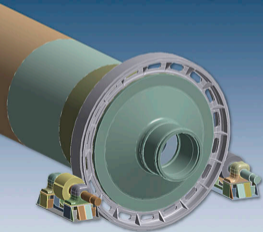


Καθηγητής Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. E.h. Dr.h.c.
Κων/νος - Διονύσιος Ε. Μπουζάκης

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Ταλαντώσεις και Δυναμική Μηχανών

Θεωρία και πράξη



ISBN978-960-456-242-8

© Copyright, 2010, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, Κ.-Δ. Ε. Μπουζάκης

Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις του ελληνικού νόμου (Ν.2121/1993 όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής άδειας του εκδότη κατά οποιοδήποτε τρόπο ή μέσο αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή (ηλεκτρονική, μηχανική ή άλλη) και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.

Φωτοστοιχειοθεσία
Εκτύπωση
Βιβλιοδεσία

Π. ΖΗΤΗ & Σία ΟΕ

18ο χλμ Θεσ/νίκης-Περαίας

Τ.Θ. 4171 • Περαία Θεσσαλονίκης • Τ.Κ. 570 19

Τηλ.: 2392.072.222 - Fax: 2392.072.229 • e-mail: info@ziti.gr



www.ziti.gr

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ - ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ:

Αρμενοπούλου 27 - 546 35 Θεσσαλονίκη

Τηλ.: 2310.203.720, Fax: 2310.211.305 • e-mail: sales@ziti.gr

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΑΘΗΝΩΝ - ΕΝΩΣΗ ΕΚΔΟΤΩΝ ΒΙΒΛΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ:

Στοά του Βιβλίου (Πεσμαζόγλου 5) - 105 64 ΑΘΗΝΑ • Τηλ.-Fax: 210.3211.097

ΑΠΟΘΗΚΗ ΑΘΗΝΩΝ - ΠΩΛΗΣΗ ΧΟΝΔΡΙΚΗ:

Ασκληπιού 60 - Εξάρχεια 114 71, Αθήνα

Τηλ.-Fax: 210.3816.650 • e-mail: athina@ziti.gr

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ: www.ziti.gr

Πρόλογος

Οι ταλαντωτικές κινήσεις μηχανικών διατάξεων δεν μεταβάλλονται γραμμικά με την συχνότητα, ή την ένταση των διεγέρσεών τους. Αυτό δυσχεραίνει την ανίχνευση των αιτιών που τις προκαλούν, καθώς και τις πιθανές βελτιωτικές επεμβάσεις. Για να επιλυθούν σχετικά προβλήματα, είναι απαραίτητο να προσεγγισθεί αναλυτικά η δυναμική-ταλαντωτική συμπεριφορά των μηχανικών διατάξεων. Την αποστολή αυτή αναλαμβάνει ο μηχανολόγος μηχανικός, ο οποίος είναι υπεύθυνος για τη σχεδιομελέτη των κατασκευών, καθώς και για την τροποποίηση υφισταμένων, προς αποφυγή δυναμικών φαινομένων, όπως οι ταλαντώσεις. Οι ταλαντώσεις περιορίζουν την ασφάλεια των κατασκευών, οδηγούν σε φθορές και σε χειροτέρευση της οικονομικής εκμετάλλευσής τους. Εν προκειμένω, τα σύγχρονα υπολογιστικά συστήματα επιτρέπουν την ευχερή αναλυτική προσομοίωση της δομής μιάς κατασκευής, με τη βοήθεια μεθοδολογιών πεπερασμένων στοιχείων (FEM) και τη γρήγορη επίλυση δυσεπιλύτων μαθηματικών σχέσεων. Επίσης, η εξέλιξη μετροτεχνικών διατάξεων καθιστά εφικτή την πειραματικοαναλυτική περιγραφή της δυναμικής συμπεριφοράς των κατασκευών, καθώς και την αξιολόγησή της με βάση διεθνείς κανονισμούς.

Στο παρόν σύγγραμμα δίδεται έμφαση στα προηγούμενα αντικείμενα, με παράθεση παραδειγμάτων εκπαιδευτικού χαρακτήρα, αλλά και συνθέτων, προερχομένων από συνεργασίες του Εργαστηρίου Εργαλειομηχανών και Διαμορφωτικής Μηχανολογίας (ΕΕΔΜ) του Α.Π.Θ. με τη βιομηχανία. Το σύγγραμμα αποσκοπεί στο να εισαχθεί ο φοιτητής μηχανολόγος μηχανικός στην περιοχή των προσομοιώσεων, των υπολογισμών, των μετρήσεων και της αξιολόγησης των ταλαντώσεων, καθώς και σε χαρακτηριστικά γνωστικά αντικείμενα της δυναμικής μηχανών. Επίσης, το σύγγραμμα στοχεύει στο να βοηθήσει τον επαγγελματία μηχανολόγο μηχανικό κατά το στάδιο της σχεδιομελέτης και κατά τη λειτουργία μιάς κατασκευής, να αποφεύγει ταλαντωτικά-δυναμικά προβλήματα.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους διατελέσαντες και τους νυν συνεργάτες του ΕΕΔΜ, για την συμπαράστασή τους στην αύξηση της επιστημονικής γνώσης στην περιοχή αυτή. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους συνεργάτες μου, τον αναπληρωτή καθηγητή Ι. Τσιάφη του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Α.Π.Θ., τον Δρ. Μηχ. Μηχ. Ι. Μυρισίδη, όπως και τον φοιτητή Μηχ. Μηχ. του Α.Π.Θ. Χ. Τσιάφη για την επιμέλεια της παρούσας έκδοσης του συγγράμματος, καθώς και τον Εκδοτικό Οίκο Ζήτη.

Καθηγητής Κ.-Δ. Μπουζάκης

Διευθυντής του ΕΕΔΜ

Τακτικό μέλος της Διεθνούς Ακαδημίας

Τεχνικών Παραγωγής (CIRP)

Θεσσαλονίκη, Οκτώβριος 2010

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1	1
Εισαγωγή	
1.1 Μαθηματική περιγραφή της ταλαντωτικής συμπεριφοράς	2
1.2 Στιβαρότητα υλικών και κατασκευών	5
1.3 Απόσβεση υλικών κατασκευών	6
Κεφάλαιο 2	9
Ταλαντώσεις ενός βαθμού ελευθερίας γραμμικών μοντέλων	
2.1 Ελεύθερες ταλαντώσεις ενός βαθμού ελευθερίας γραμμικών μοντέλων	9
2.1.1 Ελεύθερες ταλαντώσεις ενός βαθμού ελευθερίας γραμμικών μοντέλων χωρίς απόσβεση	11
2.1.2 Ελεύθερες ταλαντώσεις ενός βαθμού ελευθερίας γραμμικών μοντέλων με απόσβεση	14
2.1.2.1 Ελεύθερη ταλάντωση με ασθενή απόσβεση	16
2.1.2.2 Ελεύθερη ταλάντωση με μέτρο απόσβεσης ίσο με τη μονάδα	20
2.1.2.3 Ελεύθερη ταλάντωση με ισχυρή απόσβεση	21
2.2 Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ενός βαθμού ελευθερίας	22
2.3 Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις με αρμονική διέγερση γραμμικών μοντέ- λων ενός βαθμού ελευθερίας	24
2.3.1 Αρμονικές διεγέρσεις με σταθερό εύρος	25
2.3.1.1 Μόνιμη κατάσταση εξαναγκασμένης ταλάντωσης με από- σβεση	28
2.3.1.2 Μεταβατική κατάσταση εξαναγκασμένης ταλάντωσης με απόσβεση	31

2.3.1.3	Μεταβατική και μόνιμη κατάσταση εξαναγκασμένης ταλάντωσης χωρίς απόσβεση	33
2.3.2	Αρμονικές διεγέρσεις με εύρος εξαρτώμενο από τη συχνότητα διέγερσης	35
2.3.3	Αρμονικές διεγέρσεις μετατόπισης	37
2.3.4	Διεγέρσεις μορφής αθροίσματος αρμονικών όρων	40
2.4	Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις με περιοδική διέγερση γραμμικών μοντέλων ενός βαθμού ελευθερίας	44
2.4.1	Ανάλυση περιοδικής συνάρτησης κατά Fourier	45
2.4.2	Προσδιορισμός γενικής λύσης της μετατόπισης	48
2.5	Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις με απεριοδική διέγερση γραμμικών μοντέλων ενός βαθμού ελευθερίας	51
2.5.1	Προσδιορισμός της συνάρτησης βάρους	52
2.5.2	Υπολογισμός μερικής λύσης με τη βοήθεια του ολοκληρώματος αναδίπλωσης (Ολοκλήρωμα Duhamel)	53
2.5.3	Υπολογισμός μερικής λύσης με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Fourier σε συνδυασμό με το θεώρημα αναδίπλωσης	60
2.5.3.1	Μετασχηματισμός Fourier απεριοδικής συνάρτησης	60
2.5.3.2	Προσδιορισμός της μερικής λύσης-θεώρημα αναδίπλωσης	65

Κεφάλαιο 3

Μελέτη ταλαντώσεων πολλών βαθμών ελευθερίας γραμμικών μοντέλων

3.1	Μεθοδολογίες κατά την προσεγγιστική μελέτη των ταλαντώσεων κατασκευών	71
3.2	Μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς μηχανικών διατάξεων, με τη βοήθεια διακριτών μοντέλων	73
3.2.1	Παραδείγματα δημιουργίας διακριτών μοντέλων	76
3.3	Κατάσρωση εξισώσεων δυναμικής ισορροπίας των στοιχείων, ενός διακριτού μοντέλου	79
3.3.1	Κατάσρωση εξισώσεων δυναμικής ισορροπίας του μονοδιάστατου εφελκυστικού - θλιπτικού στοιχείου σχάρας, με ασυνεχώς κατανεμημένη μάζα	80
3.3.1.1	Ακριβής επίλυση των διαφορικών εξισώσεων της δυναμικής ισορροπίας του εφελκυστικού θλιπτικού στοιχείου, ασυνεχώς κατανεμημένης μάζας και προσδιορισμός του μητρώου του μεταφοράς	82

3.3.1.2	Προσεγγιστική επίλυση των διαφορικών εξισώσεων της δυναμικής ισορροπίας του εφελκυστικού θλιπτικού στοιχείου, ασυνεχώς κατανεμημένης μάζας και προσδιορισμός του μητρώου του μεταφοράς	83
3.3.2	Κατάστρωση εξισώσεων δυναμικής ισορροπίας του καμπτικού στοιχείου ασυνεχώς κατανεμημένης μάζας, με δύο βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο και προσδιορισμός του μητρώου του μεταφοράς	84
3.4	Προσδιορισμός των μητρώων στιβαρότητας στοιχείων, από τα μητρώα τους μεταφοράς	87
3.5	Κατάστρωση εξισώσεων δυναμικής ισορροπίας ενός διακριτού μοντέλου	92
3.6	Κατάστρωση των ολικών μητρώων στιβαρότητας και απόσβεσης, βάσει των αντίστοιχων μητρώων των επί μέρους στοιχείων (Direct - Stiffness - Method), σε μοντέλο με ένα βαθμό ελευθερίας ανά κόμβο	95
3.7	Κατάστρωση των ολικών μητρώων αδρανείας, στιβαρότητας και απόσβεσης, βάσει των αντίστοιχων μητρώων των επί μέρους στοιχείων (Direct-Stiffness-Method), σε μοντέλα με πολλούς βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο	97
3.8	Αλλαγή συστήματος συντεταγμένων, των μητρώων στιβαρότητας των στοιχείων ενός διακριτού μοντέλου	103
3.9	Προσδιορισμός της θέσης της στατικής ισορροπίας του μοντέλου μιας κατασκευής	109
3.9.1	Προσδιορισμός των φορτίσεων των κόμβων ενός μοντέλου μιας κατασκευής, βάσει των εξωτερικών φορτίσεων και του ίδιου βάρους των στοιχείων	109
3.9.2	Προσδιορισμός της θέσης της στατικής ισορροπίας των κόμβων του μοντέλου μιας κατασκευής	112
3.10	Κατάστρωση εξισώσεων δυναμικής ισορροπίας με τη βοήθεια των συντελεστών επιρροής	115
3.11	Περιγραφή της ταλαντωτικής συμπεριφοράς κατασκευών μέσω του προσδιορισμού συναρτήσεων μεγεθύνσεώς τους	117
3.12	Παράδειγμα κατάστρωσης του μητρώου στιβαρότητας και αδρανείας του διακριτού μοντέλου μιας κατασκευής και υπολογισμοί της θέσης της στατικής ισορροπίας της	121
3.12.1	Κατάστρωση των μητρώων αδρανείας και στιβαρότητας	121
3.12.2	Υπολογισμός της θέσης της στατικής ισορροπίας	126
3.12.3	Παράδειγμα υπολογισμού της στατικής παραμόρφωσης, κατασκευής σύνθετης γεωμετρίας	128

3.13	Περιορισμός διαστάσεων μητρώων	132
3.13.1	Περιορισμός διαστάσεων μητρώων βάσει γνωστών κινηματικών συνθηκών	132
3.13.2	Περιορισμός διαστάσεων μητρώων βάσει γνωστών δυναμικών συνθηκών (συμπύκνωση μητρώου)	133

Κεφάλαιο 4

Μέθοδοι επίλυσης εξισώσεων δυναμικής ισορροπίας

4.1	Ελεύθερη ταλάντωση χωρίς απόσβεση	139
4.2	Ελεύθερη ταλάντωση με απόσβεση	144
4.2.1	Ελεύθερη ταλάντωση πολλών βαθμών ελευθερίας, με μητρώο απόσβεσης, γραμμικό συνδυασμό, του μητρώου μάζας και του μητρώου στιβαρότητας	145
4.2.2	Ελεύθερη ταλάντωση πολλών βαθμών ελευθερίας με γενικό μητρώο απόσβεσης	146
4.2.2.1	Επίλυση της δευτεροβαθμίου μητρωϊκής εξίσωσης δυναμικής ισορροπίας, μέσω αναγωγής της σε πρωτοβάθμια	147
4.2.2.2	Επίλυση της δευτεροβαθμίου μητρωϊκής εξίσωσης δυναμικής ισορροπίας μέσω αναγωγής της σε πρωτοβάθμιο κατά Duncan	151
4.3	Εξαναγκασμένη ταλάντωση με περιοδική διέγερση. Γενικός τρόπος προσδιορισμού μιας μερικής λύσης	155
4.3.1	Εξαναγκασμένη ταλάντωση με αρμονική διέγερση και μητρώο απόσβεσης γραμμικό συνδυασμό του μητρώου μάζας και του μητρώου στιβαρότητας	158
4.3.2	Εξαναγκασμένη ταλάντωση με αρμονική διέγερση και γενικό μητρώο απόσβεσης	160
4.4	Εξαναγκασμένη ταλάντωση με απεριοδική διέγερση	162
4.4.1	Εξαναγκασμένη ταλάντωση με μητρώο απόσβεσης γραμμικό συνδυασμό του μητρώου μάζας και του μητρώου στιβαρότητας	162
4.4.2	Εξαναγκασμένη ταλάντωση πολλών βαθμών ελευθερίας με γενικό μητρώο απόσβεσης	163
4.5	Παραδείγματα εφαρμογής της μεθόδου επίλυσης εξισώσεων της δυναμικής ισορροπίας, μέσω της ανάλυσης των ιδιόμορφων	165
4.5.1	Ελεύθερη ταλάντωση, χωρίς απόσβεση γραμμικού μοντέλου	165
4.5.2	Εξαναγκασμένη ταλάντωση, χωρίς απόσβεση, γραμμικού μοντέλου	171
4.5.3	Ελεύθερη ταλάντωση με γενικό μητρώο απόσβεσης	173

4.5.3.1	Εφαρμογή της διαδικασίας που περιγράφεται στην παρά- γραφο 4.2.2.1	173
4.5.3.2	Εφαρμογή της μεθόδου κατά Duncan της παραγράφου 4.2.2.2	176
4.5.4	Εξαναγκασμένη ταλάντωση με αρμονική διέγερση και γενικό μη- τρώ απόσβεσης	180
4.6	Παράδειγμα υπολογισμού ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών, σύνθετης μηχανολογικής διάταξης	181

Κεφάλαιο 5

187

Στρεπτικές ταλαντώσεις

5.1	Εύρεση Ισοδυνάμων συστημάτων για πραγματικούς στρεπτικούς ταλα- ντωτές	189
5.1.1	Αναγωγή σε κοινή διάμετρο	189
5.1.2	Αναγωγή σε ένα άξονα	190
5.1.3	Αναγωγή διατομών στροφάλων σ' ένα άξονα	192
5.2	Προσδιορισμός ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών στρεπτικών ταλαντω- τών με ασυνεχή κατανομή περιστρεφόμενων μαζών	193
5.2.1	Στρεπτικό σύστημα με ένα βαθμό ελευθερίας	194
5.2.2	Στρεπτικό σύστημα με πολλούς βαθμούς ελευθερίας	197
5.2.3	Προσεγγιστικοί τρόποι υπολογισμού ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορ- φών	199
5.2.3.1	Μέθοδος Holzer	200
5.2.3.2	Μέθοδος Gumbel (-Holzer-Tolle)	202
5.3	Προσδιορισμός ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών στρεπτικών ταλαντω- τικών συστημάτων με συνεχή κατανομή περιστρεφόμενων μαζών	204
5.4	Παράδειγμα κατάστροφησης ισοδυνάμου συστήματος και υπολογισμού στρεπτικών ιδιοσυχνοτήτων με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερα- σμένων στοιχείων (FEM)	209
5.4.1	Στρεπτικές ταλαντώσεις μειωτήρα με διάταξη ισοκατανομής ισχύος από πινιόν προς τρεις άξονες	209
5.4.2	Περιγραφή της ταλαντωτικής στρεπτικής συμπεριφοράς πολυβάθ- μιων μειωτήρων με διαιρέσεις ισχύος σε βαθμίδες τους με τη βοήθεια ισοδυνάμων συστημάτων	213
5.4.3	FEM προσομοίωση της στρεπτικής συμπεριφοράς του μειωτήρα	214
5.4.4	Ταλαντωτική συμπεριφορά σε στρέψη μειωτήρα με ελαστικό στρε- πτικά άξονα πινιόν 2ης βαθμίδας	217

5.4.5 Μέτρα για τη βελτίωση της στρεπτικής ταλαντωτικής συμπεριφοράς του μειωτήρα για την αποφόρτιση των οδοντωτών τροχών της 3ης βαθμίδας	219
--	-----

Κεφάλαιο 6

Ζυγοστάθμιση

6.1 Γενικά	223
6.2 Ορισμός του μεγέθους της αζυγοσταθμίας	226
6.3 Παραστάσεις της κατάστασης αζυγοσταθμίας ενός περιστρεφόμενου σώματος	229
6.3.1 Περιγραφή της αζυγοσταθμίας μέσω σταυρού αζυγοσταθμιών	230
6.3.2 Περιγραφή της αζυγοσταθμίας μέσω της ολικής αζυγοσταθμίας και της ροπής αζυγοσταθμίας	233
6.4 Χαρακτηριστικές περιπτώσεις αζυγοσταθμίας	236
6.5 Ταλαντώσεις δημιουργούμενες από αζυγοσταθμίες	238
6.5.1 Ταλαντώσεις δημιουργούμενες από αζυγοσταθμίες σε απολύτως στιβαρά σώματα	239
6.5.2 Ταλαντώσεις δημιουργούμενες από αζυγοσταθμίες σε ελαστικά σώματα	241
6.6 Είδη ζυγοστάθμισης	247
6.6.1 Στατική ζυγοστάθμιση	247
6.6.2 Δυναμική ζυγοστάθμιση	247
6.6.2.1 Ζυγοστάθμιση συντονισμού	250
6.6.2.2 Υποκρίσιμη ζυγοστάθμιση	251
6.6.2.3 Υπερκρίσιμη ζυγοστάθμιση	252
6.7 Μέθοδοι ζυγοστάθμισης	253
6.7.1 Ζυγοστάθμιση με τη βοήθεια ειδικών μηχανών	254
6.7.2 Ζυγοστάθμιση υπό συνθήκες λειτουργίας	257
6.7.2.1 Γραφική αναλυτική μέθοδος υπολογισμού	260
6.7.2.2 Αναλυτική μέθοδος υπολογισμού	261
6.7.2.3 Κριτική επισκόπηση των μεθόδων της υπό συνθήκες λειτουργίας ζυγοστάθμισης. Παρουσίαση μιας απλής διαδικασίας, απαιτητικής όμως σε υπό συνθήκες λειτουργίας ζυγοστάθμισης χρόνο διεξαγωγής	263
6.8 Ανοχές ζυγοστάθμισης	265

Κεφάλαιο 7**Μέτρηση ταλαντώσεων μηχανών και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων μέτρησης**

271

7.1	Είδη μετρήσεων μιας μηχανικής ταλάντωσης	272
7.2	Διάταξη μέτρησης της απολύτου μετατόπισης μηχανικής ταλάντωσης	274
7.3	Διάταξη μέτρησης της απολύτου ταχύτητας μηχανικής ταλάντωσης	277
7.4	Διάταξη μέτρησης της απολύτου επιτάχυνσης μηχανικής ταλάντωσης	279
7.5	Ανίχνευση συχνοτήτων διέγερσης μέσω της μέτρησης της απολύτου ταχύτητας	282
7.6	Ορισμός της δρώσης τιμής v_{eff} της απολύτου ταχύτητας	284
7.7	Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων μέτρησης της απολύτου ταχύτητας	286
7.8	Ορισμός της έντασης ταλάντωσης και επιτρεπόμενες τιμές της, για διάφορες ομάδες μηχανών κατά τον κανονισμό VDI	289
7.9	Επιτρεπόμενες τιμές καταπονήσεων του ανθρώπινου σώματος κατά ISO 2631 και VDI 2057	299
7.10	Έλεγχος αντοχής κεφαλής ανάρτησης ταξιδιωτικής άμαξας ρωμαϊκής εποχής και μελέτη των συνθηκών άνεσης των επιβατών	307

Κεφάλαιο 8**Αποφυγή μετάδοσης μηχανικών ταλαντώσεων.**

312

Δυναμικός υπολογισμός εδράσεων μηχανικών συστημάτων

8.1	Υπολογισμός του συντελεστού διαπερατότητας	314
8.2	Σχεδίαση θεμελίωσης μιας μηχανής για ενεργητική αποφυγή μετάδοσης ταλάντωσης	316
8.2.1	Σχεδίαση θεμελίωσης όταν το εύρος της δύναμης διέγερσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα	317
8.2.2	Σχεδίαση θεμελίωσης όταν το εύρος της δυνάμεως διέγερσης εξαρτάται από τη συχνότητα	320
8.3	Σχεδίαση θεμελίωσης μιας μηχανής για παθητική αποφυγή μετάδοσης ταλάντωσης	321
8.4	Θεμελίωση μηχανών με πολλούς βαθμούς ελευθερίας	322
8.5	Ελαστικά πέλαμα έδρασης μηχανών	327

8.6	Παραδείγματα υπολογισμού εδράσεων μηχανικών συγκροτημάτων	329
8.6.1	Παράδειγμα υπολογισμού στιβαρής έδρασης μηχανικού συγκροτήματος	330
8.6.2	Παράδειγμα υπολογισμού ελαστικής έδρασης μηχανικού συγκροτήματος	334

Κεφάλαιο 9

Αποφυγή δημιουργίας ταλαντώσεων μέσω προσθήκης μάζας καθυσύχασης

9.1	Σύνδεση μάζας καθυσύχασης μόνο με ελατήριο	340
9.2	Σύνδεση μάζας καθυσύχασης με ελατήριο και αποσβεστήρα	342
9.3	Σύνδεση μάζας καθυσύχασης μόνο με αποσβεστήρα	346
9.4	Πρακτικές εφαρμογές αποφυγής δημιουργίας ταλάντωσης μέσω προσθήκης μάζας καθυσύχασης	348

Κεφάλαιο 10

Προσδιορισμός κινηματικών μεγεθών, αδρανειακών δυνάμεων και ροπών

10.1	Περιγραφή της κινηματικής δομής μηχανικών διατάξεων και μέθοδοι υπολογισμού κινηματικών μεγεθών	354
10.2	Αριθμητικός υπολογισμός κινηματικών μεγεθών	358
10.2.1	Υπολογισμός γωνιών περιστροφής μελών, ή αντίστοιχα μετατοπίσεων ολισθαινόντων μελών	358
10.2.2	Υπολογισμός ταχυτήτων και επιταχύνσεων μελών	360
10.2.3	Υπολογισμός κινηματικών μεγεθών τυχόντων σημείων μηχανικής διάταξης	361
10.2.4	Παράδειγμα αριθμητικού υπολογισμού κινηματικών μεγεθών	363
10.3	Αναλυτικός υπολογισμός κινηματικών μεγεθών	367
10.3.1	Υπολογισμός μετατοπίσεων και περιστροφών των μελών	368
10.3.2	Υπολογισμός κινηματικών μεγεθών τυχόντων σημείων	371
10.4	Προσδιορισμός αδρανειακών δυνάμεων και ροπών	372
10.4.1	Αναλυτικός προσδιορισμός δυνάμεων και ροπών μέσω επίλυσης του συστήματος εξισώσεων περιγραφής της δυναμικής ισορροπίας των επί μέρους μελών μηχανικής διάταξης	374

10.4.2 Προσδιορισμός των δυνάμεων επί των αρθρώσεων και της ροπής επί του κινητηρίου μέλους	374
10.4.3 Υπολογισμός των καταπονήσεων του πλαισίου μηχανικής διάταξης	378

Κεφάλαιο 11

Εξισορρόπηση μαζών

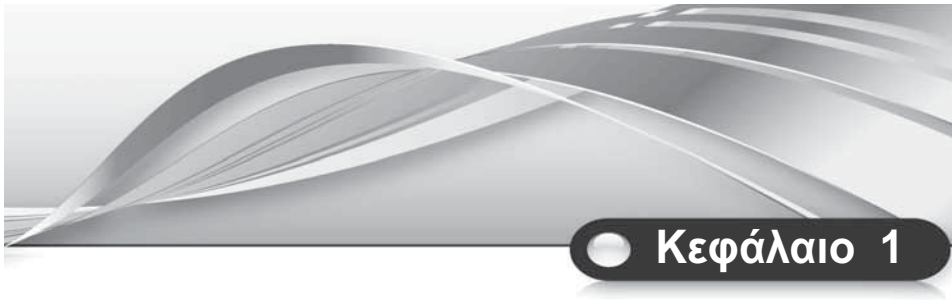
11.1 Εξισορρόπηση μαζών μέσω προσθήκης μαζών αντιστάθμισης (αντίβαρα) ...	386
11.1.1 Εξουδετέρωση (ή περιορισμός) των αδρανειακών δυνάμεων μέσω προσθήκης μαζών αντιστάθμισης	387
11.1.2 Εξουδετέρωση (ή περιορισμός) των αδρανειακών ροπών μέσω προσθήκης μαζών αντιστάθμισης	392
11.2 Εξουδετέρωση των αδρανειακών δυνάμεων μέσω εξισοροποιητικών μηχανισμών	393
11.3 Εξουδετέρωση (ή περιορισμός) αδρανειακών καταπονήσεων μέσω καταλλήλου κατασκευαστικής διαμόρφωσης ή συγχρόνης και άλλων μεθοδολογιών	398
11.3.1 Κατασκευαστικές διαμορφώσεις πολυκυλίνδρων κινητήρων και συμπιεστών	398
11.3.2 Προσδιορισμός των αδρανειακών δυνάμεων πολυκυλίνδρων μηχανικών διατάξεων	401
11.3.2.1 Κινητήρες με κυλίνδρους διατεταγμένους σε σειρά	401
11.3.2.2 Κινητήρες με V - διάταξη κυλίνδρων	405
11.3.2.3 Κινητήρας με εναλλάξ συμμετρικά διατεταγμένους κυλίνδρους	406
11.3.3 Προσδιορισμός των αδρανειακών ροπών πολυκυλίνδρων μηχανικών διατάξεων	408
11.3.3.1 Δικόλινδρος τετράχρονος κινητήρας σειράς	408
11.3.3.2 Δικόλινδρος δίχρονος κινητήρας σειράς	410
11.3.3.3 Δικόλινδρος τετράχρονος κινητήρας, με εναλλάξ συμμετρικά διατεταγμένους κυλίνδρους	410
11.3.3.4 Τρικόλινδρος εμβολοφόρος κινητήρας σειράς	411
11.4 Εξουδετέρωση των αδρανειακών δυνάμεων και ροπών σε πολυκύλινδρους κινητήρες	413

Κεφάλαιο 12**Σταθεροποίηση ροής ισχύος**

419

12.1 Υπολογισμός της χρονικής μεταβολής των κινηματικών μεγεθών σημείων των μελών μηχανικής διάταξης, ως συναρτήσεις των κινηματικών μεγεθών του μέλους αναγωγής	420
12.2 Κατάστρωση εξίσωσης κίνησης του μέλους αναγωγής (Εξίσωση κίνησης στιβαρής μηχανής)	421
12.3 Υπολογισμός μεγεθών υπεισερχομένων στην εξίσωση κίνησης στιβαρής μηχανής	422
12.3.1 Υπολογισμός της ολικής κινηματικής ενέργειας των μελών μηχανικής διάταξης. Ορισμός της ολικής ανηγμένης στο μέλος αναγωγής, μαζικής ροπής αδρανείας	422
12.3.2 Υπολογισμός της ολικής δυναμικής ενέργειας των μελών μηχανικής διάταξης	424
12.3.3 Υπολογισμός της ανηγμένης ροπής στρέψης	426
12.3.4 Διατυπώσεις της εξίσωσης κίνησης της στιβαρής μηχανής, βάσει των ορισθέντων στις προηγούμενες παραγράφους μεγεθών	428
12.4 Επίλυση της εξίσωσης της στιβαρής μηχανής για τον προσδιορισμό της χρονικής μεταβολής της περιστροφής του μέλους αναγωγής	426
12.4.1 Προσδιορισμός της χρονικής μεταβολής της περιστροφής του μέλους αναγωγής, με τη βοήθεια του έργου των εξωτερικά εφαρμοζόμενων δυνάμεων	428
12.4.2 Προσδιορισμός της χρονικής μεταβολής της περιστροφής του μέλους αναγωγής, με επίλυση της διαφορικής μορφής της εξίσωσης κίνησης της στιβαρής μηχανής	430
12.5 Υπολογισμός Βαθμού ανομοιομορφίας	433
12.5.1 Υπολογισμός του βαθμού ανομοιομορφίας σε μηχανικές διατάξεις χωρίς εξωτερικά φορτία	436
12.5.2 Υπολογισμός του βαθμού ανομοιομορφίας όταν το έργο των εξωτερικά εφαρμοζόμενων δυνάμεων είναι σημαντικά μικρότερο της κινηματικής ενέργειας του μέλους αναγωγής και οι διακυμάνσεις της ανηγμένης μαζικής ροπής αδρανείας μικρές	437
12.6 Υπολογισμός σφονδύλων	438
12.7 Παράδειγμα επίλυσης της εξίσωσης κίνησης της στιβαρής μηχανής για τον προσδιορισμό σφονδύλων	440

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 447**ΑΣΚΗΣΕΙΣ** 453



Εισαγωγή

Κατά τη μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς μηχανών και μηχανικών διατάξεων διακρίνονται γενικά δύο είδη. Αυτές που υπό συνθήκες λειτουργίας διατηρούν τη γεωμετρική τους μορφή, την περιγραφόμενη στα κατασκευαστικά σχέδια, καθώς και μηχανές και μηχανικές διατάξεις, που υπό συνθήκες λειτουργίας παραμορφώνονται. Ως παραμόρφωση δεν εννοείται η αλλαγή της γεωμετρίας λόγω εξάσκησης μη χρονικά μεταβαλλομένων φορτίων, η οποία μπορεί να υπολογιστεί με εφαρμογή μεθόδων της στατικής. Ως αλλαγή της γεωμετρίας εννοείται η προκαλούμενη από χρονικά μεταβαλλόμενα φορτία, ή λόγω κινήσεων μίας κατασκευής κατά την επάνοδό της στη θέση της στατικής ισορροπίας, μετά από εκτροπή της από αυτή [HAR 52, HUB 57, JOR 52, OEH 52, MAR 79].

Τόσο οι στατικές όσο και οι δυναμικές παραμορφώσεις δημιουργούνται λόγω της πεπερασμένης στιβαρότητας των κατασκευών. Ειδικά σε μηχανολογικές κατασκευές, η επιδίωξη της μείωσης του βάρους τους με σκοπό κυρίως την μείωση του κόστους, οδηγεί σε περιορισμένες στιβαρότητες. Οι μικρές στιβαρότητες αποτελούν ευνοϊκή προϋπόθεση για τη δημιουργία δυναμικών παραμορφώσεων. Η αποφυγή αυτών των παραμορφώσεων αποτελεί σημαντικό πρόβλημα, που συχνά απαντάται και αντιμετωπίζεται τόσο κατά την κατασκευαστική σχεδιαστική, όσο και κατά τη λειτουργία των διαφόρων μηχανικών διατάξεων.

Οι μηχανικές παραμορφώσεις των κατασκευών δεν παραμένουν σταθερές, αλλά έχουν τη μορφή παλινδρομικών κινήσεων, που ονομάζονται ταλαντώσεις, γύρω από τη θέση της στατικής ισορροπίας [ΔΗΜ 77.1, 77.2].

Η μελέτη των μηχανών που μπορεί να παραμορφώνονται κατά τη λειτουργία τους, είναι το αντικείμενο της γνωστικής περιοχής των ταλαντώσεων, ενώ των απαραμορφώτων της δυναμικής των μηχανών. Τα κεφάλαια 1 μέχρι 9 του παρόντος βιβλίου πραγματεύονται χαρακτηριστικά προβλήματα των ταλαντώσεων και τα κεφάλαια 10 έως 12 της δυναμικής μηχανών, με έμφαση στις πρακτικές εφαρμογές.

Η μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς των κατασκευών στοχεύει αφενός στον προσδιορισμό της γεωμετρίας της κατασκευής υπό συνθήκες λειτουργίας, αφετέρου στον υπολογισμό των συνθηκών λειτουργίας, υπό τις οποίες στην κατασκευή δημιουργούνται σημαντικά εύρη παραμόρφωσης (καταστάσεις συντονισμού). Από την άλλη πλευρά, η δυναμική μηχανών στοχεύει στον περιορισμό των αδρανειακών καταπονήσεων, που δημιουργούνται λόγω των κινήσεων των μελών μηχανικών διατάξεων μέσω εξισορρόπησης των μαζών και της ροής ισχύος.

1.1 Μαθηματική περιγραφή της ταλαντωτικής συμπεριφοράς

Υπάρχουν διάφορες μεθοδολογίες για την μαθηματική περιγραφή της ταλαντωτικής συμπεριφοράς μηχανικών διατάξεων.

Μεγάλο πρακτικό ενδιαφέρον και ευρεία εφαρμογή έχουν σήμερα, μέσω της χρησιμοποίησης των ηλεκτρονικών υπολογιστών, μεθοδολογίες κατά τις οποίες η κατασκευή περιγράφεται με τη βοήθεια ενός προσομοιωτικού προτύπου (μοντέλου). Το μοντέλο προσεγγιστικά έχει ισοδύναμες ιδιότητες με την κατασκευή, σχετικά με τα παρακάτω βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη της:

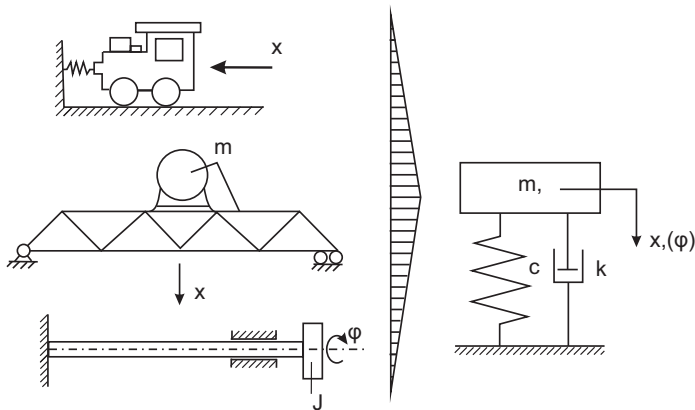
- ▶ την αδράνεια
- ▶ την στιβαρότητα
- ▶ την απόσβεση
- ▶ την μετατόπιση, ή ανάλογα με την περίπτωση, την περιστροφή στην κατεύθυνση, ή στις κατευθύνσεις (βαθμοί ελευθερίας) των ταλαντωτικών κινήσεων.

Τα μεγέθη αυτά αναφέρονται στη συνολική κατασκευή, ή και σε επιμέρους μέλη της.

Στο **σχήμα 1.1** εικονίζονται τρία παραδείγματα υποκατάστασης της πραγματικής γεωμετρίας κατασκευών, με προσομοιωτικά πρότυπα, προκειμένου να μελετηθεί η ταλαντωτική συμπεριφορά τους.

Και τα τρία μοντέλα επιτρέπουν κίνηση μόνο σε μία κατεύθυνση, δηλαδή είναι ενός βαθμού ελευθερίας.

Στις πρώτες δύο περιπτώσεις, επειδή ενδιαφέρει ο προσδιορισμός της κίνησης και των λόγω αυτής προκαλούμενων παραμορφώσεων στην κατεύθυνση x , του οχήματος κατά την πρόσκρουσή του σε σταθερό εμπόδιο, της γερανογέφυρας κατά τη λειτουργία του κινητήρα, το χαρακτηριστικό μέγεθος της αδρανείας εκφράζεται από την μεταφορικά μετακινούμενη μάζα m των κατασκευών αυτών, στην ορισθείσα κατεύθυνση x . Οι μάζες αυτές θεωρούνται ότι κατά την κίνηση δεν παραμορφώνονται.



Σχήμα 1.1: Προσομοίωση κατασκευών με πρότυπο (μοντέλο) ενός βαθμού ελευθερίας για τη μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς τους.

Στο τρίτο παράδειγμα επειδή ενδιαφέρει η παραμόρφωση της ατράκτου στην στρεπτική κατεύθυνση φ , κατά πιθανή ταλαντωτική περιστροφική κίνηση του λειαντικού τροχού, η αδράνεια εκφράζεται με τη μαζική ροπή αδρανείας του λειαντικού τροχού, ως προς τον άξονα της περιστροφής. Εν προκειμένω ο λειαντικός τροχός θεωρείται απαραμόρφωτος και η άτρακτος μηδενικής μάζας.

Η στιβαρότητα των κατασκευών στα πρώτα δύο παραδείγματα περιγράφεται από τη σταθερά ελατηρίου c , που εκφράζει τη δύναμη, την απαιτούμενη να εξασκηθεί κατά την κατεύθυνση x στην κατασκευή, για να παραμορφωθεί κατά μια μονάδα μήκους στην ίδια κατεύθυνση.

Στην περίπτωση της ατράκτου του λειαντικού τροχού, η στιβαρότητά της εκφράζεται με τη σταθερά ελατηρίου σε περιστροφική κατεύθυνση. Η σταθερά αυτή υποδηλώνει τη ροπή που πρέπει να εξασκηθεί, για να παραμορφωθεί η άτρακτος κατά μια μονάδα γωνιακής (περιστροφικής) μετατόπισης.

Συνήθως, επειδή οι μετατοπίσεις, ή οι περιστροφές δεν εξαρτώνται γραμμικά από τις προκαλούσες αυτές φορτίσεις, για την απλοποίηση των μαθηματικών

σχέσεων που περιγράφουν τη δυναμική ισορροπία, θεωρείται ότι υφίσταται ένας γραμμικός νόμος αλληλοεξάρτησης μεταξύ φόρτισης και μετακίνησης. Έτσι οι αντίστοιχες σταθερές ελατηρίου σε μεταφορική ή περιστροφική κίνηση έχουν τιμές, μη εξαρτώμενες από το μέγεθος της φόρτισης. Σε επόμενες παραγράφους δίδονται περισσότερες επεξηγήσεις για την αλληλοεξάρτηση αυτή.

Τέλος με το χαρακτηριστικό μέγεθος της απόσβεσης (σταθερά k) περιγράφεται η μετατροπή της κινητικής ενέργειας, που βάσει αυτής κάποια κατασκευή, ή τα μέλη της εκτελούν ταλαντωτικές κινήσεις, συνήθως σε θερμότητα και τοιουτοτρόπως παρέχεται η δυνατότητα αποβολής της από το ταλαντούμενο σύστημα.

Ο πλέον χρησιμοποιούμενος νόμος περιγραφής του φαινομένου αυτού είναι επίσης γραμμικός και υποδηλώνει, ότι λόγω της απόσβεσης δημιουργείται μια δύναμη, η οποία παράγει το έργο, που αποβάλλεται από το ταλαντούμενο σύστημα. Η δύναμη αυτή είναι ανάλογη της ταχύτητας της μετατόπισης (βισκοαπόσβεση). Σταθερά αναλογίας είναι εν προκειμένω η σταθερά απόσβεσης k . Η φυσική έννοια της απόσβεσης και μεθοδολογίες περιγραφής της αναφέρονται σε επόμενες παραγράφους.

Το μοντέλο μιας κατασκευής για το οποίο ισχύουν οι παραπάνω παραδοχές γραμμικών αλληλοεξαρτήσεων μεταξύ της στιβαρότητας και της απόσβεσης αντίστοιχα με τη μετατόπιση και με την ταχύτητα της μετατόπισης, χαρακτηρίζεται ως γραμμικό.

Η μαθηματική σχέση που εκφράζει την ισορροπία όλων των δυνάμεων, που εξασκούνται στη μάζα του μοντέλου κατά την κίνησή της, είναι της μορφής:

$$m\ddot{x} + k\dot{x} + cx = f(t) \quad (1.1)$$

Η σχέση αυτή, βασιζόμενη στην αρχή του d' Alembert, εκφράζει την ισορροπία ανά πάσα χρονική στιγμή μεταξύ των δυνάμεων αδρανείας, απόσβεσης και παραμόρφωσης, με τις εξωτερικά εξασκούμενες φορτίσεις. Από μαθηματική άποψη η σχέση αυτή είναι μια ομογενής δευτεροβάθμια διαφορική εξίσωση με σταθερούς συντελεστές (σκληρογραμμική).

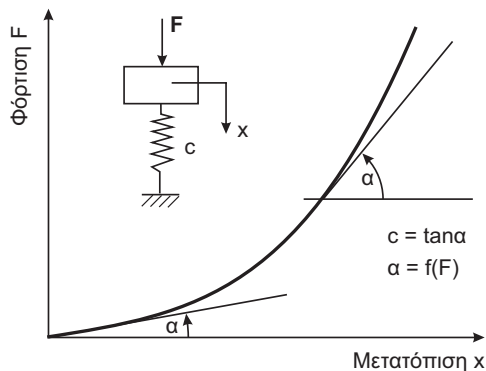
Μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν παρόμοιες αλληλοεξαρτήσεις ονομάζονται εξισώσεις δυναμικής ισορροπίας. Η κατάστρωσή τους και η επίλυσή τους αποτελεί το αντικείμενο επομένων κεφαλαίων. Ο προσδιορισμός της χρονικής συμπεριφοράς της μετατόπισης, επιτρέπει τον υπολογισμό της μεταβολής των προκαλούμενων τάσεων σε διάφορα μέλη μιας κατασκευής, που είναι απαραίτητες για την εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας της σε κόπωση.

1.2 Στιβαρότητα υλικών και κατασκευών

Γενικά η συμπεριφορά παραμόρφωσης ενός υλικού στην περιοχή της ελαστικής παραμόρφωσής του, μπορεί με ικανοποιητική ακρίβεια να περιγραφεί με τη βοήθεια γραμμικού νόμου (νόμος Hook). Για το λόγο αυτό, λαμβάνοντας υπόψη τη σταθερά ελατηρίου c , που εκφράζει την στιβαρότητα σε ένα σημείο και σε ορισμένη κατεύθυνση μιας κατασκευής, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η σχέση:

$$F = cx \quad (1.2)$$

Η εφαπτομένη της γωνίας κλίσης της καμπύλης της γραφικής παράστασης της φόρτισης, ως συνάρτηση της μετατόπισης, εκφράζει την τιμή της σταθεράς του ελατηρίου, (βλέπε **Σχήμα 1.2**).



Σχήμα 1.2: Χαρακτηριστική εξάρτηση της παραμόρφωσης από τη φόρτιση ελατηρίου c .

Όπως φαίνεται στο σχήμα, η τιμή της σταθεράς ελατηρίου μόνο σε μικρές επιμέρους περιοχές τιμών της μετατόπισης μπορεί να θεωρηθεί αμετάβλητη.

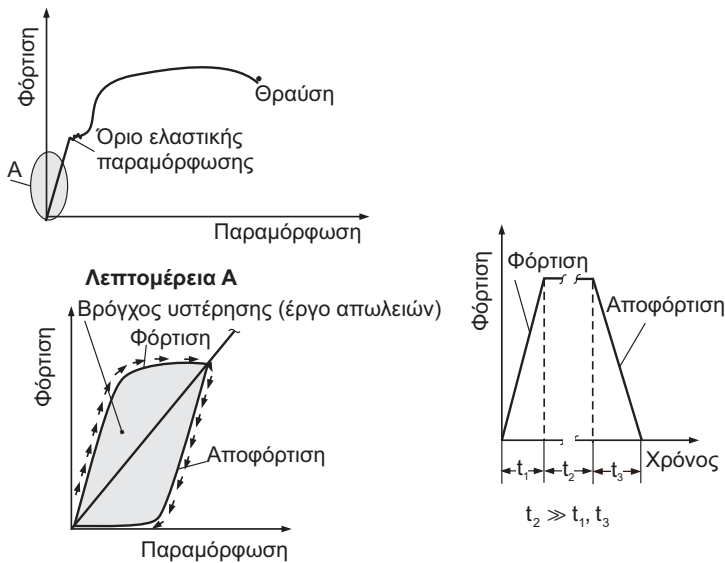
Για μεγαλύτερες τιμές της μετατόπισης σε πραγματικές κατασκευές, λόγω αλλαγής της γεωμετρίας και τοιουτοτρόπως των χαρακτηριστικών της στιβαρότητας, η σταθερά c εξαρτάται από το μέγεθος της φόρτισης

Για λόγους απλοποίησης των εξισώσεων της δυναμικής ισορροπίας η τιμή της σταθεράς ελατηρίου θεωρείται αμετάβλητη, εκφράζουσα την συμπεριφορά της στιβαρότητας μόνο σε ορισμένη περιοχή τιμών φόρτισης. Συγχρόνως η παραδοχή αυτή ανταποκρίνεται στην πρακτική επιδίωξη, του να προσδιορισθεί η ταλαντωτική συμπεριφορά μιας κατασκευής για μικρές περιοχές τιμών παραμορφώσεων, αφού μεγάλες παραμορφώσεις πρέπει να αποφεύγονται. Σημαντικό ενδια-

φέρον παρουσιάζει επίσης, ο προσδιορισμός των συνθηκών λειτουργίας, οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν σε σημαντικά εύρη ταλαντωτικών παραμορφώσεων, δηλαδή σε καταστάσεις συντονισμού.

1.3 Απόσβεση υλικών κατασκευών

Γενικά σε κάθε υλικό καταπονούμενο δυναμικά, με τιμές φορτίων που προκαλούν μη μόνιμες, δηλαδή ελαστικές παραμορφώσεις παρουσιάζεται το παρακάτω περιγραφόμενο φαινόμενο της ελαστικής υστέρησης [ΓΕΩ 67].

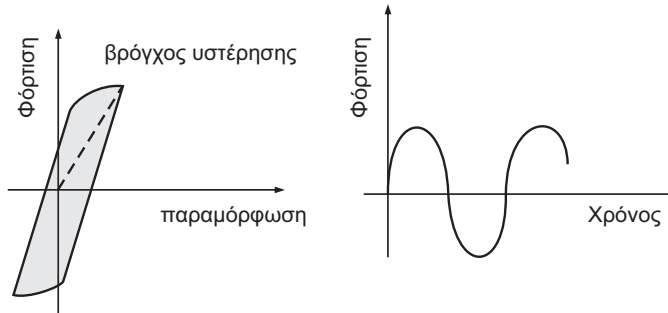


Σχήμα 1.3: Ελαστική υστέρηση σε γρήγορη φόρτιση-αποφόρτιση υλικών.

Όπως ενδεικτικά στο *σχήμα 1.3* φαίνεται, κατά την γρήγορη φόρτιση π.χ. εφελκυσμού, η ελαστική παραμόρφωση, λόγω αδρανείας του υλικού, δεν ακολουθεί γραμμικό νόμο. Αυτό συνεπάγεται πτώση της εσωτερικής τάσης του υλικού με σύγχρονη ψύξη, μέχρι να αποκατασταθεί η προβλεπόμενη από τη φόρτιση μη μόνιμη παραμόρφωση.

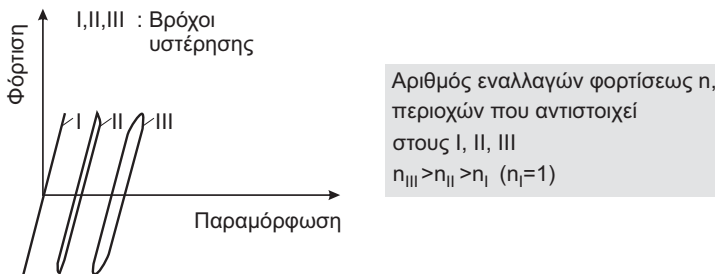
Κατά την γρήγορη αποφόρτιση, λόγω αδρανείας του υλικού, δεν ακολουθείται πάλι γραμμικός νόμος (βλέπε σχήμα), με αποτέλεσμα τη θέρμανση του υλικού. Έτσι ένας κύκλος φόρτισης-αποφόρτισης, οδηγεί σε απώλεια έργου, που αντιστοιχίζεται στην σκιαγραφημένη περιοχή του σχήματος.

Στο **σχήμα 1.4** φαίνεται η δημιουργία ενός βρόγχου ελαστικής υστέρησης, κατά αρμονικά μεταβαλλόμενη φόρτιση-διέγερση ενός υλικού.



Σχήμα 1.4: Δημιουργία βρόγχου υστέρησης κατά αρμονική διέγερση.

Οι επιφάνειες των βρόγχων αυτών και κατά συνέπεια η ιδιότητα απόσβεσης, εξαρτάται από το μέγεθος της ταχύτητας μεταβολής της φόρτισης, από την κρυσταλλογραφική δομή των υλικών, καθώς και από το συνολικό αριθμό κύκλων φορτίσεων (βλέπε **σχήμα 1.5**). Η τελευταία εξάρτηση εξηγεί και την διαφορετική συμπεριφορά απόσβεσης κατασκευών δυναμικά καταπονούμενων, και συγκεκριμένα την αύξησή της, μετά την πάροδο αρκετού χρόνου λειτουργίας τους.



Σχήμα 1.5: Βρόχοι υστέρησης κατά τη διάρκεια του χρόνου λειτουργίας μιας κατασκευής.

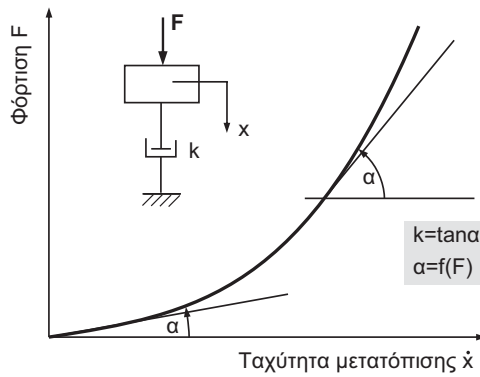
Η απόσβεση λόγω ελαστικής υστέρησης, σε συνδυασμό με αποσβέσεις λόγω τριβών μεταξύ μελών, ή και πλαστικών παραμορφώσεων μελών, οδηγεί στη δημιουργία της συνολικής απόσβεσης μιας μηχανικής διάταξης κατά την λειτουργία της.

Για τη μαθηματική περιγραφή της απόσβεσης υλικού γίνονται διάφορες παραδοχές. Πρακτικό ενδιαφέρον παρουσιάζει η παραδοχή, ότι η δύναμη απόσβε-

σης είναι ανάλογη της ταχύτητας της μετατόπισης (βισκοαπόσβεση) (βλέπε **σχήμα 1.6**).

$$F_k = k \cdot \dot{x} \quad (1.3)$$

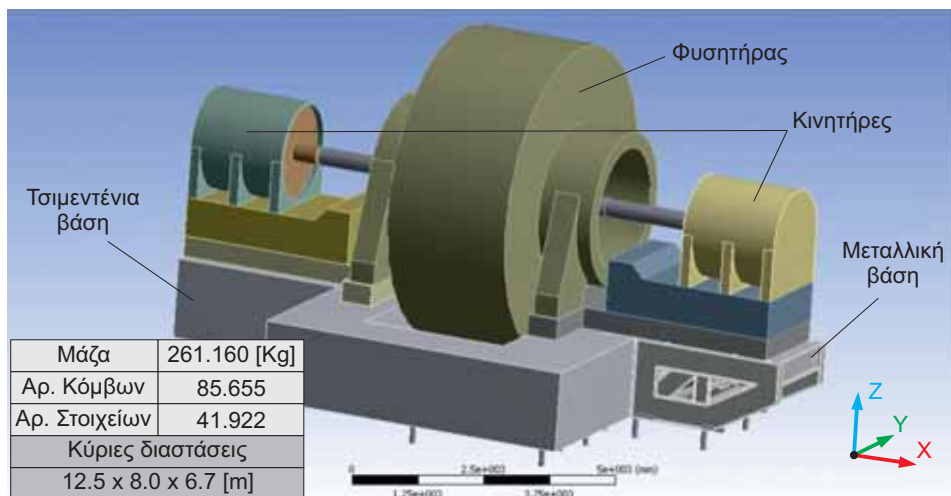
Ο νόμος αυτός χρησιμοποιείται κυρίως κατά τη μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς κατασκευών. Η σταθερά της απόσβεσης k , σύμφωνα με τα προηγούμενα αναφερθέντα, διαφοροποιείται σε διάφορες ταχύτητες μεταβολής της φόρτισης και συχνότητες διέγερσης, καθώς και διαφορετικά μεγέθη της φόρτισης.



Σχήμα 1.6: Χαρακτηριστική εξάρτηση της παραμόρφωσης από τη φόρτιση αποσβεστήρα k .

3.12.3 Παράδειγμα υπολογισμού της στατικής παραμόρφωσης, κατασκευής σύνθετης γεωμετρίας

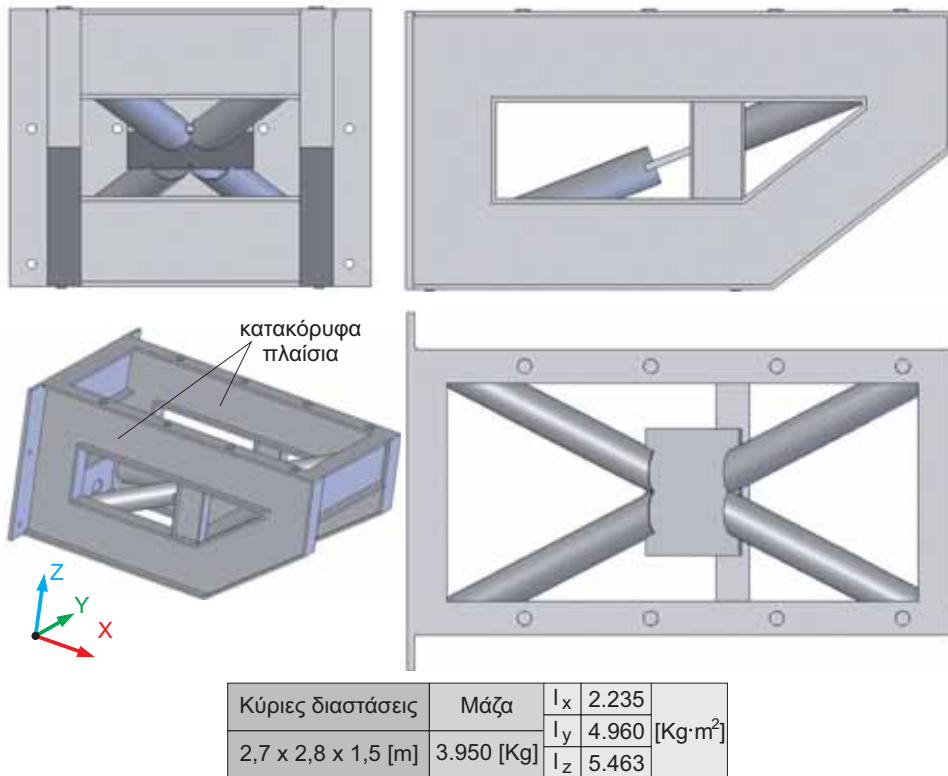
Ένα περαιτέρω παράδειγμα, εύρεσης της θέσης της στατικής ισορροπίας μιάς γεωμετρικά πολύπλοκης κατασκευής, παρατίθεται στο *σχήμα 3.27*. Ένας βιομηχανικός ανεμιστήρας, εγκατεστημένος επί βάσης υποδοχής από οπλισμένο σκυρόδεμα, κινείται αμφίπλευρα από δύο ηλεκτρικούς κινητήρες. Ο δεξιά παριστάμενος κινητήρας εδράζεται επί μεταλλικής εξέδρας, η οποία συγκρατείται μέσω κοχλιών στην πλευρά της βάσης υποδοχής του ανεμιστήρα. Προκειμένου να υπολογισθούν οι μέγιστες παραμορφώσεις και φορτίσεις της μεταλλικής εξέδρας, στην περίπτωση βραχυκύκλωσης των κινητήρων, η γεωμετρία της, καθώς και της όλης εγκατάστασης περιγράφονται με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Τα κύρια δεδομένα της προσομοίωσης αυτής, φαίνονται στον καταχωρημένο πίνακα, στο σχήμα.



Σχήμα 3.27: Εδραση ανεμιστήρα και κινητήρων του. Κύρια δεδομένα περιγραφής της γεωμετρίας τους κατά την FEM προσομοίωση.






Λεπτομέρειες της γεωμετρίας της μεταλλικής εξέδρας εμφανίζονται στο *σχήμα 3.28*. Αυτή αποτελείται από δύο κατακόρυφα διαταγμένα πλαίσια, που συγκρατούνται μέσω καθέτων σε αυτά δοκών και διαγωνίως, με τη βοήθεια κυλινδρικών κοιλοδοκών, συγκολλημένων κεντρικά επί καταλλήλου κομβοελάσματος. Στις παράλληλες, πλέον επιμήκειες πλευρές, στο άνω επίπεδο του πλαισίου της εξέ-

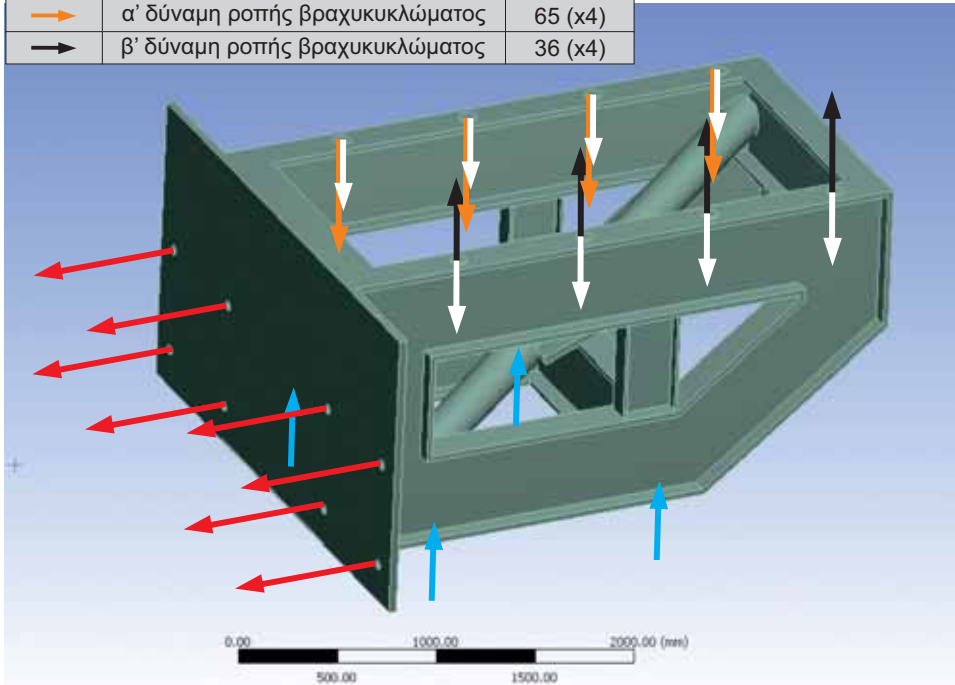
δρας, οι θέσεις υποδοχής του ηλεκτρικού κινητήρα, συμβολίζονται με μικρούς κύκλους.



Σχήμα 3.28: Γεωμετρία της μεταλλικής εξέδρας υποδοχής του κινητήρα κίνησης.

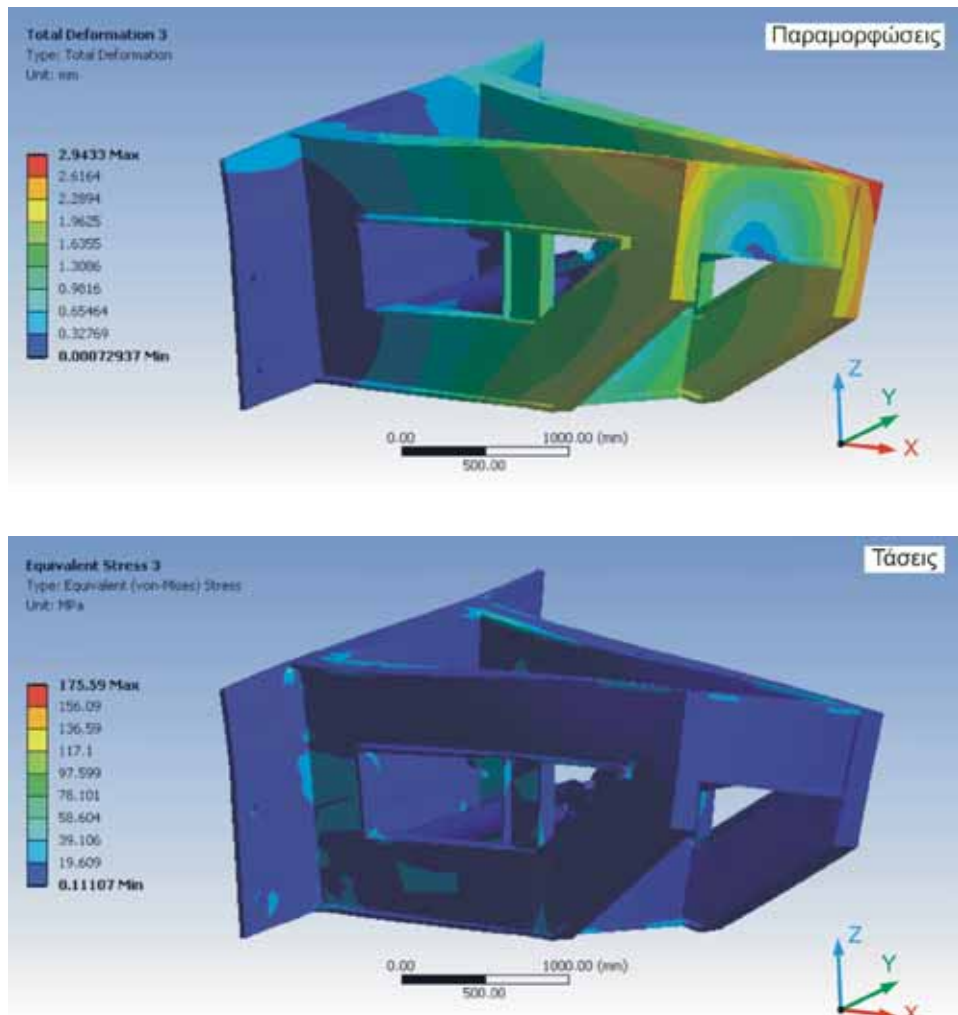
Η μεταλλική εξέδρα φορτίζεται κατά μέγιστο, από το ίδιο βάρος της, καθώς και των υπερκατασκευών της και από τις δυνάμεις προερχόμενες από ηλεκτρικούς κινητήρες. Τα φορτία αυτά διευκρινίζονται στο **σχήμα 3.29**. Οι επιμήκεις κοχλίες πλευρικής πρόσδεσης της μεταλλικής εξέδρας επί του πλαισίου έδρασης του ανεμιστήρα, προεντείνονται με τις δυνάμεις που είναι καταχωρημένες στο σχήμα.

Σύμβολο	Είδος φορτίου	[kN]
	Δύναμη συγκράτησης	250 (x8)
	Αντίδραση ελαστικής έδρασης	110 (x4)
	Βάρος κινητήρα-πλαισίου	16 (x8)
	α' δύναμη ροπής βραχυκυκλώματος	65 (x4)
	β' δύναμη ροπής βραχυκυκλώματος	36 (x4)



Σχήμα 3.29: Φορτία της μεταλλικής εξέδρας έδρασης του δεξιού κινητήρα του ανεμιστήρα (βλέπε σχήμα 3.27).

Λόγω των προηγουμένως περιγραφέντων φορτίων, η μεταλλική εξέδρα παραμορφώνεται και φορτίζεται με πεδία τάσεων που εκτίθενται στο **σχήμα 3.30**. Ο προσδιορισμός των θέσεων των κόμβων του FEM-μοντέλου της κατασκευής, διεξάγεται με τη βοήθεια του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων ANSYS και βασίζεται σε μεθοδολογία αντίστοιχη με αυτή που περιγράφηκε στην παράγραφο 3.9.2. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η μέγιστη παραμόρφωση ανέρχεται σε περίπου 3 mm, που κρίνεται μικρή, με συνεκτίμηση των διαστάσεων της κατασκευής. Επίσης, ικανοποιητικοί συντελεστές ασφαλείας προκύπτουν για τα δομικά στοιχεία της εξέδρας, καθώς και των κοχλιών συγκράτησης, όπως φαίνεται στο σχήμα.



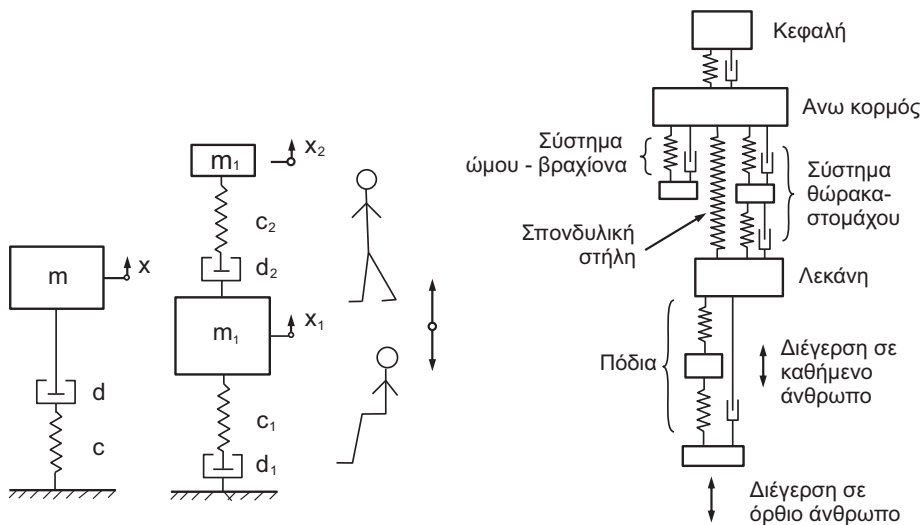
Σχήμα 3.30: Παραμορφώσεις και τάσεις της μεταλλικής εξέδρας στο μέγιστο φορτίο της. (Συντελεστές ασφαλείας: α. $S=1,43$, για συνθήκες βραχυκύκλωσης κινητήρα, β. $S=5,2$, για συνθήκες λειτουργίας).

Με χρησιμοποίηση των προηγούμενων μεθοδολογιών είναι επίσης, μεταξύ άλλων, δυνατή η πρόβλεψη της επίδρασης της φθοράς μελών μηχανικής διάταξης, επί του συντελεστή ασφαλείας της [BOU 04, 99.1, ΜΠΟ 02, 96.1]. Αυτό καθιστά εφικτό τον προγραμματισμό διαδικασιών συντήρησης σε βιομηχανικές μονάδες, που υπόκεινται σε φθορές κατά τη διάρκεια της λειτουργίας τους. Επίσης είναι δυνατός ο υπολογισμός των τάσεων, που προκαλούνται από λειτουργικές καταπονήσεις μηχανικών διατάξεων, δοκιμαστηρίων [BOU 99.2] κ.α.

7.9 Επιτρεπόμενες τιμές καταπονήσεων του ανθρώπινου σώματος κατά ISO 2631 και VDI 2057

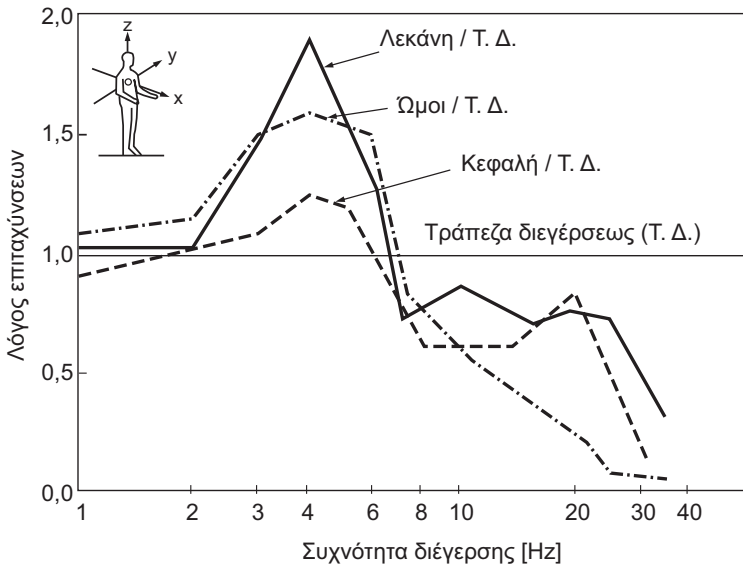
Το ανθρώπινο σώμα μπορεί να θεωρηθεί ως μια σύνθετη διάταξη, που καταπονείται δυναμικά από το περιβάλλον της. Το κατά πόσο οι δυναμικές αυτές καταπονήσεις είναι αντιληπτές και ανεκτές, δεν εξαρτάται μόνο από τα τεχνικά χαρακτηριστικά τους, αλλά κυρίως από την φυσική και ψυχική κατάσταση του ανθρώπου. Για τον λόγο αυτό η αξιολόγηση των επιδράσεων των δυναμικών καταπονήσεων στο ανθρώπινο σώμα, καθώς και η προδιαγραφή των οριακά επιτρεπόμενων τιμών για οριακές καταπονήσεις, αποτελεί ένα αρκετά πολύπλοκο και συχνά δυσεπίλυτο πρόβλημα.

Μία τεχνική θεώρηση του ανθρώπινου σώματος, μπορεί να διεξαχθεί με τη βοήθεια δυναμικά ισοδύναμων μοντέλων όπως αυτά που εμφανίζονται στο **σχήμα 7.24**.



Σχήμα 7. 24: Δυναμικά ισοδύναμα μοντέλα του ανθρώπινου σώματος.

Με την βοήθεια τέτοιων μοντέλων και μετρήσεων στο ανθρώπινο σώμα μέσω ηλεκτρομυογραμμάτων, έχει διαπιστωθεί, ότι τα διάφορα μέλη του ανθρώπινου σώματος, “συντονίζονται” σε συγκεκριμένες περιοχές συχνοτήτων. Έτσι, για τον όρθιο άνθρωπο που διεγείρεται από το πάτωμα μέσω των ποδιών του σε κατακόρυφη διεύθυνση, έχει εξακριβωθεί ότι η λεκάνη του καταπονείται στην περιοχή συχνοτήτων συντονισμού της, μεταξύ των 3 μέχρι 6 Hz, πολύ εντονότερα από ότι οι ώμοι, ή η κεφαλή στην ίδια περιοχή συχνοτήτων (βλέπε **σχήμα 7.25**).



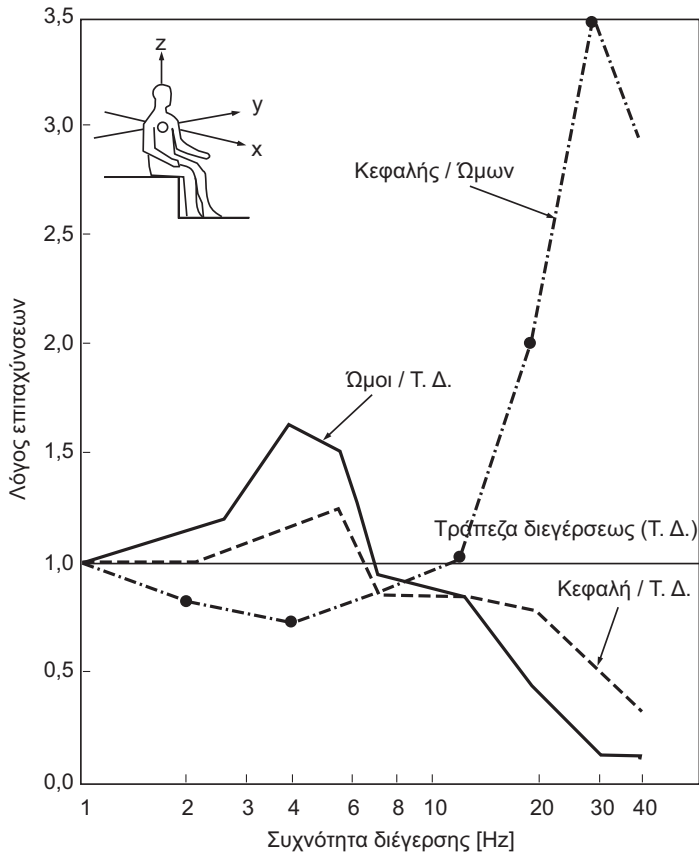
Σχήμα 7.25: Μετάδοση ταλάντωσης σε όρθιο ανθρώπινο σώμα σε κατακόρυφη διέγερση από τα πόδια (κατά Diecman).

Ανάλογες διαπιστώσεις έγιναν και για καθημένα ανθρώπινα σώματα, διεγείρομενα μέσω της λεκάνης, όπως φαίνεται στο **σχήμα 7.26**.

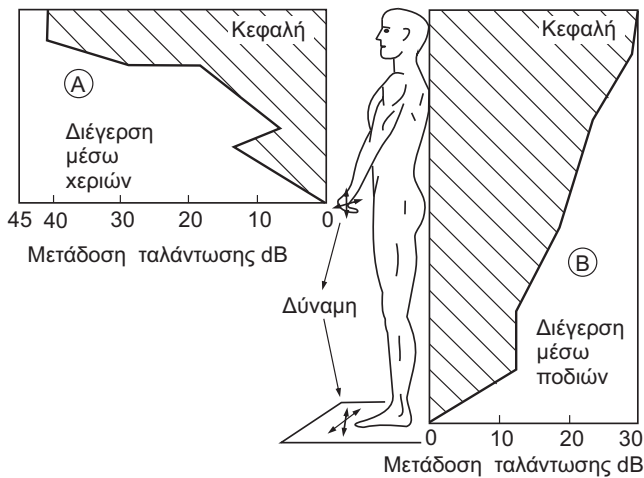
Από τα διαγράμματα των σχημάτων 7.25 και 7.26 εύκολα προκύπτει, ότι περιοχές συχνοτήτων άνω των 40 Hz οδηγούν σε περιορισμένες καταπονήσεις των διαφόρων μελών του ανθρώπινου σώματος. Αξίζει να σημειωθεί, ότι και σε μεγαλύτερες συχνότητες διέγερσης, υπάρχει κίνδυνος συντονισμών, όπως στην περιοχή μεταξύ των 60 και 90 Hz, όπου συντονίζονται οι βολβοί των οφθαλμών. Τέτοιοι συντονισμοί είναι πολύ δύσκολο να διαπιστωθούν, αφού η καταγραφή τους είναι ανασφαλής, μια που σε υψηλές συχνότητες οι αποσβέσεις είναι εντονότερες και οι παρατηρήσεις δυσκολότερες.

Γενικά για την μελέτη των δυναμικών καταπονήσεων του ανθρώπινου σώματος είναι σημαντική όχι μόνο η στάση του, αλλά και η περιοχή στην οποία διεγείρεται. Έτσι π.χ. όπως φαίνονται και το **σχήμα 7.27**, η μετάδοση ταλαντώσεων μέσα στο ανθρώπινο σώμα είναι πιο έντονη στην περίπτωση διέγερσης μέσω των χεριών, σε σύγκριση με την μετάδοση, όταν το σώμα διεγείρεται από τα πόδια.

Παρά τις μεγάλες δυσκολίες που προκύπτουν κατά την αξιολόγηση των επιδράσεων των μηχανικών ταλαντώσεων επί του ανθρώπινου σώματος, η ανάγκη ύπαρξης οριακά επιτρεπόμενων τιμών καταπονήσεων, οδήγησε στην σύνταξη



Σχήμα 7.26: Μετάδοση ταλαντώσεων σε καθήμενο ανθρώπινο σώμα από τη λεκάνη σε κατακόρυφη διεγέρση (κατά Diecmann).



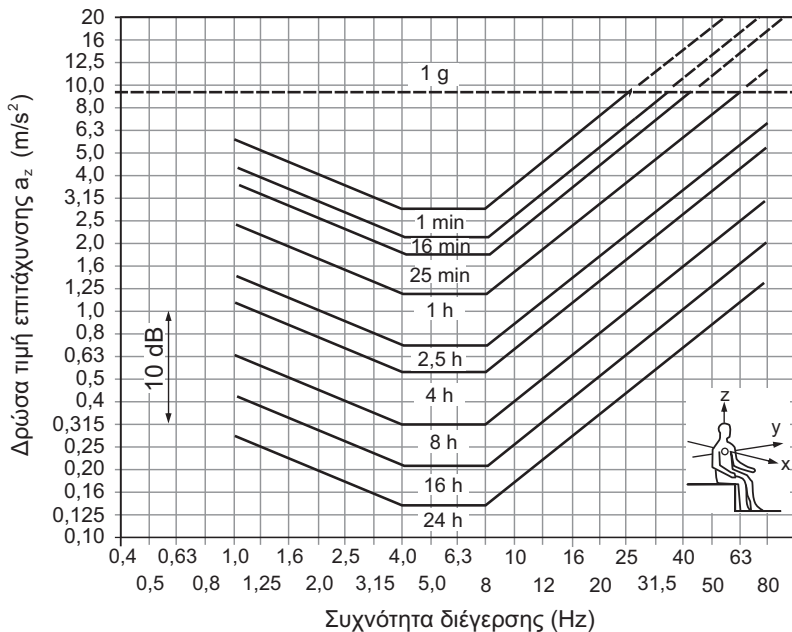
Σχήμα 7.27: Μετάδοση ταλαντώσεων μέσα στο ανθρώπινο σώμα, σε συχνότητα διεγέρσεως 50 Hz, για διάφορες περιπτώσεις "διέγερσης" (κατά Bekesy).

σχετικών κανονισμών. Η εκπόνηση των κανονισμών αυτών έγινε βάσει μετρήσεων σε ανθρώπους και είναι ενδεικτικοί, αφού συνδέονται και με υποκειμενικές παρατηρήσεις.

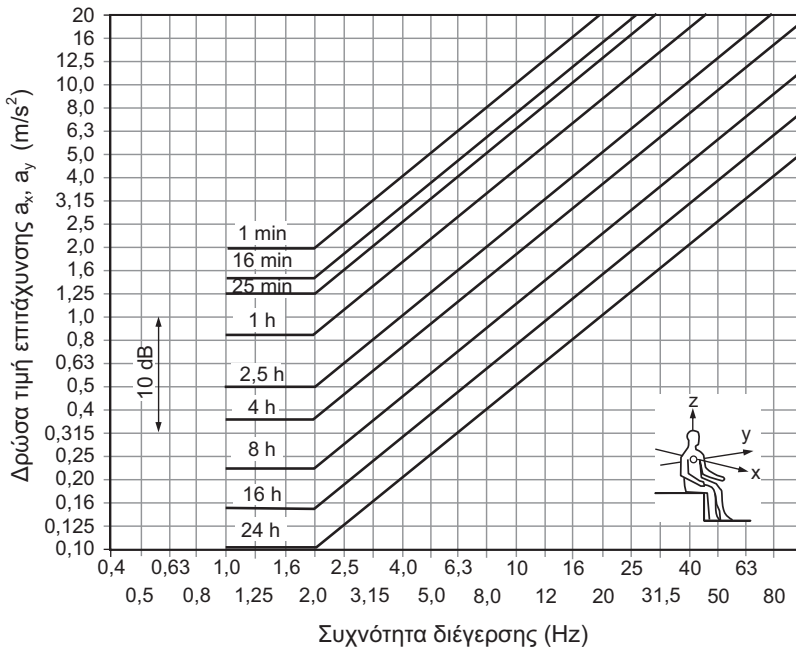
Οι κανονισμοί αναφέρονται σε οριακά επιτρεπόμενες τιμές για να εκπληρώνονται τα παρακάτω κριτήρια:

- ◆ Καμιά επίδραση επί του ανθρώπινου αισθήματος της άνεσης
- ◆ Καμιά επίδραση επί της ανθρώπινης αποδοτικότητας
- ◆ Καμιά πρόκληση οποιασδήποτε βλάβης υγείας

Ο κανονισμός ISO 2631 και ο VDI 2057 παρέχουν πληροφορίες, για μέγιστους χρόνους έκθεσης του ανθρώπινου σώματος σε ταλαντώσεις διαφορετικών χαρακτηριστικών (επιτάχυνση, συχνότητα), για να εκπληρώνονται τα παραπάνω κριτήρια. Οι χρόνοι αυτοί προσδιορίζονται από τα διαγράμματα του κανονισμού ISO 2631 (βλέπε *σχήματα 7.28* και *7.29*), για διάφορες περιπτώσεις κατευθύνσεων των διεγερουσών επιταχύνσεων. Οι χρόνοι στα διαγράμματα των σχημάτων αυτών, αναφέρονται στην εκπλήρωση του κριτηρίου «καμιά επίδραση στην ανθρώπινη αποδοτικότητα». Για τον προσδιορισμό των αντιστοίχων χρόνων για



Σχήμα 7.28: Διάρκεια έκθεσης του καθημένου ανθρώπινου σώματος σε μηχανικές ταλαντώσεις στην κατακόρυφη διεύθυνση, για την εκπλήρωση του κριτηρίου «καμιά επίδραση στην ανθρώπινη αποδοτικότητα» κατά ISO 2631.



Σχήμα 7.29: Διάρκεια έκθεσης του καθημένου ανθρώπινου σώματος σε μηχανικές ταλαντώσεις σε οριζόντιες διευθύνσεις, για την εκπλήρωση του κριτηρίου «καμία επίδραση στην ανθρώπινη αποδοτικότητα» κατά ISO 2631.

την εκπλήρωση των υπολοίπων κριτηρίων, οι τιμές της δρώσας τιμής της επιτάχυνσης πολλαπλασιάζονται επί δύο (2), για την εκπλήρωση του κριτηρίου «καμιά πρόκληση βλάβης στην υγεία», δηλαδή οι τιμές είναι κατά 6 dB υψηλότερες.

Για την εκπλήρωση του κριτηρίου «καμία επίδραση επί του ανθρώπινου αισθήματος της άνεσης», οι τιμές του άξονα της δρώσας τιμής της επιτάχυνσης πρέπει να διαιρεθούν με το 3,15 (δηλαδή είναι κατά 10 dB χαμηλότερες).

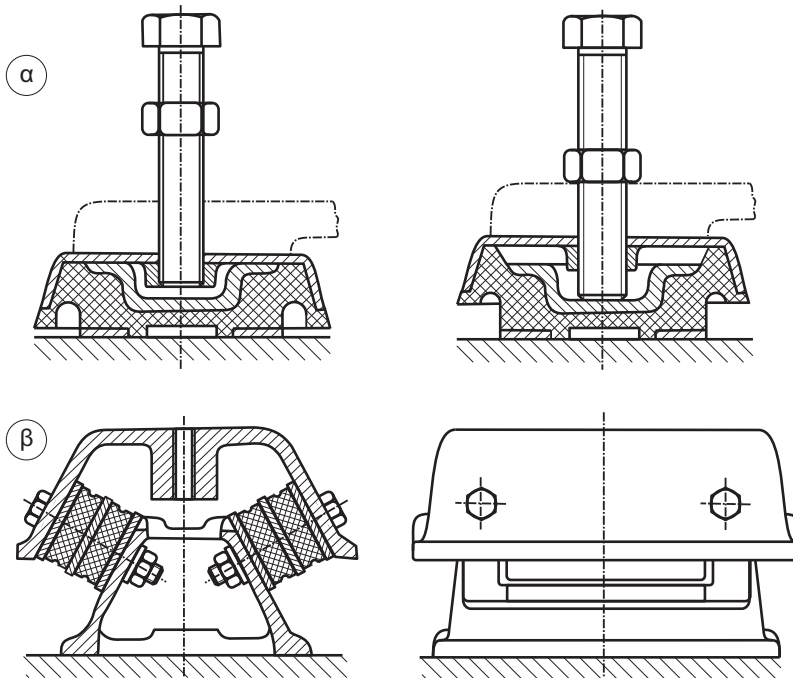
Στο Γερμανικό κανονισμό VDI 2057 ουσιαστικά περιλαμβάνονται οι ίδιες οριακά επιτρεπόμενες τιμές, για την εκπλήρωση των παραπάνω προαναφερθέντων τριών κριτηρίων. Διαφορετικός είναι μόνο ο τρόπος χρησιμοποίησης του κανονισμού. Συγκεκριμένα από το διάγραμμα του **σχήματος 7.30**, εκτιμώντας το συνολικό χρόνο έκθεσης των ανθρώπων σε δυναμικές καταπονήσεις, ανάλογα με το ποιο κριτήριο επιδιώκεται να εκπληρωθεί, προσδιορίζεται μια τιμή της σταθεράς της έντασης αντίληψης σε διάφορες κατευθύνσεις. Οι τιμές που περιλαμβάνονται στο διάγραμμα του σχήματος 7.30, έχουν καταχωρηθεί με βαθμίδες αξιολόγησης στον **πίνακα 7.4**.

8.5 Ελαστικά πέλματα έδρασης μηχανών

Τα πέλματα για ελαστικές εδράσεις μηχανών μπορεί να αποτελούνται μόνο από ελατήρια, ή από αποσβεστήρες, ή από συνδυασμό μεταξύ ελατηρίων και αποσβεστήρων.

Τα ελατήρια κατασκευάζονται κυρίως από χάλυβα ή ελαστικό ή με αεροσωλήνες. Παραμορφώνονται βασικά ελαστικά και η απόσβεση τους είναι μικρή.

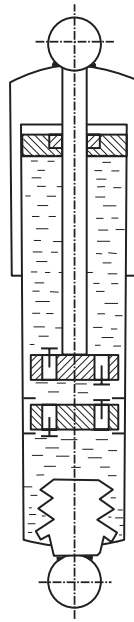
Στο **σχήμα 8.10** παρίστανται μερικοί τύποι ελατηρίων από ελαστικό [GER 87].



Σχήμα 8.10: Πέλματα μηχανών εξ ελαστικού

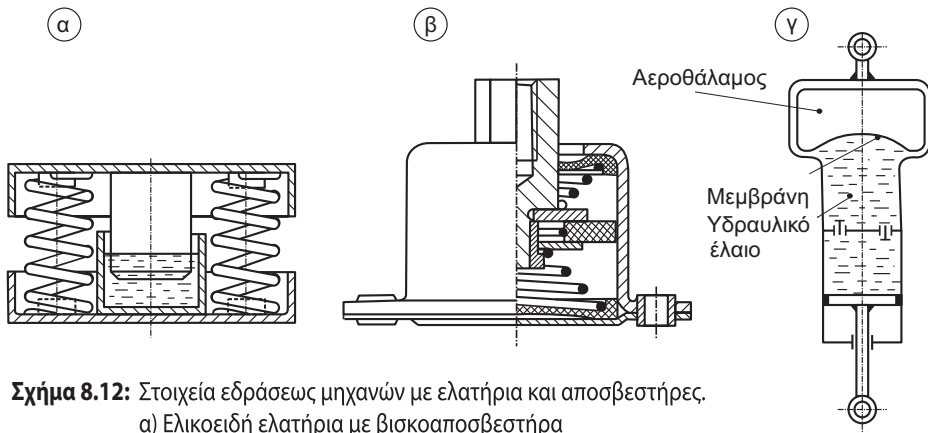
- α) Κυκλικά πέλματα με μηχανισμό ρύθμισης της ελαστικότητας
- β) Ελατήρια εξ ελαστικού σε σφηνοειδή διάταξη.

Οι αποσβεστήρες απορροφούν μηχανική ενέργεια από το μηχανικό συγκρότημα που ταλαντούται. Εν προκειμένω διακρίνονται αποσβεστήρες τριβής, βισκοαποσβεστήρες (αποσβεστήρες με πολύ παχύρρευστα υγρά) και υδραυλικοί (με λεπτόρρευστα έλαια). Ένα παράδειγμα υδραυλικού αποσβεστήρα αποτελεί ο τηλεσκοπικός αποσβεστήρας της ανάρτησης αυτοκινήτων (**σχήμα 8.11**).



Σχήμα 8.11: Τηλεσκοπικός υδραυλικός αποσβεστήρας.

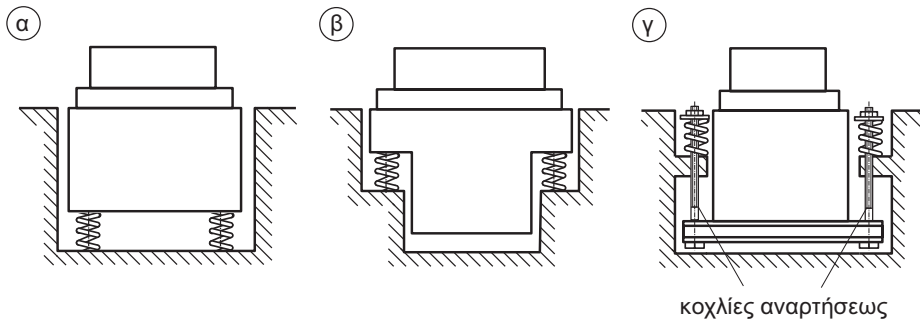
Συχνά πέλματα μηχανών αποτελούν συνδυασμούς μεταξύ ελατηρίων και αποσβεστήρων. Το **σχήμα 8.12** δείχνει τέτοιους συνδυασμούς.



Σχήμα 8.12: Στοιχεία εδράσεως μηχανών με ελατήρια και αποσβεστήρες.

- α) Ελικοειδή ελατήρια με βισκοαποσβεστήρα
- β) Ελικοειδή ελατήρια με αποσβεστήρες τριβής
- γ) Πνευματικό ελατήριο με υδραυλικό αποσβεστήρα

Μερικά παραδείγματα έδρασης μηχανών παρατίθενται στο **σχήμα 8.13**.



Σχήμα 8.13: Διατάξεις θεμελιώσεων μηχανών

Η μηχανή κίνησης συνδέεται εντός του ίδιου πλαισίου με την μηχανή κατεργασίας. Το πλαίσιο αυτό εδράζεται μέσω ελαστικών συνδέσμων με τη θεμελίωση της μηχανής, που ως επί το πλείστον αποτελείται από σιδηροπαγές σκυρόδεμα. Η κατασκευή γ του σχήματος προσφέρει προστασία έναντι υγρασίας, στην περιοχή της θεμελίωσης, για τα ελαστικά στοιχεία της έδρασης. Εν προκειμένω τονίζεται ότι οι αποσβεστήρες είναι πολύ ευπαθείς έναντι υγρασίας και ανύψωσης της θερμοκρασίας. Οι διατάξεις β και γ επιτρέπουν την εκμετάλλευση του χώρου κάτω από το μηχανικό συγκρότημα για δίοδο αγωγών ηλεκτρικού, αποχέτευσης κ.α.

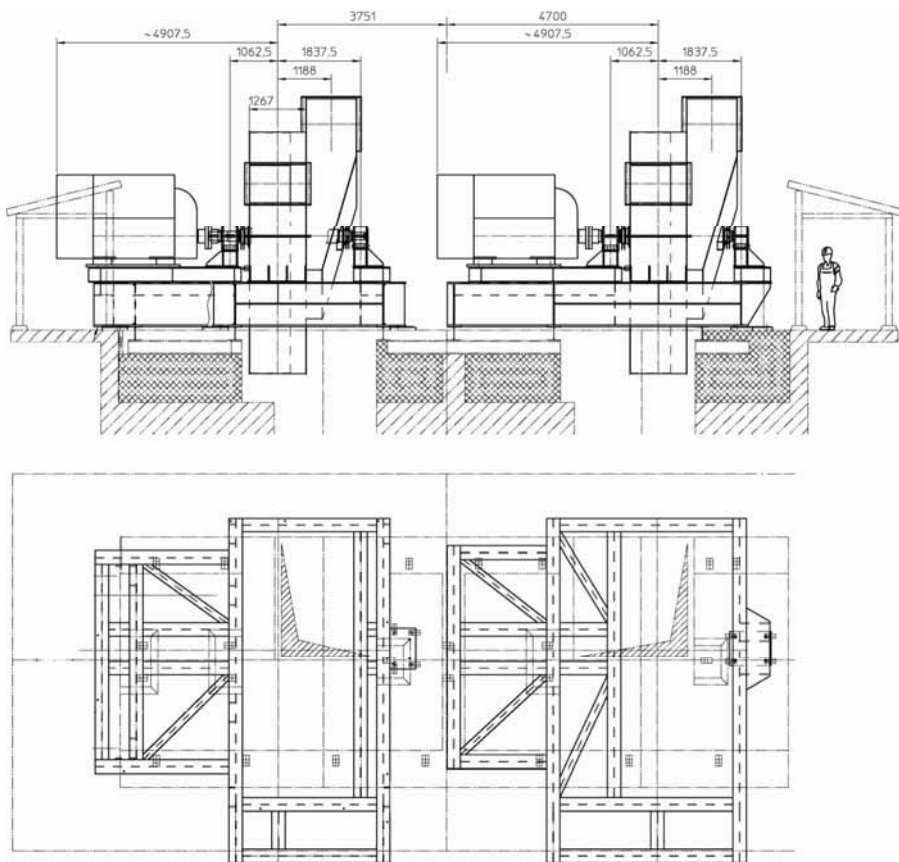
8.6 Παραδείγματα υπολογισμού εδράσεων μηχανικών συγκροτημάτων

Στην παρούσα παράγραφο θα αναφερθούν δυο παραδείγματα διαμόρφωσης της έδρασης μηχανικών συγκροτημάτων, για την επίτευξη μικρών συντελεστών διαπερατότητας. Το πρώτο παράδειγμα αναφέρεται στην περίπτωση, που οι αναμενόμενες δυναμικές φορτίσεις, είναι μικρότερες από το βάρος της κατασκευής, ενώ το δεύτερο, πραγματεύεται κατάσταση, κατά την οποία οι δυνάμεις λειτουργίας μπορούν να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους, ή και μεγαλύτερες, από τη φόρτιση του περιβάλλοντος χώρου, λόγω του ίδιου βάρους της μηχανικής διάταξης. Στην πρώτη περίπτωση, η δύναμη διέγερσης έχει σταθερή συχνότητα, που αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο παράδειγμα στη συχνότητα εμπλοκής ενός ζεύγους οδοντώσεων κίνησης. Η συχνότητα αυτή, μέσω βέλτιστης σχεδίασης της έδρασης, πρέπει να απέχει σημαντικά από ιδιοσυχνότητες της ($n \gg 1$). Στο δεύτερο παράδειγμα, η εξεταζόμενη πρέσα απότμησης μπορεί να διεγείρεται,

λόγω των δεδομένων της κατεργασίας, μέσω δυνάμεων, διαφορετικών συχνοτήτων. Για το λόγο αυτό, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός του συντελεστή διαπερατότητας, συναρτήσε της συχνότητας διέγερσης. Με βάση του υπολογισμούς αυτούς, είναι δυνατή η βελτιστοποίηση της έδρασης.

8.6.1 Παράδειγμα υπολογισμού στιβαρής έδρασης μηχανικού συγκροτήματος

Στο *σχήμα 8.14* παρουσιάζεται η βασική γεωμετρία έδρασης δύο βιομηχανικών φυσητήρων, που εδράζονται επί μεταλλικής εξέδρας. Τα ίδια βάρη των μηχανικών αυτών συγκροτημάτων, λόγω των μεγάλων διαστάσεων, είναι σημαντικά



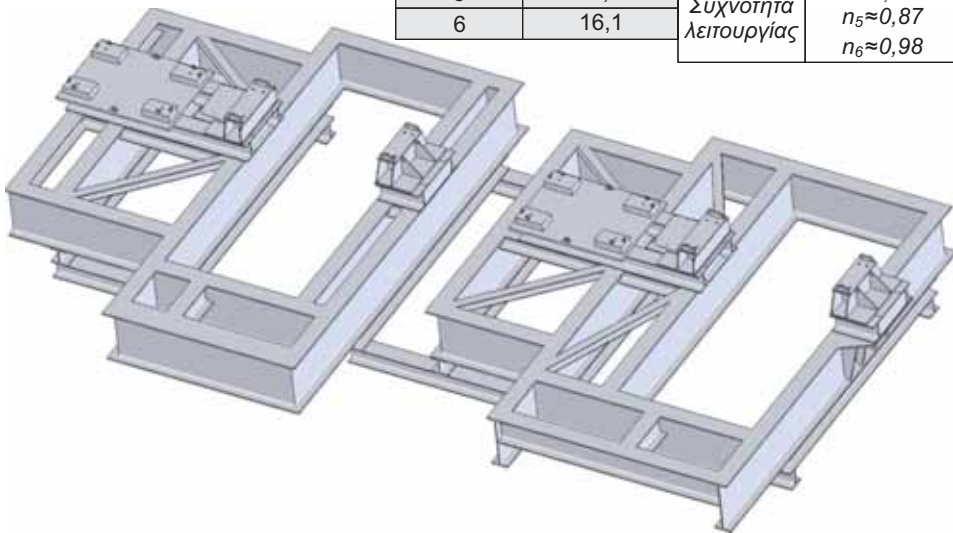
Σχήμα 8.14: Πλάγια όψη της διάταξης των ανεμιστήρων, των κινητήρων και της έδρασης, καθώς και κάτοψη της μεταλλικής εξέδρας.

μεγαλύτερα, από τις αναμενόμενες κατά τη λειτουργία δυναμικές φορτίσεις, που προέρχονται κυρίως, από τις αζυγοσταθμίες των πτερωτών των φυσητήρων. Στην προκειμένη περίπτωση, επιδιώκεται στιβαρή διαμόρφωση της έδρασης του μηχανικού συγκροτήματος, όπως περιγράφηκε σε προηγούμενες παραγράφους του παρόντος κεφαλαίου.

Η αρχική σχεδίαση της έδρασης του μηχανικού συγκροτήματος επί στιβαρής μεταλλικής εξέδρας, που εκτίθεται στο **σχήμα 8.15**, δεν οδήγησε σε ικανοποιητική πάκτωση της μεταλλικής εξέδρας. Η προσομοίωση της ταλαντωτικής συμπεριφοράς του μηχανικού συγκροτήματος με τη θεμελίωσή του, με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (FEM), κατέστησε εμφανές, ότι η συχνότητα λειτουργίας της κατασκευής, ήταν πλησίον της 5^{ης} και 6^{ης} ιδιοσυχνότητας του συστήματος μηχανές με θεμελίωση (βλέπε σχήμα).

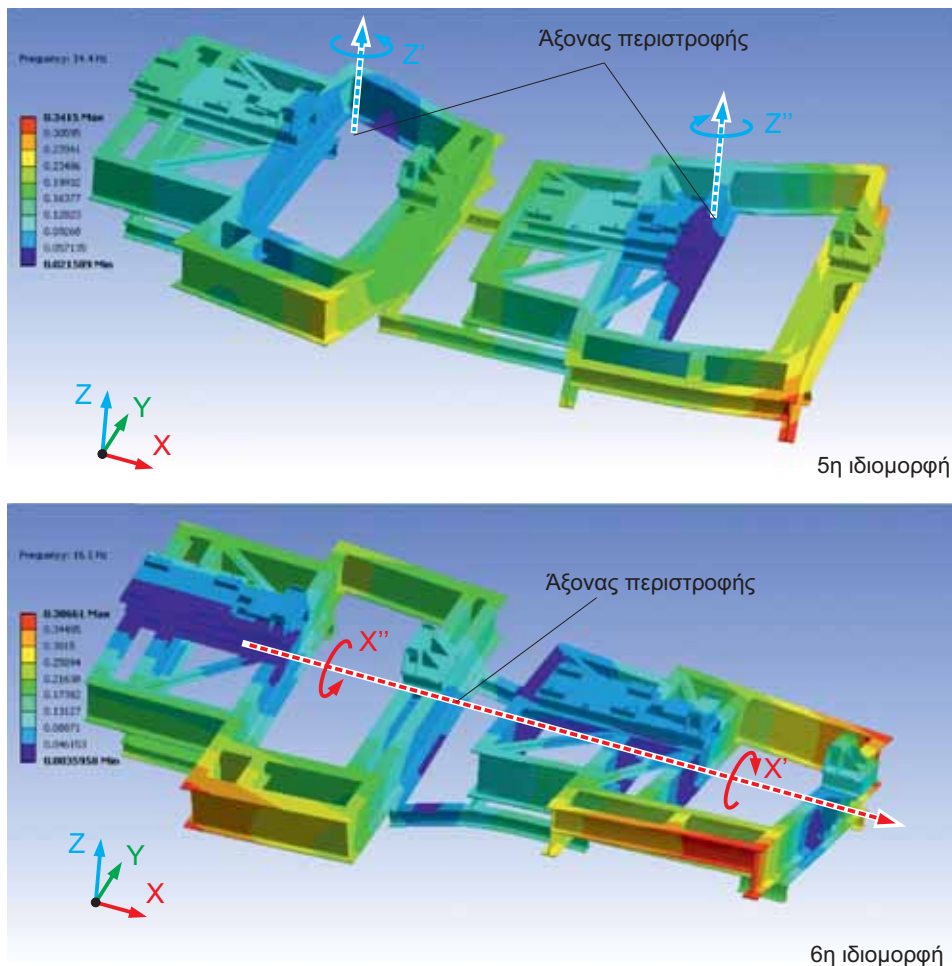
Ως αποτέλεσμα του γεγονότος αυτού, η διάταξη εκτελούσε ταλαντώσεις κατά την λειτουργία της, σημαντικού εύρους, που προκαλούσαν έντονες φθορές σε

Ιδιομορφή α/α	Ιδιοσυχνότητα [Hz]	Ιδιομορφή α/α	Ιδιοσυχνότητα [Hz]
1	1,2	7	22,9
2	4,0	8	23,3
3	8,5	9	23,9
4	11,1	10	28,0
5	14,4	Συχνότητα λειτουργίας	16,5
6	16,1		$n_5 \approx 0,87$ $n_6 \approx 0,98$



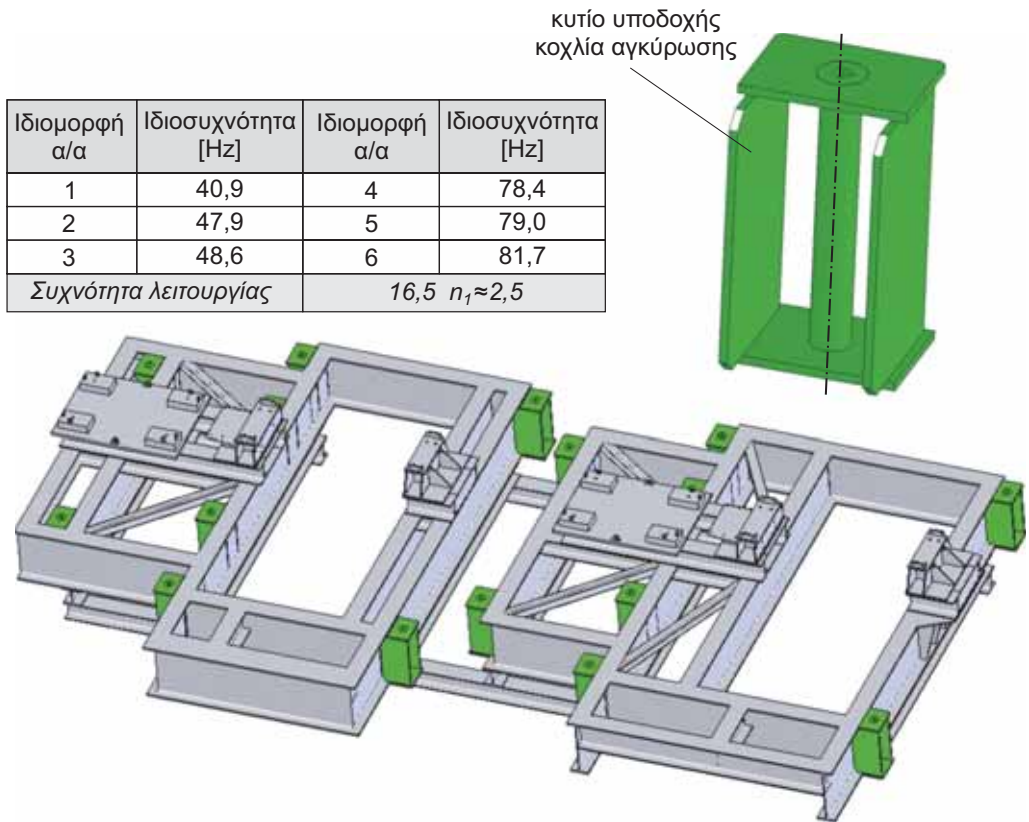
Σχήμα 8.15: Αρχική σχεδίαση της μεταλλικής εξέδρας, για την έδραση του μηχανικού συγκροτήματος των φυσητήρων του σχήματος 8.14.

διάφορα μηχανικά στοιχεία της (άξονες, έδρανα κλπ.). Στο **σχήμα 8.16**, φαίνονται η 5^η και η 6^η ταλαντωτική ιδιομορφή της μεταλλικής εξέδρας, των οποίων οι συχνότητες (ιδιοσυχνότητες), είναι πολύ κοντά στη συχνότητα λειτουργίας της διάταξης. Κατά τη λειτουργία της διάταξης, η επαλληλία των προηγούμενων ιδιομορφών, είχε επιβεβαιωθεί και μέσω μετρήσεων.



Σχήμα 8.16: Ιδιομορφές της 5^{ης} και 6^{ης} ιδιοσυχνότητας της μεταλλικής εξέδρας, που είναι πλησίον της συχνότητας λειτουργίας του μηχανικού συγκροτήματος του σχήματος 8.14.

Για την αποφυγή των ταλαντώσεων αυτών, η μεταλλική εξέδρα πακτώθηκε ικανοποιητικά μέσω των στοιχείων, που εμφανίζονται στο **σχήμα 8.17**. Πρόκειται για μεταλλικά πλαίσια (κυτία), που υποστηρίζουν σωλήνα, μέσω του οποίου δι-



Σχήμα 8.17: Αύξηση της στιβαρότητας της θεμελίωσης, μέσω στιβαρών κυτίων υποδοχής κοχλίων αγκύρωσης και προκύπτουσες ιδιοσυχνότητες της θεμελίωσης.

έρχεται κοχλίας αγκύρωσης μεγάλου μήκους. Με χρησιμοποίηση των κυτίων αυτών, οι κοχλίες αγκύρωσης πακτώνουν ικανοποιητικά την κατασκευή και μετατοπίζουν δραστικά τις ιδιοσυχνότητες της έδρασης. Όπως φαίνεται στο σχετικό πίνακα του σχήματος, η πρώτη ιδιοσυχνότητα του συγκροτήματος είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τη συχνότητα λειτουργίας της διάταξης. Η θεμελίωση, προσεγγίζει την περίπτωση α του σχήματος 8.4, με λόγο συχνοτήτων n , σε σχέση με την πρώτη ιδιοσυχνότητα, ίσο περίπου με 2,5 αρκετά μεγαλύτερο του 1. Όπως προκύπτει από το σχήμα 8.3, ο συντελεστής διαπερατότητας, για μέτρο απόσβεσης D , μικρότερο από 0,1 (βλέπε πίνακα 2.1), μειώνεται σημαντικά. Έτσι, οι ταλαντωτικές κινήσεις του εξεταζομένου μηχανικού συγκροτήματος στα πλαίσια του παρόντος παραδείγματος, περιορίζονται δραστικά, γεγονός που επιβεβαιώθηκε μέσω μετρήσεων.