, ρευστή και περιστρεφόμενη γη. Ουσιαστικά ο *Νεύτωνας* προσομοίωσε τη γη με ένα υγρό περιστρεφόμενο γύρω από άξονα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα υπό την επίδραση της φυγόκεντρης δύναμης και του βάρους του. Το ελλειψοειδές του *Νεύτωνα* έχει γεωμετρική επιπλάτυνση f

$$f = \frac{\alpha - b}{\alpha} \quad (1.1)$$

ίση με $1/230$, ενώ α και b είναι αντίστοιχα ο μεγάλος και ο μικρός ημιάξονας. Στο ελλειψοειδές μοντέλο γης ο *Νεύτωνας* αποδίδει μια αύξηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας από το επίπεδο του ισημερινού προς τους πόλους, που είναι ανάλογη του τετραγώνου του ημιτόνου του γεωγραφικού πλάτους. Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης περιγράφεται με τη σχέση

$$F = G \frac{m_1 m_2}{l^2}, \quad (1.2)$$

όπου F είναι η δύναμη έλξης, G η παγκόσμια σταθερά έλξης, γνωστή και ως σταθερά του *Νεύτωνα*, και l η απόσταση ανάμεσα στις ελκόμενες μάζες m_1, m_2 .

Ο Ολλανδός φυσικός *C. Huygens* (1629-1695), σύγχρονος του *Νεύτωνα*, ξεκινώντας από διαφορετική προσέγγιση και αφού διετύπωσε τους νόμους ταλάντωσης του εκκρεμούς και την αρχή των αντιστοίχων ωρολογίων, πρότεινε ένα ελλειψοειδές μοντέλο γης, θεωρώντας το σύνολο των ελκτικών μαζών συγκεντρωμένο στο κέντρο της γης. Το ελλειψοειδές μοντέλο γης κατά *Huygens* είναι μια συμμετρική εκ περιστροφής υδροστατική (ισορροπούσα) επιφάνεια με μεσημβρινή καμπυλότητα τέταρτης τάξης και γεωμετρική επιπλάτυνση $1/576$. Στην επιφάνεια αυτή η δημιουργούμενη ελκτική δύναμη είναι κάθετη. Στην πραγματικότητα οι θεωρίες του *Νεύτωνα* και του *Huygens* θέτουν τις βάσεις για το πεδίο βαρύτητας της γης και ορίζουν τις έννοιες του *γεώκεντρου* και της *ισοδυναμικής επιφάνειας*, έστω και εάν ακόμη τον πρώτο καιρό της διατύπωσής τους δεν τις αποδίδουν με αυτούς τους όρους.

Για την επαλήθευση των ελλειψοειδών μοντέλων γης που προαναφέρθηκαν, υπήρξε επιτακτική η ανάγκη μέτρησης τόξων σε διαφορετικά πλάτη. Το μήκος τόξου μιας μοίρας (μεσημβρινό τόξο για διαφορά μιας μοίρας κατά πλάτος) θεωρητικά αυξάνεται, καθώς κινούμαστε από το ισημερινό επίπεδο προς τους πόλους στην περίπτωση της πεπλατυσμένης γης (μεγαλύτερη ακτίνα καμπυλότητας στους

πόλους από την αντίστοιχη στον ισημερινό). Οι παράμετροι του ελλειψοειδούς a , b ή α , f μπορεί να υπολογιστούν από τη μέτρηση δύο τόξων. Αξίζει να αναφερθεί ότι ανάλογες παρατηρήσεις την ίδια περίπου εποχή από άλλους επιστήμονες, όπως οι Γάλλοι αστρονόμοι *J.-D. Cassini* (1625-1712) και ο γιος του *J. Cassini* (1677-1756), λόγω σφαλμάτων στις μετρήσεις, προσδιόρισαν ένα εντελώς διαφορετικό μοντέλο γης από εκείνο που πρότεινε ο *Νεύτωνας*, δηλαδή εξογκωμένο στους πόλους και πεπλατυσμένο στον ισημερινό (αρνητική επιπλάτυνση $-1/95$). Η διαμάχη ανάμεσα στους οπαδούς των δύο αντίθετων επιστημονικών απόψεων λύθηκε με τη διοργάνωση και χρηματοδότηση δύο επιστημονικών αποστολών από τη Γαλλική Ακαδημία Επιστημών, οπότε μετρήθηκαν δύο διαφορετικά τόξα κατά μεσημβρινό μεγέθους μιας μούρας (ένα στη Λαπωνία και ένα στο Περού). Τα αποτελέσματα δικαίωσαν το Νευτώνειο ελλειψοειδές μοντέλο γης.

Οι μελέτες στον τομέα του πεδίου βαρύτητας της γης με βάση το ελλειψοειδές μοντέλο, ιδιαίτερα στη θεμελίωση του μαθηματικού υποβάθρου, συνεχίζονται το 18ο αιώνα από σημαντικούς επιστήμονες, όπως οι *L. Euler* (1707-1783), *C. MacLaurin* (1698-1746), *P. Bouguer* (1698-1758) και εισάγονται νέες ιδέες και έννοιες, όπως αυτή των *χωροσταθμικών επιφανειών* (επιφάνειες αναφοράς υψομέτρων) και της θεώρησης της γης ως συστήματος *ομογενών στρωμάτων* (στρώματα σταθερής πυκνότητας). Ο Γάλλος *A. C. Clairaut* (1713-1765) διατυπώνει στο σύγγραμμά του "*Théorie de la Figure de la Terre*" (1743) το ομώνυμο θεώρημα, σύμφωνα με το οποίο η επιπλάτυνση του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής, ή ενός σφαιροειδούς γενικότερα, μπορεί να υπολογιστεί από δύο τιμές βαρύτητας σε δύο διαφορετικά γεωγραφικά πλάτη, χωρίς να είναι απαραίτητη κάποια προηγούμενη γνώση για την κατανομή των πυκνοτήτων των μαζών που περικλείονται από το ελλειψοειδές ή το σφαιροειδές. Ο *Clairaut* διατυπώνει επίσης για πρώτη φορά την άποψη του προσδιορισμού γεωμετρικών παραμέτρων του σχήματος της γης από μετρήσεις βαρύτητας (*βαρυτημετρική μέθοδος*) και εισάγει με τον τρόπο αυτόν ένα νέο κλάδο της γεωδαισίας, τη *φυσική γεωδαισία*, που ως επιστημονικό αντικείμενο αλλά και ως τίτλος υιοθετούνται αρκετά αργότερα από τη διεθνή γεωδαιτική κοινότητα. Οι εργασίες που ακολουθούν, κυρίως από τους Γάλλους μαθηματικούς *J. L. Lagrange* (1736-1813), *P. S. Laplace* (1749-1827), *A. M. Legendre* (1752-1833), *S. D. Poisson* (1741-1840), βελτιώνουν και συμπληρώνουν τη θεωρία του δυναμικού και τα μαθηματικά εργαλεία για τη διαχείριση των μετρήσεων βαρύτητας στα αριθμητικά μοντέλα προσδιορισμού του πεδίου βαρύτητας.

Η διαθεσιμότητα τιμών βαρύτητας, έστω και σε μικρό αριθμό σημείων, και το θεωρητικό υπόβαθρο που συνδέει τα γεωμετρικά μεγέθη του σχήματος της γης με τη βαρύτητα (θεώρημα *Clairaut*) επιτρέπουν νέους υπολογισμούς της επιπλάτυνσης και της βαρύτητας στο ελλειψοειδές. Ο *Laplace* (1799) προσδιορίζει την επιπλάτυνση του ελλειψοειδούς ίση με $1/330$ από 15 τιμές βαρύτητας και ταυτόχρονα με άλλους επιστήμονες, όπως ο Γερμανός μαθηματικός *C. F. Gauss* (1777-1855), ο Άγγλος μαθηματικός *G. Green* (1793-1841) αλλά και ο Γερμανός αστρονόμος *F. W. Bessel* (1784-1846) κατανοούν ότι ακόμη και το ελλειψοειδές μοντέλο γης δεν είναι επαρκές από άποψη ακρίβειας για τις διάφορες εφαρμογές του πεδίου βαρύτητας της γης και της γεωδαισίας, της αστρονομίας, της φυσικής και των μαθηματικών. Διαπιστώνεται επίσης ότι κατά τον υπολογισμό γεωμετρικών παραμέτρων του ελλειψοειδούς από μετρήσεις τόξων οι διαφορές που καταγράφον-

ται είναι αρκετά μεγαλύτερες από τα σφάλματα των παρατηρήσεων. Η απόκλιση της διεύθυνσης της κατακορύφου από τη διεύθυνση της καθέτου στο ελλειψοειδές δεν μπορεί να αγνοείται από τους υπολογισμούς. Έτσι, εισάγεται ο όρος της *συνόρθωσης* των παρατηρήσεων, ενώ ο Legendre το 1806 στο κορυφαίο σύγγραμμά του “*Sur la méthode des moindres carrées*” περιγράφει τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για την ανάλυση των μετρήσεων, μία μεθοδολογία που πρώτος είχε επινοήσει ο Gauss.

Ο Gauss, πολυσχιδής προσωπικότητα, με συνεισφορά όχι μόνο στα μαθηματικά, αλλά και στην αστρονομία και τη γεωδαισία ιδιαίτερα, προσπαθεί να προσδιορίσει μία νέα επιφάνεια για το σχήμα της γης μέσα από έρευνες με τις γνωστές ολοκληρωματικές σχέσεις που φέρουν το όνομά του. Έτσι, το 1828 προτείνει για την αριότερη μελέτη του σχήματος και του εξωτερικού πεδίου βαρύτητας της γης μια νέα μαθηματική ισοδυναμική επιφάνεια, που προσεγγίζει βέλτιστα το σχήμα της γης και συμπίπτει με την επιφάνεια της θάλασσας. Αρκετά χρόνια αργότερα, το 1873, ο J. B. Listing (1808-1882) ονομάζει την επιφάνεια αυτή *γεωειδές*. Ο Gauss διέκρινε με απόλυτα σαφή τρόπο τις τρεις θεμελιώδεις επιφάνειες που κυριαρχούν στον προσδιορισμό του πεδίου βαρύτητας της γης: τη φυσική επιφάνεια της γης, τη μαθηματική επιφάνεια του γεωειδούς και την επιφάνεια αναφοράς του ελλειψοειδούς. Ο καθορισμός των επιφανειών αυτών αποτελεί το θεμέλιο της θεωρίας για το σχήμα και το πεδίο βαρύτητας της γης μέχρι τις ημέρες μας.

Ιδιαίτερα σημαντικές είναι οι μελέτες για τη γεωδαισία γενικότερα και το πεδίο βαρύτητας ειδικότερα, το 19ο πλέον αιώνα, του Άγγλου μαθηματικού και φυσικού G. G. Stokes (1819-1903), ο οποίος αποδεικνύει ότι το αντίστροφο πρόβλημα της θεωρίας του δυναμικού για τον προσδιορισμό της κατανομής των μαζών στο εσωτερικό της γης από μετρήσεις του εξωτερικού πεδίου βαρύτητας δεν έχει μία και μόνον λύση (βλ. ενότητα 1.4.1). Το πρόβλημα του Stokes δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον μόνον για τις γεωδαιτικές εφαρμογές, αλλά και για εφαρμογές άλλων γεωεπιστημών και ιδιαίτερα της γεωφυσικής, καθώς δίνει λύση στο πρόβλημα προσδιορισμού του γεωειδούς από μετρήσεις βαρύτητας. Εντούτοις, λόγω των περιορισμών που επιβάλλουν οι μαθηματικές συνθήκες του προβλήματος, η πλήρης εφαρμογή του έγινε σχεδόν έναν αιώνα μετά τη δημοσίευσή του το 1849, όταν πλέον υπήρχαν διαθέσιμες αρκετές τιμές βαρύτητας που να καλύπτουν ομοιόμορφα την επιφάνεια της γης.

Η χρησιμότητα των μετρήσεων βαρύτητας στη γεωφυσική δεν οφείλεται μόνον στη διατύπωση του προβλήματος του Stokes και των εφαρμογών του. Ήδη από τα μέσα του 18ου αιώνα μέχρι και τα μέσα του 19ου αιώνα επιχειρείται η σύνδεση της μελέτης του γήινου πεδίου βαρύτητας και των μετρήσεων μέσω εκκρεμών, με την κατανομή των μαζών στο εσωτερικό της γης και την πυκνότητά τους ή ακόμη και με τη σταθερά της παγκόσμιας έλξης, τόσο σε θεωρητικές εργασίες όσο και σε πειραματικές μελέτες. Οι επιστημονικές έρευνες οι σχετικές με τις μεταβολές της βαρύτητας και τις αποκλίσεις της διεύθυνσης της κατακορύφου από τη διεύθυνση της καθέτου στο ελλειψοειδές, που ονομάζονται πλέον *αποκλίσεις της κατακορύφου*, επικεντρώνονται στο συσχετισμό αυτών των μεταβολών με την κατανομή των μαζών στο εσωτερικό της γης. Έτσι, διατυπώνεται η θεωρία της *ισοστασίας*, ένα γενικό γεωφυσικό μοντέλο για τις γήινες μάζες. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή οι μάζες της ορατής τοπογραφίας και οι μάζες των ωκεανών, λόγω των διαφορετικών

πυκνοτήτων και του διαφορετικού πάχους της λιθόσφαιρας, αντισταθμίζονται σε ένα συγκεκριμένο βάθος στο εσωτερικό της γης, όπου και υπάρχει υδροστατική ισορροπία. Προτείνονται διάφορα ισοστατικά μοντέλα, αλλά τα επικρατέστερα και αυτά που εφαρμόζονται μέχρι σήμερα στις γεωδαιτικές και γεωφυσικές εργασίες είναι αυτά που προτάθηκαν από τους *G. B. Airy* (1801-1892) και *J. H. Pratt* (1809-1871). Η ισοστασία πάντως ως όρος εισάγεται στη βιβλιογραφία της γεωδαισίας και της γεωφυσικής το 1889 από τον Αμερικανό γεωλόγο *C. E. Dutton* (1841-1912). Εκτενείς εφαρμογές στη γεωδαισία με το ισοστατικό μοντέλο του *Airy* έγιναν από τον *W. Heiskanen* (1895-1991) και για το λόγο αυτό συναντάται στη βιβλιογραφία και ως μοντέλο *Airy-Heiskanen*. Ανάλογες γεωδαιτικές εφαρμογές με το μοντέλο του *Pratt* έγιναν από τον *J. F. Hayford* (1868-1925) και για το λόγο αυτό συναντάται και ως ισοστατικό μοντέλο *Pratt-Hayford*. Σημαντικές έρευνες, μεταξύ των άλλων, για την ισοστασία και την αξιοποίηση τιμών βαρύτητας σε γεωφυσικές εφαρμογές έγιναν και από τον Ολλανδό γεωδαίτη *F. A. Vening-Meinesz* (1887-1966).

Το ενδιαφέρον για το πεδίο βαρύτητας εντείνεται στο δεύτερο μισό του 19ου αιώνα, μετά τη σημαντική συνεισφορά του *Stokes*, και αυτό οφείλεται σε σημαντικές εργασίες τόσο σε επίπεδο μετρήσεων όσο και στο θεωρητικό τομέα. Ο Γερμανός γεωδαίτης *Helmert* (1843-1917) εισάγει τα δίκτυα βαρύτητας και διαπιστώνει ότι είναι απαραίτητο να εφαρμόζονται διάφορες αναγωγές στις μετρήσεις βαρύτητας, ώστε να αναφέρονται τελικά στη στάθμη της θάλασσας (γεωειδές). Είναι η περίοδος που τα κλασικά γεωδαιτικά οριζόντια δίκτυα των δύο διαστάσεων (κατά κανόνα τριγωνομετρικά δίκτυα σε διάφορες κλίμακες) επεκτείνονται και στην τρίτη διάσταση, στο ύψος. Ιδρύονται οριζοντιογραφικά και υψομετρικά δίκτυα ελέγχου, σε τοπική ή ευρύτερη εθνική κλίμακα, τα οποία επιλύονται μέσω κοινών συνορτώσεων. Ιδρύονται επίσης δίκτυα βαρύτητας και αντίστοιχα δίκτυα ελέγχου. Ανοίγει πλέον ο δρόμος για τη γεωδαισία των τριών διαστάσεων και των εφαρμογών της, που είναι ο προπομπός της γεωδαισίας των δορυφόρων.

Ο *E. H. Bruns* (1848-1919) είχε ήδη προτείνει από το 1878 την κοινή διαχείριση οριζόντιων και κατακόρυφων μετρήσεων και δικτύων μέσω κοινών μαθηματικών μοντέλων συνδέοντας ταυτόχρονα την προσέγγιση της επιφάνειας της γης (του γεωειδούς) από επιμέρους σημειακούς προσδιορισμούς με πολύεδρα. Διατυπώνει επίσης το θεώρημα προσδιορισμού υψομέτρων του γεωειδούς ή ανωμαλιών ύψους, ως υψομέτρων - αποκλίσεων από την επιφάνεια του ελλειψοειδούς αναφοράς. Ταυτόχρονα, διατυπώνει το θεμελιώδες γεωδαιτικό πρόβλημα του προσδιορισμού χωροσταθμικών επιφανειών στο χώρο έξω από την επιφάνεια του γεωειδούς. Συστηματικοί προσδιορισμοί όμως του γεωειδούς από βαρύτητα, είτε μέσω του θεωρήματος του *Bruns*, είτε με τη βοήθεια ολοκληρωματικών σχέσεων (π.χ. ολοκλήρωμα *Stokes*) πραγματοποιούνται στα μέσα του 20ου αιώνα, όπως ήδη αναφέρθηκε, όταν είναι διαθέσιμες πλέον αρκετές μετρήσεις βαρύτητας με ομογενή κατανομή για μεγάλα τμήματα της γήινης επιφάνειας. Εκτός από τη βαρύτητα, για τον προσδιορισμό του γεωειδούς αξιοποιούνται επίσης αποκλίσεις της κατακόρυφου, που προσδιορίζονται με μεθόδους της γεωδαιτικής αστρονομίας.

Οι προσεγγίσεις όμως της φυσικής επιφάνειας της γης δεν σχετίζονται μόνο με τα δεδομένα, αλλά και με την ανάπτυξη των διαφόρων θεωριών για το πεδίο βαρύτητας και των αλγορίθμων και μεθόδων που υλοποιούν αυτές τις θεωρίες. Έτσι,

σε αντιδιαστολή με τις κλασικές μεθόδους προσέγγισης της γήινης επιφάνειας, ο *M. S. Molodenski* (1909-1991) διατυπώνει το 1958 την άποψη, ότι η φυσική επιφάνεια και το εξωτερικό πεδίο βαρύτητας της γης προσδιορίζονται από επιφανειακές μετρήσεις, χωρίς να είναι αναγκαίο το γεωειδές. Η νέα αυτή θεωρία είναι γνωστή ως πρόβλημα του *Molodenski*. Σύμφωνα με αυτήν, αντί για υψόμετρα γεωειδούς υπολογίζονται ανωμαλίες ύψους και αντί για το γεωειδές προσδιορίζεται το σχεδόν γεωειδές με την εισαγωγή μιας ακόμη επιφάνειας, της επιφάνειας του *τελουροειδούς* (βλ. κεφάλαια 3 και 8). Ως προς τις μεθόδους προσδιορισμού των βέλτιστων προσεγγίσεων της φυσικής επιφάνειας της γης, εκτός από τις ολοκληρωματικές μεθόδους, μετά τη δεκαετία του '60 αναπτύχθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν ευρέως οι *στοχαστικές τεχνικές*, μεταξύ των οποίων ιδιαίτερη θέση κατέχει ο αλγόριθμος της *σημειακής προσαρμογής*, ο οποίος θεμελιώθηκε θεωρητικά το 1969 από τον Δανό γεωδαίτη *T. Krarup* (1919-2005). Σύμφωνα με τον αλγόριθμο της σημειακής προσαρμογής, κατά τον προσδιορισμό υψομέτρων του γεωειδούς λαμβάνονται υπόψη και τα στατιστικά χαρακτηριστικά των διαθέσιμων τιμών βαρύτητας. Από τις αρχές της δεκαετίας του '80 για την επίλυση των ολοκληρωματικών σχέσεων κατά τον προσδιορισμό του γεωειδούς και άλλων παραμέτρων του πεδίου βαρύτητας χρησιμοποιούνται ευρέως οι φασματικές τεχνικές και ιδιαίτερα οι ταχείς μετασχηματισμοί *Fourier* (Fast Fourier Transforms - FFT). Αναλυτική παρουσίαση των θεωριών και μεθόδων που προαναφέρθηκαν γίνεται στο κεφάλαιο 8.

1.2.2 Τα όργανα και οι μετρήσεις βαρύτητας

Από το 17ο ήδη αιώνα, πριν από την εισαγωγή των μετρήσεων βαρύτητας στη μελέτη του πεδίου βαρύτητας, το εκκρεμές είναι το όργανο μέτρησης της βαρύτητας, της επιτάχυνσης της βαρύτητας όπως αναφέρεται στη βιβλιογραφία της εποχής, βασισμένο στους νόμους της ελεύθερης πτώσης και του μαθηματικού εκκρεμούς, που υλοποιούνται μέσω του φυσικού εκκρεμούς. Είναι η χρονική περίοδος που χαρακτηρίζεται από τον απόηχο των ιδεών του *Γαλιλαίου* για την ελεύθερη πτώση των σωμάτων και κυριαρχείται πλέον από τις θεωρίες του *Νεύτωνα* και του *Huygens* για την παγκόσμια έλξη, την περιστροφή της γης και τη φυγόκεντρη δύναμη. Το εκκρεμές σε διάφορες μορφές έμελλε να είναι το όργανο μέτρησης τιμών βαρύτητας μέχρι τις αρχές του 20ού αιώνα, οπότε και αντικαταστάθηκε από άλλα ακριβέστερα και ταχύτερα, ως προς τη διαδικασία μέτρησης, όργανα.

Το 18ο αιώνα γίνονται πιο συστηματικές μετρήσεις και συγκριτικά πειράματα με τη βοήθεια εκκρεμών και η ακρίβεια στις μετρήσεις βαρύτητας g είναι της τάξης των αρκετών δεκάδων $\pm 10^{-5}g$.¹ Οι μετρήσεις *απολύτων* τιμών βαρύτητας με εκκρεμές είναι έμμεσες μετρήσεις, βασίζονται δηλαδή σε πειράματα, στα οποία τα μετρούμενα μεγέθη είναι μήκος και χρόνος ή μήκος και περίοδος ταλάντωσης. Η μέτρηση της τιμής του g με εκκρεμές ανάγεται στη μέτρηση του μήκους l και της περιόδου T που εκτελεί ελεύθερη ταλάντωση απειροστού πλάτους (πρακτικά μικρότερο από 30'). Ισχύει η εξίσωση

¹ Οι μονάδες μέτρησης της βαρύτητας σχολιάζονται στο κεφάλαιο 2. Για την ευχερή μελέτη της παρούσας ενότητας ενδεικτικά αναφέρεται ότι:
 $1\text{ms}^{-2} = 10^{-6}\text{ms}^{-2}$, $1\text{mGal} = 10^{-5}\text{ms}^{-2}$, $1\mu\text{Gal} = 10^{-8}\text{ms}^{-2}$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.3)$$

και για τη βαρύτητα είναι

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} . \quad (1.4)$$

Σημαντικά είναι επίσης κατά το 18ο αιώνα τα ευρήματα μέσω πειραμάτων της σχέσης που υπάρχει ανάμεσα στη βαρύτητα με το ύψος και τη θέση (γεωγραφικό πλάτος).

Στις αρχές του 19ου αιώνα περιγράφεται η αρχή του αντιστρεπτού εκκρεμούς και η ακρίβεια στις μετρήσεις βαρύτητας είναι της τάξης των $\pm 35 \times 10^{-5} \text{ms}^{-2}$, αναπτύσσονται φορητά εκκρεμή κατάλληλα για εργασίες πεδίου και γίνεται πραγματικότητα η μέτρηση *σχετικών τιμών (διαφορών) βαρύτητας*. Στις σχετικές μετρήσεις προσδιορίζονται οι περίοδοι ταλάντωσης του ίδιου εκκρεμούς σε δύο διαφορετικά σημεία, με την προϋπόθεση ότι το μήκος του εκκρεμούς παραμένει αμετάβλητο. Η ιδέα εντούτοις των απολύτων τιμών βαρύτητας δεν εγκαταλείπεται και προκύπτουν διάφορες βελτιώσεις του αντιστρεπτού εκκρεμούς. Μία από αυτές τις συσκευές προτείνεται το 1828 από τον *Bessel* και μετά από σχετικά πειράματα και συγκριτικές μετρήσεις επιτυγχάνονται ακρίβειες της τάξης των $\pm 15 \times 10^{-5} \text{ms}^{-2}$. Είναι προφανές βέβαια ότι οι εξελίξεις στον τομέα κατασκευής εκκρεμών σχετίζονται με τις αντίστοιχες επιστημονικές προόδους στη φυσική, που αφορούν τη μέτρηση του χρόνου.

Οι μετρήσεις διαφορών βαρύτητας με εκκρεμή (σχετικές μετρήσεις βαρύτητας) γίνονται ακριβέστερες στα τέλη του 19ου αιώνα, αν και επινοήθηκαν στις αρχές του, όπως ήδη αναφέραμε. Η ακρίβεια των σχετικών μετρήσεων είναι της τάξης των $\pm 5 \times 10^{-5} \text{ms}^{-2}$ και σ' αυτό συμβάλλουν οι πιο προηγμένες κατασκευές εκκρεμών, που μετρούν τις διαφορές βαρύτητας ως διαφορές του χρόνου ταλάντωσης του εκκρεμούς σε διαφορετικούς σταθμούς, όταν το μήκος του εκκρεμούς παραμένει σταθερό. Η μετάβαση βέβαια στις σχετικές μετρήσεις βαρύτητας απαιτεί την ύπαρξη μετρήσεων απόλυτης τιμής βαρύτητας με υψηλή ακρίβεια σε συγκεκριμένο σταθμό ή σταθμούς. Έτσι, εισάγεται η έννοια των *δικτύων βαρύτητας*. Ο *F. R. Helmert* (1843-1917) χρησιμοποίησε ένα σταθμό απόλυτης τιμής βαρύτητας στο ινστιτούτο της Αυστριακής γεωγραφικής υπηρεσίας στρατού, όπου έγιναν απόλυτες μετρήσεις βαρύτητας με αντιστρεπτό εκκρεμές. Οι μετρήσεις στο σταθμό αυτό υπήρξαν η βάση για τη δημιουργία το 1909 του *συστήματος βαρύτητας Potsdam* (Potsdam Gravity System), που χρησιμοποιήθηκε ευρέως από τη γεωδαιτική κοινότητα τις πρώτες δεκαετίες του 20ού αιώνα. Ο *Helmert* διαπιστώνει ότι είναι απαραίτητο να εφαρμόζονται διάφορες *αναγωγές* στις μετρήσεις βαρύτητας, ώστε να αναφέρονται τελικά στη στάθμη της θάλασσας (γεωειδές) και προτείνει μια εξίσωση για την κανονική βαρύτητα το 1901, που υιοθετείται στη συνέχεια από το σύστημα βαρύτητας του *Potsdam*.

Στα τέλη του 19ου αιώνα, ταυτόχρονα με τα εκκρεμή χρησιμοποιείται και ο *ζυγός στρέψης* (torsion balance) για μετρήσεις *οριζόντιων βαθμίδων* της βαρύτητας.

Πρόκειται για βελτίωση ενός προηγούμενου οργάνου, που πρότεινε ο Ούγγρος φυσικός *R. Eötvös* (1848-1919), το οποίο είναι κατάλληλο και για μετρήσεις πεδίου. Ο ζυγός στρέψης αξιοποιείται συστηματικά στις αρχές του 20ού αιώνα για γεωφυσικές διασκοπήσεις και κυρίως στην αναζήτηση πετρελαίου και άλλων πηγών ενέργειας, σε περιοχές όμως με ομαλό τοπογραφικό ανάγλυφο. Από τις οριζόντιες βαθμίδες της βαρύτητας που μετρώνται με το ζυγό στρέψης, μετά από κατάλληλη επεξεργασία, μπορεί να υπολογισθούν τιμές βαρύτητας. Εντούτοις, τόσο οι μετρήσεις με εκκρεμή όσο και αυτές με το ζυγό στρέψης είναι χρονοβόρες και παρά τη σημαντική εξέλιξη των οργάνων αυτών και την αύξηση της ακρίβειας των μετρήσεων (της τάξης των ± 0.2 έως $\pm 1 \times 10^{-5} \text{ms}^{-2}$ για τις σχετικές μετρήσεις), ο απαραίτητος χρόνος παρατήρησης ανά σταθμό κυμαινόταν από μία μέχρι έξι ώρες, ή και περισσότερο ακόμη. Αν και οι μετρήσεις βαρύτητας με εκκρεμή συνεχίστηκαν και μετά το Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο, σε ορισμένα ευρωπαϊκά γεωδαιτικά και γεωφυσικά ινστιτούτα και για λόγους παράδοσης, η επιστημονική κοινότητα ήδη από τις αρχές του 20ού αιώνα αναζητά πιο εύχρηστα και υψηλής ακρίβειας όργανα για τη μέτρηση της βαρύτητας. Ακόμη, οι απαιτήσεις για όσο το δυνατόν περισσότερες μετρήσεις βαρύτητας σε παγκόσμια κλίμακα και με ομοιόμορφη κατανομή για τον προσδιορισμό των γεωμετρικών παραμέτρων του πεδίου βαρύτητας κάνουν επιτακτικότερη την ανάγκη για την ανάπτυξη νέων οργάνων.

Η δεκαετία του '30 είναι η απαρχή των νέων οργάνων μέτρησης της βαρύτητας, των *βαρυτημέτρων* (gravimeters), τα οποία έχουν εξελιχθεί σημαντικά όσον αφορά την τεχνολογία και καλύπτουν σήμερα τις απαιτήσεις του συνόλου των εφαρμογών στις γεωεπιστήμες.

Οι μετρήσεις με βαρυτήμετρα διακρίνονται και αυτές σε απόλυτες και σχετικές, όπως οι μετρήσεις με τα εκκρεμή. Τα βαρυτήμετρα απόλυτης μέτρησης (absolute gravimeters) βασίζονται στο πείραμα/αρχή της ελεύθερης πτώσης και στο πείραμα της προς τα άνω ρίψης και πτώσης. Οι ακρίβειες των οργάνων αυτών, εφόσον παραμένουν στον ίδιο σταθμό (όργανα μόνιμης εγκατάστασης), είναι της τάξης του $\pm 1 \times 10 \text{ms}^{-8}$, ενώ υπάρχουν και φορητά όργανα με ακρίβεια μέτρησης της τάξης του $\pm 1 \times 10 \text{ms}^{-7} (\pm 10 \mu\text{Gal})$. Για την εξασφάλιση των ανωτέρω ακριβειών απαιτείται η μέτρηση του μήκους (στο πείραμα της πτώσης είναι της τάξης του 1m) με ακρίβεια $\pm 1 \text{mm}$ και του χρόνου (αντίστοιχος χρόνος στο πείραμα πτώσης 0.5s) με ακρίβεια $\pm 2 \times 10^{-9} \text{s}$.

Οι χρονοβόρες και περιορισμένης ακρίβειας, για τις σημερινές απαιτήσεις των εφαρμογών, σχετικές μετρήσεις βαρύτητας με εκκρεμή και τα ανάλογα όργανα έχουν αντικατασταθεί με βαρυτήμετρα μέτρησης επίσης σχετικών τιμών βαρύτητας, που βασίζονται στην αρχή του ελατηρίου (spring gravimeters). Τη δεκαετία του '30 κατασκευάζονται τα πρώτα βαρυτήμετρα αυτής της μορφής σύμφωνα με ένα σεισμόμετρο που πρότεινε ο *L. J. B. LaCoste*. Η ακρίβεια των βαρυτημέτρων αυτή την περίοδο είναι της τάξης των ± 0.2 έως $\pm 0.5 \times 10^{-5} \text{ms}^{-2}$. Τα βαρυτήμετρα αυτά με την επωνυμία *LaCoste-Romberg* είναι τα πλέον διαδεδομένα μέχρι σήμερα όργανα μέτρησης σχετικών τιμών βαρύτητας, ενώ τα τελευταία χρόνια ίδιας τεχνολογίας όργανα κατασκευάζονται από την εταιρεία *Scintrex*. Τα σύγχρονα όργανα μέτρησης σχετικών τιμών βαρύτητας προσφέρουν ταχύτητα στις μετρήσεις (5-10 min/σταθμό), υψηλή ακρίβεια ($\pm 1 \times 10 \text{ms}^{-7} = \pm 10 \mu\text{Gal}$), ανάλογη αυτής των οργάνων απόλυτης τιμής και ιδιαίτερα μεγάλο εύρος κλίμακας μετρήσεων βαρύτητας

(έως 8000mGal).

Από το 1945 άρχισε και η κατασκευή οργάνων μέτρησης τιμών βαρύτητας στη θάλασσα (sea gravimeters), τόσο στην επιφάνεια όσο και στο βυθό (underwater gravimeters), μετά από κατάλληλες τροποποιήσεις των οργάνων που χρησιμοποιούνται στις ηπειρωτικές περιοχές. Είναι ευνόητο λοιπόν ότι η τεχνολογική εξέλιξη των οργάνων μέτρησης βαρύτητας είχε ως αποτέλεσμα τη διαθεσιμότητα μεγάλου πλήθους και υψηλής ακρίβειας απόλυτων και σχετικών τιμών βαρύτητας σε ηπειρωτικές αλλά και θαλάσσιες περιοχές. Το γεγονός αυτό συνετέλεσε στην εγκατάσταση νέων βαρυτημετρικών δικτύων και το 1971 ιδρύθηκε το *Διεθνές Πρότυπο Δίκτυο Βαρύτητας 1971* (International Gravity Standardization Net 1971 - IGSN71) βασισμένο τόσο σε απόλυτες όσο και σε σχετικές μετρήσεις βαρύτητας. Το δίκτυο αυτό εμπλουτίζεται συνεχώς με νέες απόλυτες και σχετικές μετρήσεις και αντικατέστησε το σύστημα βαρύτητας *Potsdam*.

Από τη δεκαετία του '50 και μετά τα βαρυτημέτρα χρησιμοποιήθηκαν ευρύτατα σε εφαρμογές της γεωλογίας και της γεωφυσικής και ιδιαίτερα σε γεωφυσικές διασκοπήσεις για την ανίχνευση ορυκτών πόρων και άλλων πηγών ενέργειας. Η δεκαετία του '70 οριοθετεί την εφαρμογή της *από αέρα βαρυτημετρίας* (airborne gravimetry) με μετρήσεις από αεροπλάνα και ελικόπτερα. Τα βαρυτημέτρα που χρησιμοποιούνται στις από αέρα μετρήσεις βαρύτητας είναι όμοια με αυτά που χρησιμοποιούνται στη θάλασσα μετά από ορισμένες τροποποιήσεις στα μηχανικά μέρη τους. Το πρόβλημα στις θαλάσσιες και από αέρα μετρήσεις της βαρύτητας είναι η οριζοντίωση του οργάνου και ο διαχωρισμός της επιτάχυνσης που προέρχεται από την κίνηση του μεταφορικού μέσου από την επιτάχυνση της βαρύτητας. Στις πρώτες εφαρμογές τα προβλήματα αυτά επιλύθηκαν σε σημαντικό βαθμό με τη χρησιμοποίηση *βάσεων σταθεροποίησης* (stabilizing platforms), οι οποίες διατηρούσαν σε οριζόντια θέση το όργανο ανεξάρτητα από την κίνηση του πλοίου ή του αεροπλάνου. Στις σύγχρονες εφαρμογές οι βάσεις σταθεροποίησης ελέγχονται με γυροσκοπικά ελεγχόμενες διατάξεις (gyro-stabilizing platforms) ταυτόχρονα με τη χρησιμοποίηση *αδρανειακών συστημάτων* (inertial systems). Οι από αέρα μετρήσεις βαρύτητας κυρίως, αλλά και οι θαλάσσιες, είχαν ως αποτέλεσμα να καλυφθούν απρόσιτες περιοχές, περιοχές κοντά στους πόλους που καλύπτονται από πάγους, παράκτιες ζώνες, όπου η διαθεσιμότητα τιμών βαρύτητας είναι απαραίτητη για τη μελέτη του πεδίου βαρύτητας, και κατά συνέπεια να προκύψουν βελτιωμένες βάσεις δεδομένων βαρύτητας. Η ακρίβεια των από αέρα μετρήσεων βαρύτητας δεν είναι ακόμη της ίδιας τάξης με την ακρίβεια των επίγειων μετρήσεων, αλλά τόσο οι τεχνολογικές εξελίξεις στον τομέα των οργάνων όσο και οι προηγμένες τεχνικές επεξεργασίας βελτιώνουν προοδευτικά την ακρίβεια των από αέρα δεδομένων.

Στα τέλη της δεκαετίας του '70 κατασκευάστηκαν και όργανα μέτρησης των βαθμίδων της βαρύτητας από αεροπλάνα (*βαθμιδόμετρα*), τα οποία βελτιώθηκαν και αξιοποιήθηκαν σε γεωδαιτικές εφαρμογές τη δεκαετία του '80, ενώ αντίστοιχα όργανα χρησιμοποιούνται σήμερα για τον προσδιορισμό των βαθμίδων της βαρύτητας από δορυφόρους, όπως θα δούμε στην επόμενη ενότητα. Τα βαθμιδόμετρα μπορεί να θεωρηθούν ως εξέλιξη του ζυγού στρέψης, που αναφέρθηκε προηγουμένως στην ίδια ενότητα.

Ο προοδευτικά αυξανόμενος αριθμός των διαθέσιμων μετρήσεων βαρύτητας συνέβαλε και στον προσδιορισμό μοντέλων γεωειδούς και άλλων παραμέτρων του

πεδίου βαρύτητας σε διάφορες κλίμακες. Οι πρώτοι υπολογισμοί γεωειδούς αναφέρονται στη δεκαετία του '50, αλλά συστηματικοί υπολογισμοί πρώτα σε εθνικό επίπεδο και αργότερα σε περιφερειακή κλίμακα πραγματοποιούνται από τη δεκαετία του '70 και μετά, όταν τα δεδομένα από τις διαφορετικές πηγές (επίγειες, από αέρα και δορυφορικές) προσφέρουν τη δυνατότητα προσδιορισμού υψομέτρων γεωειδούς με υψηλή ακρίβεια και διακριτική ικανότητα. Οι μετρήσεις βαρύτητας χρησιμοποιούνται ακόμη και για την ερμηνεία διαφόρων δυναμικών πεδίων στη γεωφυσική και γεωλογική έρευνα σε συνδυασμό με σεισμικά και άλλα γεωδεδομένα.

Είναι φανερό λοιπόν ότι η επιστημονική γνώση σχετικά με το πεδίο βαρύτητας αναπτύσσεται παράλληλα με την εξέλιξη των τεχνικών και των οργάνων μέτρησης της βαρύτητας και των βαθμίδων της βαρύτητας. Έτσι, δημιουργείται ένας επιστημονικός κλάδος που ονομάζεται *βαρυτημετρία*, έχει σχεδόν το ίδιο περιεχόμενο και τους ίδιους στόχους με την επιστήμη που πραγματεύεται το πεδίο βαρύτητας και διαφοροποιείται μόνον ως προς το ότι δίνει ιδιαίτερη έμφαση στη μεθοδολογία των μετρήσεων και την ανάπτυξη των συσκευών και οργάνων για την πραγματοποίηση των μετρήσεων βαρύτητας. Σύμφωνα λοιπόν με την έως σήμερα εξέλιξη της επιστημονικής γνώσης και της τεχνολογίας, το πεδίο βαρύτητας και η βαρυτημετρία απασχολούν στον προσδιορισμό του πεδίου βαρύτητας της γης ως συνάρτησης της θέσης και του χρόνου με μετρήσεις βαρύτητας και κατακόρυφων βαθμίδων της βαρύτητας, οι οποίες πραγματοποιούνται επάνω στην επιφάνεια της γης ή έξω από αυτήν.

Η επιστημονική εξέλιξη τόσο στον τομέα της θεωρίας όσο και στον τομέα των οργάνων οδήγησαν στην υλοποίηση αλλά και επέκταση των επιστημονικών αυτών στόχων, με αποτέλεσμα να γίνεται λόγος σήμερα για μετρήσεις της βαρύτητας από δορυφόρους και για τον προσδιορισμό του πεδίου βαρύτητας και σε άλλους πλανήτες, όπως σχολιάζεται στη συνέχεια.

1.2.3 Οι σύγχρονες εξελίξεις

Όπως σχολιάστηκε ήδη στην ενότητα 1.2.1, από τα μέσα του 19ου αιώνα, αφού προηγήθηκε η διατύπωση των θεμελιωδών αρχών για την παγκόσμια έλξη, το σχήμα και την περιστροφή της γης, οι εφαρμογές του πεδίου βαρύτητας είναι άμεσα συνδεδεμένες με τη συλλογή δεδομένων βαρύτητας, σχετικών και απόλυτων τιμών βαρύτητας. Από τα δεδομένα αυτά προκύπτουν λύσεις για το γεωειδές σε διάφορες κλίμακες, η ακρίβεια των οποίων βελτιώνεται προοδευτικά, καθώς εξελίσσονται τα όργανα μέτρησης, οι αλγόριθμοι προσδιορισμού και βέβαια τα υπολογιστικά συστήματα. Στο δεύτερο μισό του 20ού αιώνα, εκτός από τις λύσεις για το γεωειδές, προσδιορίζονται και μοντέλα γεωδυναμικού από το συνδυασμό επίγειων και δορυφορικών δεδομένων, τα οποία είναι πλέον διαθέσιμα, και με τον τρόπο αυτόν οι διάφορες παράμετροι του πεδίου βαρύτητας υπολογίζονται σε σφαιρική (παγκόσμια) κλίμακα με υψηλή ακρίβεια και διακριτική ικανότητα.

Η σημασία της διαθεσιμότητας μεγάλου αριθμού δεδομένων με υψηλή ακρίβεια και κατά το δυνατόν κανονική κατανομή, ώστε να καλύπτεται ολόκληρο ή το μεγαλύτερο τμήμα της γης και να είναι τόσο πρακτικά όσο και θεωρητικά εφικτός ο υπολογισμός του γεωδυναμικού, αποτελεί και σήμερα, στο κατώφλι του 21ου αιώνα, τον κεντρικό στόχο της επιστήμης που πραγματεύεται το πεδίο βαρύτητας

της γης. Ο αριθμός των δεδομένων βαρύτητας σε διάφορες μορφές είναι εξαιρετικά μεγάλος και αυξάνεται συνεχώς τόσο με επίγειες μετρήσεις, όσο και με μετρήσεις από αέρα και δορυφορικές, αρκετές από τις οποίες είναι διαθέσιμες ακόμη και σε πραγματικό ή σχεδόν πραγματικό χρόνο. Έτσι, ο όρος *διαθεσιμότητα* έχει αντικατασταθεί πλέον με τον όρο *διαχείριση* και αναπτύσσονται ειδικές τεχνικές με τη βοήθεια γεωπληροφοριακών συστημάτων και βάσεων δεδομένων για την αποθήκευση και αξιοποίηση του τεράστιου όγκου των διαθέσιμων μετρήσεων βαρύτητας. Για να γίνει αντιληπτή η ραγδαία εξέλιξη στον τομέα των μετρήσεων, αναφέρεται ενδεικτικά ότι στα μέσα της δεκαετίας του '60 οι διαθέσιμες (πρωτογενείς) τιμές βαρύτητας στα διάφορα διεθνή κέντρα συλλογής και τα πανεπιστημιακά ινστιτούτα δεν ήταν περισσότερες από 200000, στα τέλη της δεκαετίας του '90 έφθαναν τα πέντε εκατομμύρια περίπου και σήμερα είναι τουλάχιστον είκοσι φορές περισσότερες.

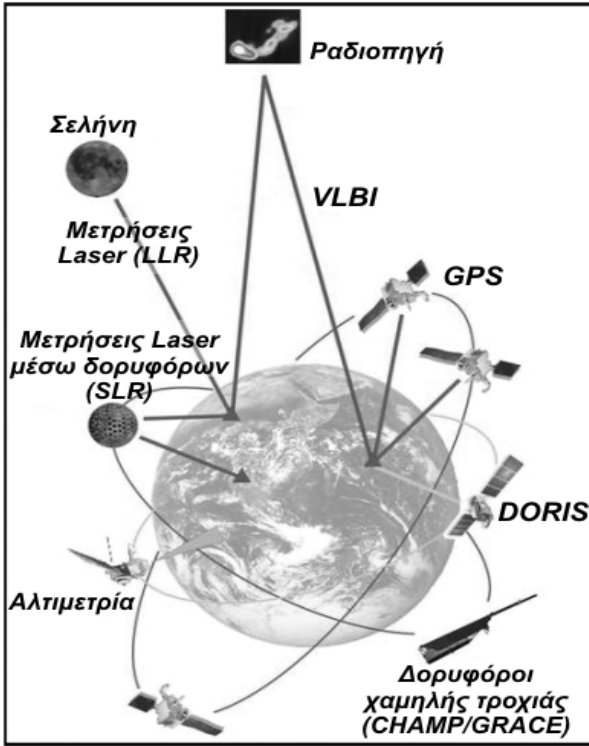
Ενώ λοιπόν η επιστήμη της γεωδαισίας, κυρίως στον ευρωπαϊκό χώρο, στα τέλη του 19ου αιώνα και στις αρχές του 20ού δίνει ιδιαίτερη έμφαση και προτεραιότητα στον προσδιορισμό του πεδίου βαρύτητας της γης, η επανάσταση έρχεται από έναν άλλο τομέα, τους τεχνητούς δορυφόρους, που έμελλε να δώσει μια νέα διάσταση και προοπτική στο σύνολο των επιστημών που ασχολούνται με τη γη. Είναι η 4η Οκτωβρίου του 1957, που εκτοξεύεται από την τότε Σοβιετική Ένωση ο πρώτος τεχνητός δορυφόρος της γης, ο *Sputnik I*, που σηματοδοτεί την έναρξη της διαστημικής εποχής. Οι εξελίξεις που ακολουθούν είναι ραγδαίες. Οι παρατηρήσεις προς τεχνητούς δορυφόρους και ο υψηλής ακρίβειας προσδιορισμός των τροχιών τους συμβάλλουν στη δημιουργία τρισδιάστατων τριπλευρικών - τριγωνομετρικών δικτύων και η γεωδαισία των τριών διαστάσεων στο διαστημικό (φυσικό) χώρο² είναι πλέον πραγματικότητα. Ταυτόχρονα, η μελέτη των τροχιών των τεχνητών δορυφόρων, που κινούνται μέσα στο ελκτικό πεδίο της γης, οδηγεί σε έναν νέο προσδιορισμό του πεδίου βαρύτητας της γης ανεξάρτητο από επίγειες μετρήσεις και τεχνικές. Οι πρώτοι αυτοί τεχνητοί δορυφόροι είναι οι προπομποί των σημερινών δορυφορικών αποστολών για το πεδίο βαρύτητας της γης, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Οι μέθοδοι παρατήρησης των δορυφόρων εξελίσσονται συνεχώς, ενώ παράλληλη είναι και η ανάπτυξη των δορυφορικών συστημάτων. Στόχος είναι ο ακριβής προσδιορισμός της δορυφορικής τροχιάς και ο υψηλής ακρίβειας προσδιορισμός των συντεταγμένων των επίγειων σταθμών παρατήρησης στις τρεις διαστάσεις με πολύ μεγάλη ακρίβεια. Στο σχήμα 1.1 παρουσιάζονται ορισμένες σύγχρονες δορυφορικές μέθοδοι παρατήρησης.

Ως προς τις μεθόδους παρατήρησης, αρχικά χρησιμοποιούνται οπτικές και μηχανικές μέθοδοι και κατασκευάζονται ειδικές φωτογραφικές μηχανές παρατήρησης. Σήμερα, στην κατηγορία των οπτικών οργάνων αξίζει να μνημονευθούν οι αστρογεωδαιτικές φορητές *ζενίθιες κάμερες* (*zenith cameras*)³ για τον προσδιορισμό των γεωγραφικών συντεταγμένων (αστρονομικό γεωγραφικό πλάτος και μήκος) των

² Η έννοια της τρίτης διάστασης με βάση τα ορθομετρικά υψόμετρα των σημείων έχει εισαχθεί στα τριγωνομετρικά δίκτυα και τα δίκτυα βαρύτητας από τα τέλη του 19ου αιώνα.

³ Αστρογεωδαιτικές ζενίθιες κάμερες υπάρχουν σε πολύ λίγα γεωδαιτικά ινστιτούτα σήμερα. Μεταξύ αυτών είναι το ινστιτούτο γεωδαισίας του πανεπιστημίου του Ανοβέρου και το εργαστήριο γεωδαισίας και γεωδυναμικής του τεχνικού πολυτεχνείου της Ζυρίχης.



Σχήμα 1.1: Το πεδίο βαρύτητας και οι σύγχρονες δορυφορικές τεχνικές μέτρησης

επίγειων σταθμών παρατήρησης. Σε σύγκριση με τα κλασικά αστρονομικά θεοδόλιχα οι ταχύτητες παρατήρησης είναι πολύ μεγαλύτερες και οι ακρίβειες σημαντικά υψηλότερες. Συγκεκριμένα, η διάρκεια παρατήρησης ανά σταθμό είναι της τάξης των δύο ωρών (οι κλασικές τεχνικές απαιτούσαν 4-5 νύχτες αστρονομικών παρατηρήσεων) και η ακρίβεια προσδιορισμού κυμαίνεται από $\pm 0.05''$ έως $\pm 0.1''$. Από τις αστρονομικές συντεταγμένες και τις αντίστοιχες γεωδαιτικές προσδιορίζονται συνιστώσες της απόκλισης της κατακορύφου, που στη συνέχεια μετατρέπονται σε υψόμετρα του γεωειδούς, κατάλληλα για την αξιολόγηση μοντέλων γεωειδούς που έχουν προκύψει από βαρύτητα και άλλες πηγές δεδομένων (βλ. επόμενη ενότητα και κεφάλαιο 8).

Τη δεκαετία του '70 γίνονται μετρήσεις αποστάσεων προς δορυφόρους με βάση τη μέτρηση αποστάσεων με ηλεκτρομαγνητικά κύματα, τα οποία έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί στην κατασκευή επίγειων γεωδαιτικών οργάνων. Ακολουθεί η τεχνολογία *Laser* (Light Amplification through Stimulated Emission of Radiation), γνωστή ήδη από τη δεκαετία του '50. Η τεχνική παρατήρησης με παλμούς *Laser* παρουσιάζει σημαντικές εφαρμογές τη δεκαετία του '80 και αργότερα με μετρήσεις αποστάσεων από επίγειους σταθμούς προς δορυφόρους εφοδιασμένους με

ειδικούς ανακλαστήρες (τεχνική Satellite Laser Ranging - SLR). Ανάλογες μέθοδοι παρατήρησης χρησιμοποιούνται χωρίς τη χρήση δορυφόρων. Γίνονται δηλαδή παρατηρήσεις (εκπομπές παλμών *Laser*) μέσω ειδικών τηλεσκοπίων από επίγειους σταθμούς προς περιοχές της σελήνης, όπου έχουν τοποθετηθεί ειδικοί ανακλαστήρες από προηγούμενες δορυφορικές αποστολές και μετρώνται με μεγάλη ακρίβεια αποστάσεις γης - σελήνης (τεχνική Lunar Laser Ranging - LLR). Στα δορυφορικά συστήματα εντοπισμού θέσης και προσδιορισμού υψηλής ακρίβειας δορυφορικών τροχιών περιλαμβάνεται και το σύστημα DORIS (Doppler Orbitography and Radio positioning Integrated on Satellite), που αναπτύχθηκε από τη Γαλλική διαστημική επιτροπή. Το σύστημα αυτό υποστηρίζεται από περίπου 50 επίγειους σταθμούς παρατήρησης, από τους οποίους εκπέμπονται ραδιοσήματα στην περιοχή των μικροκυμάτων. Αυτά λαμβάνονται από τους δορυφόρους, μετράται ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης επίγειου - σταθμού δορυφόρου μέσω παρατηρήσεων Doppler και τελικά υπολογίζεται η απόσταση σταθμού - δορυφόρου. Από τις μετρούμενες αποστάσεις υπολογίζονται με ακρίβεια και οι συντεταγμένες των σταθμών παρατήρησης και όπως ήδη προαναφέρθηκε και οι συντεταγμένες των δορυφόρων στα τροχιακά τους επίπεδα. Από την ανάλυση των δορυφορικών δεδομένων SLR, LLR, Doppler, μεμονωμένα ή σε συνδυασμό, υπολογίζονται μοντέλα γεωδυναμικού, που περιγράφουν με μεγάλη ακρίβεια τα μεγάλα μήκη κύματος του πεδίου βαρύτητας (βλ. και κεφάλαιο 7). Το σύστημα DORIS και άλλα αντίστοιχα δορυφορικά συστήματα, χρησιμοποιούνται για τον ακριβή προσδιορισμό των τροχιών άλλων δορυφόρων που μεταφέρουν κατάλληλους δέκτες, ενώ αξιοποιούνται και ως δορυφορικά συστήματα οριζόντιου εντοπισμού και πλοήγησης.

Μία άλλη τεχνική μέτρησης μεγάλων αποστάσεων είναι η *Συμβολομετρία Πολύ Μεγάλης Βάσης* (Very Long Baseline Interferometry - VLBI), κατά την οποία παρατηρούνται με ειδικές αντένες (ραδιοτηλεσκόπια) ραδιοκύματα που προέρχονται από *εξωγαλαξιακές ραδιοπηγές* (quasi-stellar radio sources - quasars). Από δύο ραδιοσταθμούς γίνεται ταυτόχρονη παρατήρηση της ίδιας ραδιοπηγής και ως αποτέλεσμα προκύπτει η βάση (απόσταση) ανάμεσα στους επίγειους σταθμούς (βλ. σχήμα 1.1).

Ενώ η εξέλιξη των δορυφορικών συστημάτων φαίνεται κατ' αρχήν να παρουσιάζει γεωμετρικό μόνον ενδιαφέρον στις γεωδαιτικές εφαρμογές, εντούτοις ο τρισδιάστατος προσδιορισμός θέσης με πολύ μεγάλη ακρίβεια είναι ιδιαίτερα σημαντικός και στο πεδίο βαρύτητας. Οι εξελίξεις στα συστήματα εντοπισμού θέσης έχουν ως αποτέλεσμα να σχεδιαστεί τη δεκαετία του '80 στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής το *Παγκόσμιο Δορυφορικό Σύστημα Προσδιορισμού Θέσης* (Global Positioning System - GPS), το οποίο σήμερα είναι σε πλήρη λειτουργία και έχει επιφέρει επαναστατικές αλλαγές, τόσο στην ακρίβεια προσδιορισμού της θέσης (συντεταγμένων) σημείων επάνω στη γη όσο και έξω από αυτήν (προσδιορισμός τροχιών άλλων δορυφορικών συστημάτων που περιστρέφονται σε χαμηλότερες τροχιές από αυτές των δορυφόρων του GPS, βλ. και σχήμα 1.1). Η σχετική ακρίβεια του οριζόντιου προσδιορισμού, από τις μερικές δεκάδες μέτρα με το πρώτο δορυφορικό σύστημα εντοπισμού θέσης TRANSIT τη δεκαετία του '70, έχει φθάσει σήμερα με το GPS να είναι της τάξης του $\pm 1\text{cm}$, ή και καλύτερη σε ορισμένες περιπτώσεις, σε στατικές και κινηματικές εφαρμογές μετά από επεξεργασία των πρωτογενών δεδομένων. Αντίστοιχο με το GPS δορυφορικό σύστημα εντοπισμού θέσης είναι

το GLONASS (GLObal NAVigation Satellite System), που σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε στην πρώην Σοβιετική Ένωση και βρίσκεται σήμερα σε πλήρη λειτουργία προσφέροντας ανάλογες εφαρμογές και ακρίβειες με το GPS.

Η συμβολή όμως των δορυφορικών συστημάτων εντοπισμού θέσης στη μελέτη του πεδίου βαρύτητας αφορά κυρίως τον προσδιορισμό υψόμετρων από το ελλειψοειδές (γεωμετρικά υψόμετρα). Στα ίδια σημεία, όταν είναι γνωστά και υψόμετρα από γεωμετρική χωροστάθμηση (ορθομετρικά υψόμετρα), προσδιορίζονται άμεσα υψόμετρα από το γεωειδές με ακρίβεια ανάλογη προς αυτήν των οριζόντιων συντεταγμένων, που προαναφέρθηκε. Αυτό σημαίνει ότι, για τον υπολογισμό του γεωειδούς σε ηπειρωτικές εκτάσεις δεν είναι αναγκαία η βαρύτητα, αλλά μόνον η υψομετρική πληροφορία. Βέβαια, ακόμη και σήμερα ο προσδιορισμός του γεωειδούς μόνον από ελλειψοειδή και ορθομετρικά υψόμετρα σε εφαρμογές μεγάλης έκτασης δεν είναι εφικτός, καθώς η γεωμετρική χωροστάθμηση είναι χρονοβόρα διαδικασία και αναποτελεσματική σε περιοχές με ανώμαλο τοπογραφικό ανάγλυφο ή άλλες ιδιαιτερότητες. Παρ' όλα αυτά, η αξιολόγηση των λύσεων για το γεωειδές μέσω υψομετρίας είναι ιδιαίτερα σημαντική για το πεδίο βαρύτητας, ενώ και η πρόγνωση διαφορετικού τύπου υψομέτρων (ορθομετρικών, ελλειψοειδών, υψομέτρων γεωειδούς), όταν υπάρχουν επαρκή δεδομένα, προσφέρει σημαντικές λύσεις σε προβλήματα υψομετρίας, όπως περιγράφεται και στο κεφάλαιο 9.

Η ακριβής προσέγγιση του πεδίου βαρύτητας στις θαλάσσιες και ωκεάνιες περιοχές του πλανήτη πραγματοποιείται με μια άλλη δορυφορική τεχνική, τη *δορυφορική αλτιμετρία* (satellite altimetry). Ο στόχος της δορυφορικής αλτιμετρίας είναι η χαρτογράφηση της υδρόσφαιρας και συγκεκριμένα η παρατήρηση και καταγραφή των παραμέτρων - ιδιοτήτων του θαλάσσιου περιβάλλοντος και η μελέτη του πεδίου βαρύτητας. Με την κατάλληλη επεξεργασία των δορυφορικών δεδομένων παρατηρούνται οι μετακινήσεις των πάγων, οι μεταβολές της στάθμης της θάλασσας, η ταχύτητα των ανέμων και το ύψος των κυμάτων, η θερμοκρασία των επιφανειακών θαλάσσιων μαζών, οι κινήσεις των ρευμάτων και το εύρος των θαλάσσιων παλιρροιών. Είναι προφανές ότι η δορυφορική αλτιμετρία παρουσιάζει μεγάλο εύρος εφαρμογών στην *ωκεανογραφία*, τη *γεωδυναμική*, τη *μετεωρολογία* και τις *επιστήμες περιβάλλοντος*.

Οι αλτιμετρικοί δορυφόροι είναι εφοδιασμένοι με ένα ραντάρ-αλτίμετρο που εκπέμπει ένα ηλεκτρομαγνητικό σήμα. Αυτό ανακλάται από την επιφάνεια της θάλασσας, επανέρχεται στο δορυφόρο και μέσω του χρόνου (μετάβασης - επιστροφής) υπολογίζεται η απόσταση δορυφόρου - στιγμιαίας στάθμης της θάλασσας. Από τις μετρήσεις αυτών των αποστάσεων, μετά από κατάλληλη επεξεργασία (βλ. κεφάλαιο 10), προσδιορίζονται υψόμετρα του γεωειδούς και με τον τρόπο αυτόν έχουμε μια *χαρτογράφηση* του πεδίου βαρύτητας για το σύνολο των ωκεάνιων εκτάσεων. Η ακρίβεια προσέγγισης του θαλάσσιου γεωειδούς με τους πρώτους αλτιμετρικούς δορυφόρους τη δεκαετία του '70 ήταν της τάξης του $\pm 1\text{m}$ έως $\pm 2\text{m}$, ενώ σήμερα, με τις νέες αλτιμετρικές αποστολές, κυμαίνεται από $\pm 1\text{cm}$ έως $\pm 10\text{cm}$. Αυτό συμβαίνει, επειδή οι τροχιές των σύγχρονων αλτιμετρικών δορυφόρων προσδιορίζονται με ακρίβειες που κυμαίνονται από ($\pm 1\text{cm}$ έως $\pm 5\text{cm}$), καθώς μεταφέρουν δέχτες άλλων δορυφορικών αποστολών (GPS, DORIS, κ.λπ.), που οι τροχιές τους είναι σε μεγαλύτερα ύψη και τα υψηλής ακρίβεια δεδομένα τους αξιοποιούνται από τους αλτιμετρικούς δορυφόρους. Οι δορυφόροι Skylab αποτέλεσαν τις πρώτες πειρα-

ματικές αλτιμετρικές αποστολές, ενώ η πρώτη συστηματική αλτιμετρική αποστολή τη δεκαετία του '70 είναι ο δορυφόρος GEOS-3 (Geodynamics Experimental Ocean Satellite). Ακολούθησε μια σειρά άλλων αποστολών (βλ. κεφάλαιο 10), για να φτάσουμε στους σύγχρονους υψηλής ακρίβειας αλτιμετρικούς δορυφόρους TOPEX/POSEIDON (TOPographic EXperiment - POSEIDON), JASON-1 και ENVISAT (ENVironmental SATellite). Από τα υψόμετρα του θαλάσσιου γεωειδούς υπολογίζονται και άλλες παράμετροι του πεδίου βαρύτητας. Συγκεκριμένα, προσδιορίζονται αποκλίσεις της κατακόρυφου κατά μήκος των δορυφορικών ιχνών και ανωμαλίες της βαρύτητας με κατάλληλες μεθόδους αντιστροφής. Περισσότερες λεπτομέρειες για τη δορυφορική αλτιμετρία και τους δορυφόρους της δίνονται στο κεφάλαιο 10.

Η μελέτη του πεδίου βαρύτητας της γης στο κατώφλι του 21ου αιώνα παρουσιάζει μια διαφορετική διάσταση και προοπτική. Αυτό οφείλεται στις τρεις νέες δορυφορικές αποστολές, που μεταξύ των άλλων έχουν σχεδιαστεί για την λεπτομερέστερη μελέτη του πεδίου βαρύτητας. Οι δύο από αυτές (CHAMP - CHALLENGING Mini-satellite Payload, GRACE - Gravity Recovery and Climate Experiment) βρίσκονται ήδη σε τροχιά και εφοδιάζουν τη διεθνή γεωδαιτική κοινότητα με μετρήσεις και μοντέλα γεωδυναμικού σε παγκόσμια κλίμακα. Τα μοντέλα αυτά περιγράφουν με υψηλή ακρίβεια τις παραμέτρους του πεδίου βαρύτητας (προσδιορισμός για παράδειγμα των υψόμετρων του γεωειδούς με ένα σφάλμα της τάξης του $\pm 1\text{cm}$ έως $\pm 10\text{cm}$) στα μεγάλα μήκη κύματος (περίπου 200km) ή διαφορετικά στους χαμηλούς βαθμούς ανάπτυξης ($n = 70 - 80$) του συνολικού φάσματος του πεδίου βαρύτητας. Η τρίτη δορυφορική αποστολή (GOCE - Gravity Field and steady Ocean Circulation Explorer) αναμένεται να τεθεί σε τροχιά εντός του 2007 και εκτιμάται ότι θα προσεγγίζει τα υψόμετρα του γεωειδούς με ακρίβεια της τάξης του $\pm 1\text{cm}$ (αθροιστικό σφάλμα) ή και καλύτερη ακόμη για βαθμούς ανάπτυξης ($n = 250 - 260$), που αντιστοιχεί σε μήκη κύματος των 80km περίπου.

Οι CHAMP, GRACE, GOCE χαρακτηρίζονται ως χαμηλής τροχιάς δορυφόροι (Low Earth Orbiting satellites - LEO) (βλ. σχήμα 1.1), με ύψη τροχιών από 250km (GOCE) έως 500km περίπου (CHAMP, GRACE). Λαμβάνουν σήματα από τους δορυφόρους GPS και GLONASS και υπάρχει η δυνατότητα μετρήσεων SLR, καθώς και οι τρεις δορυφορικές αποστολές είναι εφοδιασμένες με κατάλληλες συσκευές. Οι μεθοδολογίες μέτρησης που ακολουθούν είναι δια-δορυφορικές, παρατηρήσεις δηλαδή από δορυφόρο προς δορυφόρο (Satellite to Satellite Tracking - SST). Στο δορυφόρο CHAMP έχουμε παρατηρήσεις από δορυφόρο υψηλής τροχιάς προς δορυφόρο χαμηλής τροχιάς (high-low Satellite to Satellite Tracking - SST-hl) και το μετρούμενο μέγεθος είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας. Στην αποστολή GRACE (ζεύγος δορυφόρων στο ίδιο τροχιακό επίπεδο) γίνονται παρατηρήσεις μεταξύ δορυφόρων χαμηλής τροχιάς (low-low Satellite to Satellite Tracking - SST-ll) και το μετρούμενο μέγεθος είναι οι διαφορές της επιτάχυνσης ανάμεσα στους δύο δορυφόρους (πρώτες βαθμίδες - παράγωγοι της βαρύτητας). Τέλος, στο δορυφόρο GOCE χρησιμοποιείται η τεχνική της δορυφορικής βαθμυδομετρίας (Satellite Gravity Gradiometry - SSG) και μετρώνται οι δεύτερες βαθμίδες (παράγωγοι) του γήινου δυναμικού έλξης. Περισσότερες πληροφορίες για τις τρεις δορυφορικές αποστολές του πεδίου βαρύτητας δίνονται στο κεφάλαιο 11. Η δορυφορική αποστολή GOCE εκτιμάται ότι πέραν των γεωδαιτικών εφαρ-

μογών θα δώσει πληροφορίες για την κατανομή των μαζών και τις μεταβολές της πυκνότητας στη λιθόσφαιρα και τον ανώτερο μανδύα με άμεσες εφαρμογές στη γεωφυσική διασκόπηση και τη μελέτη της δομής του εσωτερικού της γης.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η γεωδαισία των τριών διαστάσεων, με το θεωρητικό της υπόβαθρο να διατυπώνεται το 19ο αιώνα, υλοποιείται στο σύνολο των πρακτικών εφαρμογών στο δεύτερο μισό του 20ού, στη διαστημική περίοδο της γεωδαισίας και ιδιαίτερα με τη βοήθεια των διαφορετικού τύπου δορυφορικών αποστολών. Η σύγχρονη τάση σήμερα είναι το σύνολο των φαινομένων στη γεωδαισία, τη γεωδυναμική, τη γεωφυσική, την ωκεανογραφία και άλλες γεωεπιστήμες να μελετώνται μέσω *ολοκληρωμένων γεωδαιτικών δικτύων* με χρησιμοποίηση επίγειων, από αέρα και δορυφορικών δεδομένων βαρύτητας, επίγειων και δορυφορικών γεωμετρικών γεωδαιτικών δεδομένων, καθώς επίσης σεισμικών και γεωδυναμικών δεδομένων. Φαινόμενα που είναι δυνατόν να μελετηθούν διαχρονικά με τη βοήθεια ολοκληρωμένων γεωδαιτικών δικτύων είναι οι παραμορφώσεις του στερεού φλοιού της γης, οι ανωμαλίες της κατανομής πυκνοτήτων στην ανώτερη λιθόσφαιρα, οι σεισμικές διεργασίες, οι μεταβολές της περιστροφής της γης, οι διαχρονικές μεταβολές της βαρύτητας, οι κινήσεις των γεωτεκτονικών πλακών, η ωκεάνια κυκλοφορία και η κίνηση των πάγων και διάφορα άλλα. Η διεπιστημονική αυτή μελέτη οριοθετεί τη *γεωδαισία στις τέσσερις διαστάσεις*, όπως συνήθως αναφέρεται στην τρέχουσα βιβλιογραφία των γεωεπιστημών.

1.3 Η γεωδαισία και οι διάφοροι κλάδοι της

Η *γεωδαισία* (geodesy), σύμφωνα με τη γενική θεώρηση που αναπτύχθηκε στις προηγούμενες ενότητες, ορίζεται ως η επιστήμη που ασχολείται με τη μελέτη του σχήματος, των διαστάσεων και του πεδίου βαρύτητας της γης, αλλά και με τις διαχρονικές μεταβολές αυτών των ποσοτήτων. Περιλαμβάνει ως εκ τούτου η γεωδαισία ένα ευρύ γνωστικό αντικείμενο, το οποίο μπορεί να διακριθεί αρχικά σε δύο μέρη, το γεωμετρικό και το δυναμικό. Το γεωμετρικό μέρος καλύπτει ο κλάδος της *γεωμετρικής ή ελλειψοειδούς γεωδαισίας* (geometric or ellipsoidal geodesy), ο οποίος ασχολείται κυρίως με τον προσδιορισμό της θέσης (συντεταγμένων) σημείων επάνω στην επιφάνεια της Γης, μέσω γεωμετρικού χαρακτήρα, κατά κανόνα, μετρήσεων (μήκη, γωνίες, διευθύνσεις, υψόμετρα). Το δυναμικό μέρος καλύπτει ο κλάδος της *φυσικής γεωδαισίας* (physical geodesy), ο οποίος ασχολείται με τον προσδιορισμό του γήινου πεδίου βαρύτητας, με την αξιοποίηση, κυρίως, μετρήσεων βαρύτητας, των *ανωμαλιών βαρύτητας* (gravity anomalies), αφού προηγηθούν διάφορες διορθώσεις και αναγωγές.

Οι δύο συνιστώσες της γεωδαιτικής επιστήμης, η γεωμετρική και η δυναμική, δεν οριοθετούν διαφορετικούς επιστημονικούς τομείς στο ευρύτερο φάσμα των γεωεπιστημών. Αντίθετα, είναι αλληλένδετες και αλληλοσυμπληρούμενες, τόσο ως προς τη μεθοδολογία, τις μετρήσεις και το χώρο που πραγματοποιούνται οι μετρήσεις, όσο και ως προς τον τελικό στόχο και το αποτέλεσμα. Ανατρέχοντας κανείς στην ετυμολογία της λέξης γεωδαισία, διαπιστώνει ότι πρόκειται για σύνθετη λέξη (*γη και δαίω*). Σε μια ελεύθερη απόδοση θα λέγαμε ότι ο όρος γεωδαισία σημαίνει *διαιρώ τη γη, μετρώ τη γη*. Αυτό υλοποιείται τόσο με μετρήσεις γεωμετρικές, όσο

και με μετρήσεις βαρύτητας, αλλά και με το συνδυασμό τους. Οι μετρήσεις βαρύτητας γίνονται επάνω στην επιφάνεια της γης, σε ύψος επάνω από τη γη (ελικόπτερα και αεροπλάνα) και από το διάστημα (δορυφόροι). Η θέση (οι συντεταγμένες των σημείων), όπου γίνονται οι μετρήσεις βαρύτητας, συνιστά τη βασική πληροφορία, την οποία προσφέρει η γεωμετρική γεωδαισία. Στόχος όλων αυτών των μετρήσεων, επίγειων, από αέρα και δορυφορικών - διαστημικών, είναι ο κατά το δυνατόν ακριβέστερος καθορισμός του σχήματος και των διαστάσεων της επιφάνειας της γης, καθώς επίσης και ο προσδιορισμός του γήινου πεδίου βαρύτητας. Έτσι, όπως είδαμε και στην προηγούμενη ενότητα, διαμορφώθηκαν με την πάροδο των χρόνων, την εξέλιξη της τεχνολογίας, των οργάνων και των υπολογιστικών συστημάτων και άλλοι κλάδοι της γεωδαισίας, η *διαστημική γεωδαισία* (space geodesy) και η *δορυφορική γεωδαισία* (satellite geodesy). Οι ίδιες μετρήσεις και μέθοδοι έχουν επεκταθεί στη μελέτη του πεδίου βαρύτητας και άλλων πλανητών, με αποτέλεσμα να γίνεται λόγος σήμερα για *πλανητική γεωδαισία* (planetary geodesy), *γεωδαισία της σελήνης* (lunar geodesy), κ.λπ.

Στο σχήμα 1.2 δίνεται μια παραστατική απεικόνιση της γεωδαισίας και των κλάδων που τη συνθέτουν. Είναι προφανές, σύμφωνα και με όσα προαναφέρθηκαν, η συσχέτιση και αλληλεξάρτηση μεταξύ των διαφόρων υποδιαρέσεων της γεωδαιτικής επιστήμης. Για παράδειγμα, η ανάλυση των δορυφορικών τροχιών (αντικείμενο της δορυφορικής γεωδαισίας) θα δώσει πληροφορίες για τη θέση σημείων επάνω στη γη και το σχήμα της γης (αντικείμενο της γεωμετρικής γεωδαισίας), καθώς επίσης και πληροφορίες για το πεδίο βαρύτητας της γης (αντικείμενο της φυσικής γεωδαισίας).

Ενώ η θεώρηση που προηγήθηκε για τους διαφόρους κλάδους της γεωδαισίας έχει χαρακτήρα μάλλον εννοιολογικό, αξίζει να αναφερθεί μια ακόμη διάκριση, η οποία αφορά την κλίμακα, από την άποψη της έκτασης των γεωδαιτικών εφαρμογών και δραστηριοτήτων. Οι εφαρμογές που αναφέρονται σε ολόκληρη τη γη χαρακτηρίζονται ως *παγκόσμιας κλίμακας* γεωδαιτικές εργασίες. Οι εφαρμογές που αναφέρονται σε εκτενή γεωγραφική έκταση μιας χώρας ή ολόκληρη τη χώρα ή ακόμη και σύμπλεγμα χωρών χαρακτηρίζονται συνήθως ως *περιφερειακής κλίμακας* εργασίες. Τέλος, οι εφαρμογές περιορισμένης έκτασης χαρακτηρίζονται ως *τοπικής κλίμακας* εργασίες. Ένα μικρό τμήμα των γεωμετρικών εφαρμογών της δεύτερης και το σύνολο των γεωμετρικών εφαρμογών της τρίτης κατηγορίας αποτελούν αντικείμενο της *τοπογραφίας* και οριοθετούν το εύρος των τοπογραφικών εργασιών και εν γένει των έργων εφαρμογής του τοπογράφου μηχανικού.

Ένα εύλογο ερώτημα που προκύπτει από την παρουσίαση των κλάδων της γεωδαισίας εντοπίζεται στο εάν η γνώση του πεδίου βαρύτητας είναι απαραίτητη σε ένα τμήμα του φάσματος ή σε ολόκληρο το φάσμα των γεωδαιτικών εφαρμογών. Πράγματι, στο σύνολο των εφαρμογών, ανεξάρτητα από την κλίμακά τους, ο ρόλος του πεδίου βαρύτητας, της βαρύτητας εν γένει, είναι ιδιαίτερα σημαντικός. Οι γεωδαιτικές και τοπογραφικές μετρήσεις επηρεάζονται από τη βαρύτητα, και διάφορες αναγωγές και διορθώσεις είναι απαραίτητο να εφαρμόζονται κατά την επεξεργασία, ορισμένες δε φορές και κατά τη διάρκεια συλλογής των μετρήσεων αυτών. Ο ρόλος όμως της βαρύτητας δεν περιορίζεται μόνο στο πρωτογενές στάδιο της διαχείρισης των μετρήσεων, δηλαδή των δεδομένων. Τα δεδομένα βαρύτητας συνδυάζονται, όπως αναφέρθηκε ήδη, με τα γεωμετρικά δεδομένα για τον προσ-



Σχήμα 1.2: Η γεωδαισία και οι υποδιαιρέσεις της

διορισμό χαρακτηριστικών επιφανειών αναφοράς, οι οποίες είναι απαραίτητες για τη λύση του προβλήματος του σχήματος της γης και του γήινου πεδίου βαρύτητας. Η προσέγγιση του προβλήματος αυτού σχολιάζεται στην επόμενη ενότητα.

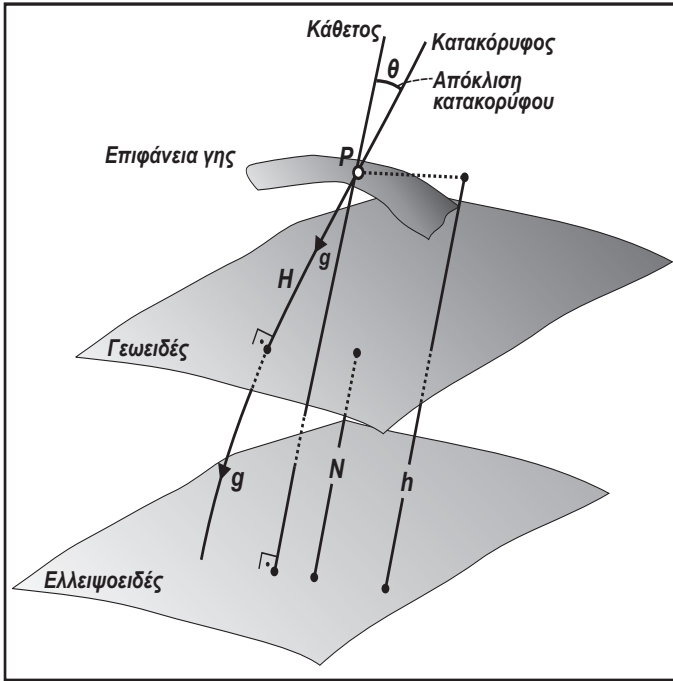
1.4 Το πεδίο βαρύτητας της γης

Οι κύριοι στόχοι - προβλήματα της φυσικής γεωδαισίας, σύμφωνα με όσα σχολιάστηκαν και στην προηγούμενη ενότητα, μπορεί να συνοψισθούν ως εξής:

- Προσδιορισμός του γήινου πεδίου βαρύτητας και των διαχρονικών του μεταβολών.
- Προσδιορισμός μιας μέσης γης, ενός μοντέλου γης, από μετρήσεις που γίνονται επάνω ή έξω από αυτήν.

Τα δύο προβλήματα είναι αλληλένδετα και κατά την προσέγγισή τους αντιμετωπίζονται ως ένα ενιαίο πρόβλημα, γνωστό και ως πρόβλημα συνοριακών τιμών (boundary value problem), το οποίο προϋποθέτει την εισαγωγή τριών επιφανειών αναφοράς, της φυσικής επιφάνειας της γης, του γεωειδούς και του ελλειψοειδούς (βλ. σχήμα 1.3). Η επιφάνεια της γης και το γεωειδές χαρακτηρίζονται και ως συνοριακές επιφάνειες, καθώς στους δύο τρόπους λύσης του προβλήματος που θα παρουσιασθούν στη συνέχεια είναι οι επιφάνειες στις οποίες αναφέρονται τα δεδομένα και αυτές που τελικά προσδιορίζονται με τη λύση του προβλήματος.

Για τη λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών χρησιμοποιούνται μετρήσεις βαρύτητας, οι οποίες γίνονται επάνω ή έξω από τη φυσική επιφάνεια της γης σε ένα συγκεκριμένο υψόμετρο, όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα. Επομένως, το σημείο όπου συγκλίνουν οι δύο προαναφερθέντες στόχοι είναι ο προσδιορισμός του εξωτερικού πεδίου βαρύτητας της γης.



Σχήμα 1.3: Η επιφάνεια της γης, το γεωειδές, το ελλειψοειδές

Το μοντέλο γης που εισάγεται με τις τρεις επιφάνειες αναφοράς (σχήμα 1.3) είναι αφενός ένα γεωμετρικό μοντέλο υψομετρίας και αφετέρου ένα δυναμικό μοντέλο για το πεδίο βαρύτητας της γης. Το γεωμετρικό μέρος υλοποιείται με τις δύο διευθύνσεις, της κατακόρυφου και της καθέτου, που διέρχονται από κάθε σημείο της επιφάνειας της γης και είναι κάθετες αντίστοιχα στο γεωειδές και το ελλειψοειδές. Οι δύο αυτές διευθύνσεις δεν συμπίπτουν και σχηματίζουν μια γωνία θ , που ονομάζεται *απόκλιση της κατακόρυφου*. Αυτή αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μία κατά μεσημβρινό, συνιστώσα ξ , και μία κατά παράλληλο, συνιστώσα η , για τον υπολογισμό των οποίων είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός του αστρονομικού γεωγραφικού πλάτους Φ και μήκους Λ με αστρονομικές παρατηρήσεις. Στα ίδια σημεία απαιτείται επίσης να είναι γνωστές οι αντίστοιχες τιμές του γεωδαιτικού πλάτους φ και μήκους λ . Ισχύουν οι εξισώσεις

$$\xi = \Phi - \varphi, \quad (1.5)$$

$$\eta = (A - \lambda) \cos \varphi. \quad (1.6)$$

Το γεωμετρικό μοντέλο υλοποιεί επιπλέον τρεις κατηγορίες υψομέτρων: τα γεωμετρικά υψόμετρα h , αποστάσεις από την επιφάνεια της γης μέχρι το ελλειψοειδές, τα ορθομετρικά υψόμετρα H , αποστάσεις από την επιφάνεια της γης μέχρι το γεωειδές, και τα υψόμετρα του γεωειδούς N , αποστάσεις ανάμεσα στο γεωειδές και το ελλειψοειδές. Ισχύει η σχέση

$$h = H + N. \quad (1.7)$$

Ως προς το δυναμικό μοντέλο, το πεδίο βαρύτητας υλοποιείται με τις παρατηρήσεις βαρύτητας g . Το διάνυσμα της βαρύτητας ορίζεται κατά μήκος της κατακορύφου (βλ. και σχήμα 1.2). Η διεύθυνση της κατακορύφου είναι κάθετη στην επιφάνεια του γεωειδούς για σημεία όμως που βρίσκονται επάνω στο γεωειδές. Για κάθε άλλο σημείο εκτός του γεωειδούς η κατακόρυφος είναι κάθετη στην ισοδυναμική επιφάνεια που διέρχεται από αυτό το σημείο. Μία επιφάνεια που είναι σε κάθε σημείο της κάθετη στη διεύθυνση του διανύσματος της βαρύτητας ονομάζεται *ισοδυναμική επιφάνεια*. Το γεωειδές λοιπόν είναι μία ισοδυναμική επιφάνεια, σύμφωνα με τους ανωτέρω ορισμούς.

Η θεωρητική διατύπωση του προβλήματος συνοριακών τιμών είναι η εξής:

Από τις τιμές του γραμμικού συνδυασμού μιας συνάρτησης και των παραγώγων της επάνω σε μια συνοριακή επιφάνεια ζητείται να υπολογιστεί η αρμονική συνάρτηση στο εξωτερικό της επιφάνειας.

Η λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών στην κλασική αντιμετώπισή του επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της επιφάνειας αναφοράς του γεωειδούς και το πρόβλημα είναι γνωστό στην περίπτωση αυτή ως *γεωδαιτικό πρόβλημα συνοριακών τιμών* (geodetic boundary value problem). Το γεωειδές συμπίπτει σε μία πρώτη προσέγγιση με τη *Μέση Στάθμη της Θάλασσας* (ΜΣΘ), η οποία επεκτεινόμενη και κάτω από της εξάρσεις του τοπογραφικού αναγλύφου υλοποιεί την επιφάνεια του γεωειδούς για ολόκληρη τη γήινη σφαίρα. Οι μετρήσεις βαρύτητας που πραγματοποιούνται στην επιφάνεια της γης και στον εξωτερικό από αυτήν χώρο μεταφέρονται (ανάγονται) μέσω διορθώσεων και αναγωγών στην επιφάνεια του γεωειδούς ως σημειακές ή μέσες τιμές.

Η λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών θα αναζητηθεί μέσα από τις *απαντήσεις σε τρία ερωτήματα*. Το πρώτο εύλογο ερώτημα που ανακύπτει είναι σχετικό με την *αναγκαιότητα αναφοράς όλων των μετρήσεων βαρύτητας στην επιφάνεια του γεωειδούς*. Η απάντηση είναι ότι η λύση στο πρόβλημα που διατυπώθηκε προηγουμένως βασίζεται στη θεμελιώδη δευτεροβάθμια διαφορική εξίσωση του *Laplace* (βλ. κεφάλαια 2 και 8). Οι λύσεις αυτής της εξίσωσης είναι συναρτήσεις συνεχείς και έχουν συνεχείς παραγώγους πρώτης και δεύτερης τάξης σε ένα συγκεκριμένο χώρο, που περικλείεται από μία επιφάνεια S , και ονομάζονται *αρμονικές συναρτήσεις*. Επιπλέον, οι οικογένειες των συναρτήσεων που αποτελούν λύσεις της εξίσωσης του *Laplace* είναι αρμονικές και στο χώρο από την επιφάνεια S μέχρι το άπειρο.

Το δεύτερο ερώτημα που πρέπει να απαντηθεί αφορά τον *καθορισμό της συνάρτησης (μέτρησης) του πεδίου βαρύτητας, που ικανοποιεί τις συνθήκες της εξίσωσης*

Laplace και κατά συνέπεια αποτελεί λύση του. Η πρωτογενής μέτρηση, όπως ήδη αναφέρθηκε, είναι το μέτρο του διανύσματος της βαρύτητας, η ένταση της βαρύτητας ή απλά βαρύτητα. Οι μετρήσεις της βαρύτητας εκφράζουν την ελκτική δύναμη των μαζών (των γήινων μαζών *M*στη συγκεκριμένη περίπτωση) προς το κέντρο της γης. Η ύπαρξη όμως μαζών συνεπάγεται τη δημιουργία δυναμικού, και στην περίπτωση των γήινων μαζών τη δημιουργία του *γήινου δυναμικού έλξης V*

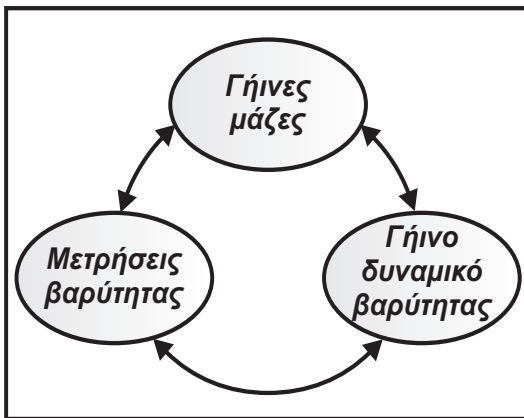
$$V = G \frac{M}{l}, \quad (1.8)$$

όπου *G* είναι η παγκόσμια σταθερά έλξης (βλ. κεφάλαιο 2) και *l* η απόσταση από τις γήινες μάζες μέχρι το σημείο υπολογισμού του δυναμικού.

Το γήινο δυναμικό έλξης λοιπόν είναι αυτό που αποτελεί λύση της εξίσωσης του *Laplace*

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (1.9)$$

και είναι κατά συνέπεια αρμονική συνάρτηση στον εξωτερικό χώρο των ελκτικών μαζών, καθώς μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων, όπως θα δούμε στο κεφάλαιο 7 (βλ. και σχήμα 1.4). Εάν η γη ήταν ένα στατικό σύστημα, η λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών για το γήινο δυναμικό έλξης θα ήταν απόλυτα πραγματοποιήσιμη μέσω της εξίσωσης του *Laplace*, σύμφωνα με αυτά που σχολιάστηκαν μέχρι το σημείο αυτό. Η γη όμως είναι ένα δυναμικό σύστημα που περιστρέφεται, και το δυναμικό έλξης της δεν είναι ταυτόσημο με το *δυναμικό βαρύτητας της γης W*. Για να προσδιορισθεί το δυναμικό βαρύτητας της γης πρέπει να προστεθεί στο δυναμικό έλξης και ένας ακόμη όρος, το *φυγόκεντρο δυναμικό*, το οποίο είναι συνέπεια της περιστροφής της γης. Η ύπαρξη όμως του φυγόκεντρο δυναμικού καθιστά το δυναμικό βαρύτητας της γης μη αρμονική συνάρτηση στο χώρο εκτός των ελκουσών μαζών.



Σχήμα 1.4: Οι μετρήσεις, η μάζα της γης και το δυναμικό

Η λύση στο τελευταίο πρόβλημα είναι και η απάντηση στο τρίτο ερώτημα που πρέπει να τεθεί και αφορά την *αναγκαιότητα εισαγωγής και μιας τρίτης επιφάνειας αναφοράς, αυτής του ελλειψοειδούς*, όπως προαναφέρθηκε κατά τη διατύπωση των προϋποθέσεων του προβλήματος. Το ελλειψοειδές συνιστά μια προσέγγιση του συστήματος γης, είναι ένα κανονικό μοντέλο γης με συγκεκριμένη μάζα, έχει ταχύτητα περιστροφής ίδια με την ταχύτητα περιστροφής της γης (*ελλειψοειδές μοντέλο γης*) και επιπλέον είναι επιφάνεια αναφοράς των γεωμετρικών υψομέτρων (*χωροσταθμική επιφάνεια*). Κατά συνέπεια δημιουργεί και αυτό ένα δυναμικό, το *κανονικό δυναμικό* U , και εκείνο που προσδιορίζεται τελικά είναι ή διαφορά ανάμεσα στο δυναμικό βαρύτητας της γης και το κανονικό δυναμικό, που ονομάζεται *διαταρακτικό δυναμικό βαρύτητας* T . Ισχύει η εξίσωση

$$T = W - U. \quad (1.10)$$

Η φυσική ερμηνεία της τελευταίας εξίσωσης είναι ότι για τον προσδιορισμό της συνοριακής επιφάνειας πρέπει από την *πραγματική γη να αφαιρεθεί το βέλτιστο μοντέλο γης*. Η *“αφαίρεση”* αυτή έχει δύο αποτελέσματα: (α) Στο διαταρακτικό δυναμικό δεν υφίσταται πλέον φυγόκεντρο δυναμικό, καθώς αυτό εξαλείφεται από την αφαίρεση των δύο δυναμικών έλξης, του γήινου και αυτού που παράγεται από το ελλειψοειδές μοντέλο. (β) Το διαταρακτικό δυναμικό ως διαφορά δύο αρμονικών συναρτήσεων (του δυναμικού έλξης της γης και του δυναμικού του ελλειψοειδούς) είναι και αυτό αρμονική συνάρτηση στο χώρο εκτός των ελκυστών μαζών.

Στην πρακτική αντιμετώπιση του γεωδαιτικού προβλήματος των συνοριακών τιμών για το γεωειδές τα δεδομένα (μετρήσεις βαρύτητας) έχουν αναχθεί στην επιφάνεια του γεωειδούς. Σε αναλογία με τα μεγέθη δυναμικού και τα δεδομένα βαρύτητας είναι διαφορές ανάμεσα στις παρατηρήσεις βαρύτητας g , που έχουν αναχθεί από την επιφάνεια της γης στο γεωειδές και των αντίστοιχων τιμών της κανονικής βαρύτητας γ , που υπολογίζονται με βάση το ελλειψοειδές μοντέλο και ονομάζονται *ανωμαλίες βαρύτητας* (βλ. κεφάλαιο 2). Ισχύει η εξίσωση

$$\Delta g = g - \gamma. \quad (1.11)$$

Οι προσδιοριστέες λοιπόν παράμετροι του προβλήματος των συνοριακών τιμών με βάση το γεωειδές είναι το διαταρακτικό δυναμικό T και η συνοριακή επιφάνεια του γεωειδούς. Η λύση του προβλήματος βασίζεται στο *θεώρημα του Stokes*, σύμφωνα με το οποίο *υπάρχει μία μόνον αρμονική συνάρτηση που έχει δεδομένες συνοριακές τιμές επάνω σε μία συνοριακή επιφάνεια και δίνεται μέσω της εξίσωσης*

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma, \quad (1.12)$$

όπου $S(\psi)$ είναι η συνάρτηση του *Stokes*. Από το διαταρακτικό δυναμικό T υπολογίζονται στη συνέχεια υψόμετρα του γεωειδούς N (βλ. κεφάλαια 4 και 8).

Η δεύτερη λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της θεωρίας του *Molodenski*. Στη λύση αυτή, σε αντίθεση με την προηγούμενη του *Stokes*, ως συνοριακή επιφάνεια θεωρείται η επιφάνεια της γης και όλες

οι μετρήσεις αναφέρονται σ' αυτήν (π.χ. ανωμαλίες βαρύτητας). Το πρόβλημα του *Molodenski* διατυπώνεται ως εξής:

Από τις τιμές της βαρύτητας g και του δυναμικού βαρύτητας W που δίνονται για όλα τα σημεία της επιφάνειας της γης ζητείται να υπολογιστεί η γήινη συνοριακή επιφάνεια.

Μία πρώτη διαφορά ανάμεσα στη λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών με τη θεωρία του *Stokes* και αυτήν του *Molodenski* είναι ότι στη δεύτερη δεν γίνεται καμία υπόθεση για την κατανομή των μαζών και των πυκνοτήτων στο εσωτερικό της γης. Τα δεδομένα (τιμές βαρύτητας και δυναμικού βαρύτητας) αναφέρονται στη φυσική επιφάνεια της γης και από αυτά υπολογίζεται το εξωτερικό πεδίο βαρύτητας της γης. Για τη λύση του προβλήματος εισάγεται μία επιπλέον μαθηματική επιφάνεια, το *τελουροειδές*, η οποία προσεγγίζει τη συνοριακή επιφάνεια και προσδιορίζεται από τα δεδομένα βαρύτητας. Και στο πρόβλημα του *Molodenski* υπολογίζεται το διαταραχτικό δυναμικό και από αυτό η επιφάνεια του σχεδόν γεωειδούς, καθώς κάθε σημείο της γήινης επιφάνειας απεικονίζεται κατά μήκος της καθέτου επί του τελουροειδούς σε απόσταση ίση με το υψόμετρο του σχεδόν γεωειδούς. Μία δεύτερη διαφορά ανάμεσα στις δύο λύσεις του προβλήματος συνοριακών τιμών είναι ότι στη λύση με τη θεωρία του *Molodenski* αντί των ορθομετρικών υψόμετρων χρησιμοποιούνται τα κανονικά υψόμετρα, αποστάσεις δηλαδή ανάμεσα στο ελλειψοειδές και το τελουροειδές (βλ. και κεφάλαια 3 και 8). Ανάλογα λοιπόν με τη θεωρία που ακολουθούμε, επιλέγουμε και το σύστημα υψών (ορθομετρικά, κανονικά) και την επιφάνεια αναφοράς (γωειδές, σχεδόν γεωειδές). Η επιλογή του συστήματος υψών είναι άμεσα συνδεδεμένη με τον ορισμό κατακόρυφων datum, συστημάτων αναφοράς και τη σύνδεση διαφορετικών γειτονικών datum και συστημάτων αναφοράς (βλ. και κεφάλαιο 9). Επίσης, από τα υψόμετρα του σχεδόν γεωειδούς υπολογίζονται τα υψόμετρα του γεωειδούς και αντίστροφα μέσω αναλυτικής σχέσης. Εξισώσεις, σχήματα και άλλες λεπτομέρειες σχετικές με τη λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών με τις θεωρίες *Stokes* και *Molodenski* και τις επιφάνειες αναφοράς (γεωειδές, τελουροειδές, σχεδόν γεωειδές, ελλειψοειδές) που χρησιμοποιούνται για τη λύση του προβλήματος δίνονται στο κεφάλαιο 8.

1.4.1 Μοντελοποίηση του πεδίου βαρύτητας

Στο κλασικό πρόβλημα συνοριακών τιμών του *Stokes* για την προσέγγιση του πεδίου βαρύτητας, που σχολιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα, γίνονται οι ακόλουθες υποθέσεις - παραδοχές: *α) Οι ανωμαλίες βαρύτητας είναι γνωστές σε κάθε σημείο επί του γεωειδούς. β) Δεν υπάρχουν μάζες έξω από το γεωειδές. γ) Το μαθηματικό σχήμα του γεωειδούς προσεγγίζεται με μια σφαίρα.*

Η ανάλυση της κάθε υπόθεσης οδηγεί σε χρήσιμες διαπιστώσεις για τη μελέτη του πεδίου βαρύτητας της γης. Σύμφωνα με την πρώτη υπόθεση, οι ανωμαλίες βαρύτητας (τα δεδομένα του προβλήματος) από την επιφάνεια της γης ανάγονται στο γεωειδές μέσω μιας αναγωγής, που ονομάζεται *αναγωγή ελεύθερου αέρα* (βλ. κεφάλαιο 6). Οι ανωμαλίες βαρύτητας στις οποίες εφαρμόζεται η αναγωγή ελεύθερου αέρα ονομάζονται *ανωμαλίες ελεύθερου αέρα*. Αυτό γίνεται θεωρητικά για κάθε σημείο επί της γήινης επιφάνειας που απεικονίζεται μέσω της κατακόρυφου

στην επιφάνεια του γεωειδούς. Η αναγκαιότητα αυτής της αναγωγής είναι ότι το συνοριακό πρόβλημα απαιτεί ισοδυναμική επιφάνεια αναφοράς (γεωειδές) για τα δεδομένα, ιδιότητα που δεν πληροί η επιφάνεια της γης.

Σύμφωνα με τη δεύτερη υπόθεση οι μάζες ανάμεσα στη φυσική επιφάνεια της γης και το γεωειδές έχουν συμπεκνωθεί επί του γεωειδούς, και επομένως η αναγωγή των ανωμαλιών βαρύτητας γίνεται στο κενό. Η συμπίκνωση των τοπογραφικών μαζών είναι συνέπεια της επίδρασης (έλξης) που έχουν οι μάζες αυτές στις ανωμαλίες βαρύτητας. Η επίδραση αυτή λαμβάνεται υπόψη μέσω μιας αναγωγής, της *τοπογραφικής αναγωγής*. Η μεταφορά (μετακίνηση) μαζών από την επιφάνεια της γης στο γεωειδές προκαλεί μια μεταβολή στο δυναμικό βαρύτητας της γης, με αποτέλεσμα η επιφάνεια αναφοράς να μην είναι πλέον ισοδυναμική επιφάνεια. Έτσι, είναι απαραίτητο να γίνονται κατάλληλες διορθώσεις λόγω της συμπίκνωσης των μαζών. Λόγω της μεταβολής του δυναμικού βαρύτητας της γης αρχικά δεν υπολογίζεται το γεωειδές, αλλά το *αντισταθμισμένο γεωειδές* (compensated geoid, co-geoid). Για να προσδιορίσουμε το γεωειδές, πρέπει να υπολογίσουμε τις *έμμεσες επιδράσεις* (indirect effects) των αναγωγών βαρύτητας στα υψόμετρα του γεωειδούς και από το αντισταθμισμένο γεωειδές να προκύψει το γεωειδές. Οι έμμεσες επιδράσεις είναι μικρές σε μέγεθος κατά την αναγωγή ελεύθερου αέρα και για το λόγο αυτό οι ανωμαλίες ελεύθερου αέρα είναι οι πιο κατάλληλες για τον υπολογισμό του γεωειδούς. Η συμπίκνωση των μαζών που οδηγεί στον υπολογισμό υψομέτρων του γεωειδούς ονομάζεται συμπίκνωση κατά *Helmert*, ενώ η συμπίκνωση που οδηγεί σε υψόμετρα του σχεδόν γεωειδούς βασίζεται στη θεωρία του *Molodenski* (βλ. προηγούμενη ενότητα και κεφάλαιο 8).

Σύμφωνα με την τρίτη υπόθεση, κατά την επίλυση του προβλήματος συνοριακών τιμών και για τη διευκόλυνση της υπολογιστικής διαδικασίας χρησιμοποιείται η σφαιρική προσέγγιση, όπου βέβαια το επιτρέπουν οι απαιτήσεις ακρίβειας. Σύμφωνα με αυτήν ορισμένοι υπολογισμοί γίνονται στη σφαίρα, αλλά αυτό δεν σημαίνει ότι η επιφάνεια αναφοράς είναι σφαίρα. Το κανονικό μοντέλο γης είναι πάντοτε το ελλειψοειδές μοντέλο.

Και στις δύο λύσεις του προβλήματος συνοριακών τιμών είναι απαραίτητη η ύπαρξη δεδομένων σε όλα τα σημεία των επιφανειών αναφοράς (συνοριακών επιφανειών), ώστε το πεδίο των δεδομένων (συνήθως ανωμαλίες βαρύτητας) να είναι ιδιαίτερα ομαλό (πρακτικά αλγεβρική μέση τιμή μηδέν) στις λύσεις σφαιρικής κλίμακας. Στις εφαρμογές μικρότερης κλίμακας, τοπικές ή περιφερειακές, στην εξομάλυνση του πεδίου των δεδομένων συμβάλλουν οι αναγωγές βαρύτητας και οι τοπογραφικές αναγωγές. Για τη βέλτιστη απεικόνιση του συνολικού φάσματος του πεδίου βαρύτητας χρησιμοποιείται μία τεχνική *αφαίρεσης - υπολογισμού - επαναφοράς* (Remove - Compute - Restore technique - RCR), όπου οι διαθέσιμες ανωμαλίες βαρύτητας συνδυάζονται με παγκόσμια δυναμικά μοντέλα και την τοπογραφία. Η τεχνική RCR περιγράφεται στην ενότητα 8.3.

Στη διατύπωση του γεωδαιτικού προβλήματος των συνοριακών τιμών του *Stokes* γίνονται υποθέσεις για την κατανομή των γήινων μαζών και των πυκνοτήτων τους, καθώς δεν υπάρχουν επαρκείς πληροφορίες. Εκτιμώνται λοιπόν διάφοροι παράμετροι (σταθερές τιμές), οι οποίες σε συνδυασμό με τα δεδομένα επί της συνοριακής επιφάνειας προσεγγίζουν βέλτιστα το εξωτερικό πεδίο βαρύτητας της γης. Αυτή η προσέγγιση γίνεται με αρμονικές συναρτήσεις, και μια τέτοια αρμονική

συνάρτηση είναι το δυναμικό έλξης των γήινων μαζών, αλλά και το διαταραχτικό δυναμικό, που ικανοποιεί την εξίσωση του Laplace (εξίσωση 1.9) στο χώρο έξω από τις έλκουσες μάζες. Ο τρόπος αυτός αναπαράστασης του πεδίου βαρύτητας είναι γνωστός στη γεωδαιτική βιβλιογραφία ως *μοντελοποίηση του πεδίου βαρύτητας* και συνιστά το *ευθύ γεωδαιτικό πρόβλημα*. Σύμφωνα με τη μεθοδολογία αυτή δεν γίνονται υποθέσεις για την κατανομή των γήινων μαζών, οι οποίες *δημιουργούν* το εξωτερικό δυναμικό έλξης. Στο *αντίστροφο πρόβλημα*, από τιμές του δυναμικού έλξης ζητείται ο υπολογισμός των μαζών. Το πρόβλημα αυτό όμως δεν έχει μία και μόνο λύση και ενδιαφέρει κυρίως τη γεωφυσική και τις εφαρμογές της, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Στη βιβλιογραφία λοιπόν της γεωφυσικής ο όρος *μοντελοποίηση του πεδίου βαρύτητας* ταυτίζεται με την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος, το οποίο, όπως προαναφέρθηκε, δεν έχει μοναδική λύση. Για την προσεγγιστική επίλυση του προβλήματος πρέπει να εισαχθούν στους υπολογισμούς τιμές για τις πυκνότητες και τις μεταβολές τους, τιμές για τα βάθη που συμβαίνουν αυτές οι μεταβολές και επιπλέον σεισμικά και γεωλογικά δεδομένα. Βέβαια και στην προσέγγιση του αντιστρόφου προβλήματος, το ελλειψοειδές μοντέλο γης ισχύει και πρέπει να ορίζεται με τέτοιο τρόπο που να επιτρέπει συμπεράσματα για τη δομή του εσωτερικού της γης. Στο εσωτερικό ενός χωροσταθμικού ελλειψοειδούς μοντέλου (βλ. και προηγούμενη ενότητα) υποθέσεις για την κατανομή των μαζών και των πυκνοτήτων τους πρέπει να προσεγγίζουν ικανοποιητικά την πραγματική κατανομή των μαζών στο εσωτερικό της γης. Στο σχήμα 1.5 παρουσιάζεται συνοπτικά η μοντελοποίηση του πεδίου βαρύτητας σύμφωνα με το σχολιασμό που προηγήθηκε.

1.5 Οι διεθνείς γεωδαιτικοί οργανισμοί και το πεδίο βαρύτητας

Ο πρωτεύων ρόλος που αναγνωρίζεται στη γεωδαισία το 17ο και 18ο αιώνα με την ίδρυση των Ευρωπαϊκών Ακαδημιών Επιστημών (βλ. ενότητα 1.2), ενισχύεται με την πάροδο του χρόνου, καθώς είναι επιτακτική η ανάγκη συνεργασίας επιστημόνων από διαφορετικές χώρες για ανταλλαγή δεδομένων, μεταφορά τεχνογνωσίας και εγκατάσταση ή σύνδεση τριγωνομετρικών δικτύων, υψομετρικών δικτύων ελέγχου και δικτύων βαρύτητας σε γειτονικές χώρες. Η διεθνής συνεργασία στον τομέα της γεωδαισίας και του πεδίου βαρύτητας εντείνεται το 1886 με την ίδρυση μιας *Διεθνούς Γεωδαιτικής Ένωσης* (Internationale Erdmessung). Οι δραστηριότητες της ένωσης αυτής διήρκεσαν μέχρι το 1917. Δύο χρόνια αργότερα (1919), κατά τη διάρκεια του Πρώτου Παγκοσμίου Πολέμου, ιδρύεται η *Διεθνής Ένωση Γεωδαισίας και Γεωφυσικής* (International Association of Geodesy and Geophysics - IUGG), η οποία αριθμεί σήμερα περισσότερα από 90 κράτη - μέλη. Η IUGG περιλαμβάνει έξι γεωφυσικές ενώσεις και μία γεωδαιτική.

Η γεωδαιτική ένωση που συμμετέχει στην IUGG είναι η *Διεθνής Ένωση Γεωδαισίας* (International Association of Geodesy - IAG), που ιδρύθηκε το 1932. Το πεδίο βαρύτητας και τα προβλήματα της βαρύτητας γενικότερα καταλαμβάνουν σημαντική θέση στα επιστημονικά προγράμματα και τις δραστηριότητες της IAG.



Σχήμα 1.5: Μοντελοποίηση του πεδίου βαρύτητας

Οι Γενικές Συνελεύσεις (General Assemblies) της IUGG και της IAG συνέρχονται ανά τετραετία, ενώ στο μεσοδιάστημα δύο διαδοχικών γενικών συνελεύσεων πραγματοποιούνται οι επιστημονικές συνελεύσεις της IAG. Επίσης, διοργανώνονται διάφορα επιστημονικά συνέδρια και συμπόσια σχετικά με τους διάφορους κλάδους της γεωδαισίας (βλ. ενότητα 1.3), τα οποία επικεντρώνονται σε συγκεκριμένα γνωστικά αντικείμενα, μεταξύ των οποίων περιλαμβάνεται και το πεδίο βαρύτητας.

Τα κράτη - μέλη της IUGG είναι κατά κανόνα μέλη και της IAG, αλλά υπάρχουν επιπλέον ανεξάρτητα μέλη της ένωσης, που είναι επιστημονικά ιδρύματα διαφόρων χωρών (π.χ. ακαδημίες) και επιστήμονες - εταίροι (fellows). Η IAG διοικείται από τον πρόεδρο και τον αντιπρόεδρο (εκλέγονται ανά τετραετία) και το γενικό γραμματέα με δωδεκαετή θητεία.

Από την ίδρυσή της η IAG περιλαμβάνει έναν αριθμό Διεθνών Υπηρεσιών (International Services) και διάφορες επιστημονικές Επιτροπές (Commissions), μία από τις οποίες ήταν πάντοτε προσανατολισμένη στο πεδίο βαρύτητας της γης. Μετά τη Γενική Συνέλευση της IAG στο *Sapporo* της Ιαπωνίας το 2003, ο αριθμός των Διεθνών Υπηρεσιών διαμορφώθηκε σε 12, μεταξύ των οποίων περιλαμβάνεται και η Διεθνής Υπηρεσία του Πεδίου Βαρύτητας (International Gravity Field Ser-

vice). Στα πλαίσια της Υπηρεσίας αυτής δραστηριοποιούνται επίσης: α) Η Διεθνής Υπηρεσία Γεωειδούς (International Geoid Service), β) το Διεθνές Βαρυτημετρικό Γραφείο (International Gravimetric Bureau), γ) το Διεθνές Κέντρο για τις γήινες παλίρροιες (International Centre for Earth Tides), δ) το Διεθνές Κέντρο για τα Παγκόσμια Γεωδυναμικά Μοντέλα (International Centre for Global Earth Models) και ε) η Διεθνής Υπηρεσία για τα Ψηφιακά Μοντέλα Εδάφους (International Service for Digital Elevation Models).

Η γενική συνέλευση της IAG το 2003, για να ανταποκριθεί στις νέες εξελίξεις και προκλήσεις που διαμορφώνονται στον χώρο της γεωδαισίας, προσδιόρισε τα επιστημονικά αντικείμενα των Επιτροπών της ως εξής:

- Επιτροπή 1 - Συστήματα Αναφοράς (Commission 1 - Reference Frames).
- Επιτροπή 2 - Πεδίο Βαρύτητας (Commission 2 - Gravity Field).
- Επιτροπή 3 - Περιστροφή της Γης και Γεωδυναμική (Commission 3 - Earth Rotation and Geodynamics).
- Επιτροπή 4 - Προσδιορισμός Θέσης και Εφαρμογές (Commission 4 - Positioning and Applications).

Σύμφωνα με τη νέα δομή της IAG, καθεμία από τις τέσσερις επιτροπές περιλαμβάνει έναν αριθμό Υποεπιτροπών (Sub-commissions), Προγραμμάτων (Projects) και Ομάδων Εργασίας (Study Groups). Στην Επιτροπή 2 για το Πεδίο Βαρύτητας υπάρχουν μεταξύ των άλλων Υποεπιτροπές για τη βαρύτητα και τα δίκτυα βαρύτητας, τις χωρικές και χρονικές μεταβολές του πεδίου βαρύτητας, τις δορυφορικές αλτιμετρικές αποστολές, τον προσδιορισμό του γεωειδούς και άλλες. Στα Προγράμματα συγκαταλέγονται ο προσδιορισμός του γεωειδούς και της βαρύτητας στην Ευρώπη, ο προσδιορισμός του γεωειδούς στην Ασία, την Αφρική, την Ανταρκτική και διάφορα άλλα. Στις Ομάδες Εργασίας περιλαμβάνονται μεταξύ των άλλων η από αέρα βαρύτητα και βαθμιδομετρία, η αξιολόγηση απολύτων βαρυτημέτρων και οι εφαρμογές της δορυφορικής αλτιμετρίας σε παράκτιες περιοχές.

Αξίζει να αναφερθεί ότι ξεχωριστή θέση μεταξύ των Προγραμμάτων της IAG κατέχει το GGOS (Global Geodetic Observing System). Στόχος του Προγράμματος αυτού είναι η μελέτη του συστήματος - Γη (γεώσφαιρα, υδρόσφαιρα, ατμόσφαιρα και βιόσφαιρα) σε παγκόσμια κλίμακα, η παρακολούθηση των διαφόρων συνιστωσών του με γεωδαιτικές μεθόδους και η παροχή δεδομένων και υπηρεσιών υψηλής ποιότητας σε ολόκληρο το φάσμα των γεωεπιστημών.

Το επίσημο επιστημονικό περιοδικό της IAG είναι το *Journal of Geodesy*, στο οποίο δημοσιεύονται επιστημονικές εργασίες σε όλους τους προαναφερθέντες τομείς της γεωδαισίας και του πεδίου βαρύτητας. Ακόμη, τα πρακτικά των Γενικών Συνελεύσεων της IAG, που περιλαμβάνουν επιστημονικές εκθέσεις των επικεφαλής στα διάφορα επιστημονικά όργανα, δημοσιεύονται στην ανά τετραετία ειδική έκδοση *Travaux* (Proceedings). Αντίστοιχη έκδοση, με τη μορφή ειδικού τεύχους του *Journal of Geodesy* υπό τον τίτλο *The Geodesist's Handbook*, δημοσιεύεται επίσης ανά τετραετία. Το τεύχος αυτό περιλαμβάνει θέματα επιστημονικής και διοικητικής δομής της ένωσης, κατάλογο εθνικών εκπροσωπήσεων, κατάλογο μελών

και αξιωματούχων των διαφόρων επιστημονικών οργάνων. Επίσης, στην ειδική αυτή έκδοση δημοσιεύονται άρθρα για τις τιμές διαφόρων σταθερών που χρησιμοποιούνται στη γεωδαισία, την αστρονομία και τη γεωδυναμική ή νέες βελτιωμένες τιμές τους που ενδεχομένως έχουν υιοθετηθεί από τη Γενική Συνέλευση της IAG.